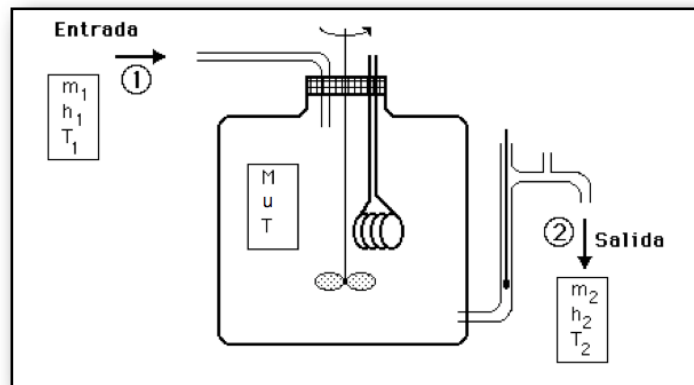


MEMÒRIA

Pràctica 2 - Balanç d'energia



Carles Palanca i Garcia
Josep Garcia i Garcia
Javier Pla i Tolos

ÍNDEX

<i>Procediment experimental</i>	<i>6</i>
<i>Presentació dels resultats</i>	<i>8</i>
<i>Calfament experimental</i>	<i>8</i>
<i>Refredament experimental</i>	<i>10</i>
<i>Càlculs</i>	<i>12</i>
<i>Calfament teòric</i>	<i>13</i>
<i>Refredament teòric</i>	<i>16</i>
<i>Conclusions obteses</i>	<i>19</i>

INTRODUCCIÓ

Per a la realització d'aquesta pràctica cal revisar els conceptes bàsics dels balanços d'energia. Per tant, cal recordar la fórmula general de qualsevol balanç:

$$\text{EIXIDA} - \text{ENTRADA} + \text{ACUMULACIÓ} = \text{GENERACIÓ}$$

Al plantejar el balanç d'energia, l'equació anterior queda com a:

$$\Sigma(e_p + e_k + h)m_2 - \Sigma(e_p + e_k + h)m_1 + \frac{d}{dt} [(e_p + e_k + u)M] = q + w \quad (1)$$

On:

- e_p = Energia potencial del sistema (J/Kg)
- e_k = Energia cinètica del sistema (J/Kg)
- h = Entalpia del sistema (J/Kg)
- m_1 = Cabal màssic que entra en el sistema (Kg/s)
- m_2 = Cabal màssic que ix del sistema (Kg/s)
- u = Energia interna per unitat de massa del contingut del tanc (J/Kg)
- M = Quantitat de matèria existent en el tanc (Kg)
- q = calor net per unitat de temps que entra en el sistema no associat a la massa (w)
- w = treball per unitat de temps que entra en el sistema no associat a la massa (w)

Si considerem que les variacions de l'entalpia del sistema són molt superior a les variacions d'energia potencial i cinètica i sabent que sols tenim una entrada i una eixida l'equació (1) ens queda com:

$$m_2 h_2 - m_1 h_1 + \frac{d}{dt} (Mu) = q + w \quad (2)$$

Si es pren com a estat de referència l'estat líquid a la temperatura i s'admitix que no hi ha canvi de fase, l'entalpia per unitat de massa de les corrents d'entrada i eixida del sistema i l'energia interna del contingut del tanc poden expressar-se com:

$$h_I = c_{pI} (T_I - T_{ref})$$

$$h_2 = c_{p2} (T_2 - T_{ref})$$

$$u = c_v (T - T_{ref})$$

on c_{pi} és el calor específic (J/kg·K) de cada corrent, i el del contingut del tanc. Substituint en l'equació (2) s'obté:

$$m_2 c_{p2} (T_2 - T_{ref}) - m_1 c_{pI} (T_I - T_{ref}) + \frac{d}{dt} [M c_v (T - T_{ref})] = q + w \quad (3)$$

Ara bé, cal fer unes quantes consideracions per tal de simplificar aquesta fórmula i adaptar-la al nostre experiment:

- Si menyspreem la calor de mescla (la potencia aportada per l'agitador):

$$w = 0$$

- Si es considera que el calor específic de les corrents i la que en cada moment té el líquid en el tanc són constants i no depenen de la temperatura ni de la pressió :

$$c_{p2} = c_{p1} = c_v = \text{cte}$$

- Si es té en compte que el volum en l'interior del tanc permaneceix constant (per tenir un sistema de rebossament), i que per lo tant el cabal volumètric d'entrada és igual al d'eixida:

$$V = c_{tt} = V_o$$

$$Q_{L2} = Q_{L1} = Q_L$$

- I finalment, si es considera que la densitat de les corrents i la que en cada moment té el líquid en el tanc són constants i no depenen de la temperatura:

$$\rho = \rho_1 = \rho_2 = \text{cte}$$

Com suposem que l'agitació serà perfecta ($T_2 = T$) i operant un poc, l'equació (3) ens queda com:

$$(T - T_I) + \frac{V_o}{Q_L} \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{q}{\rho Q_L c_p} \quad (4)$$

$Q_L =$ cabal volumètric (/s)

ρ = densidad (kg/m³)

V_0 = volum del tanc ()

Si ara definim dos nous conceptes:

$$\tau = \frac{V_0}{Q_L} \quad \text{i} \quad T_G = \frac{q}{\rho Q_L c_p}$$

Substituint aquests conceptes, l'equació (4) queda de la següent manera:

$$(T - T_I) + \tau \cdot \frac{dT}{dt} = T_G$$

El paràmetre *tau* s'anomena temps de residència en el tanc i s'expressa en segons. T_G té dimensions de temperatura i es pot interpretar com la màxima diferència possible entre el corrent d'eixida i el d'entrada.

L'equació (5) és una equació diferencial que expressa l'evolució de la temperatura en l'interior del tanc amb el temps. Per a conèixer aquesta relació cal utilitzar el mètode de separació de variables per a l'eq. (5) i a continuació cal integrar; sabent que en les condicions inicials $t = 0$ i

$$T = T_0$$

Finalment obtenim una última equació que ens dona la relació entre la Temperatura a l'interior del tanc i el temps:

$$T = (T_G + T_I) - (T_G + T_1 - T_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

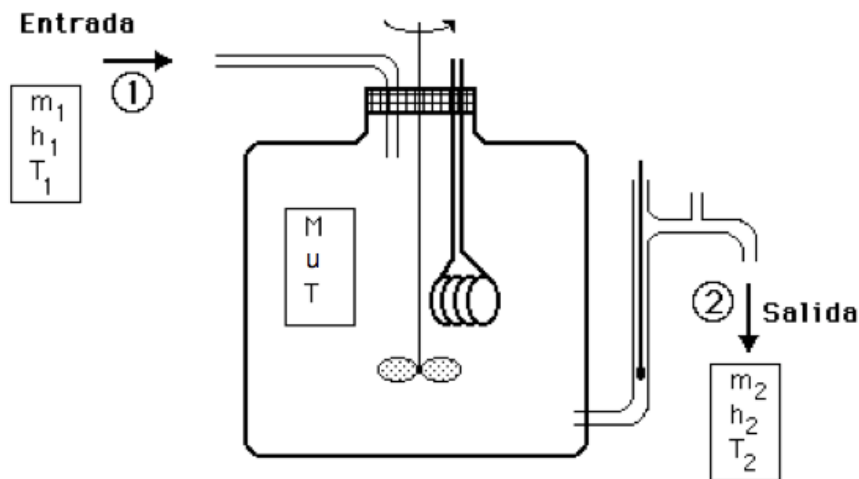
Quan arribem a l'estat estacionari, sabem que $t = \infty$ i per tant l'equació anterior queda de la següent manera:

$$T = (T_G + T_I)$$

(També podem arribar a aquest resultat partint de l'equació (5) i sabent que en l'estat estacionari $\frac{dT}{dt} = 0$).

Procediment experimental

En esta pràctica, observarem com varia la temperatura en un tanc adiabàtic ple d'aigua al afegir un cabal d'aigua conegut de temperatura coneguda i unes resistències que calfen l'aigua de l'interior del tanc, tal com s'observa a la figura:



El tanc compta amb un sistema de reboament, per la qual cosa, el cabal d'entrada i d'eixida seran iguals en tot moment i el volum dins del tanc, constant. Està perfectament agitad, com s'observa en la figura i té un termòmetre, que ens indica la temperatura del seu interior en tot moment.

Primer de tot hem de mesurar el cabal d'eixida i observar que es manté constant. Apliquem un cabal d'entrada, que junt al sistema de reboament del tanc, ens produirà un altre cabal d'eixida de mateixa quantitat. Mesurarem (unes quantes vegades i després obtindrem el valor mitjà) la quantitat d'aigua que ix en un temps determinat amb una probeta i calcularem el resultat per a expressar-lo en l/h. També mesurem la temperatura del cabal d'entrada.

Com coneguem la potència de la resistència (q), la temperatura d'entrada (T_1) i ara, el cabal d'eixida (que és el mateix que el d'entrada) (Q_L), podem calcular la temperatura a l'estat estacionari (T_{est}), és a dir, quan no hi haja variació de temperatura amb el temps, o el que és el mateix, quan el temps sigui infinit. Per a calcular este terme, utilitzarem l'equació:

$$T_{est} = T_G + T_1 = \frac{q}{\rho Q_L c_p} + T_1$$

A partir d'ara començarem amb l'experiment. Primer de tot hem de posar en marxa la resistència i el cronòmetre. Anotarem en una taula el temps que correspon a cada una de les temperatures, primer cada 5 °C, després quan el temps transcorregut entre cada mesura siga major al minut, anotarem la temperatura a cada minut.

t (s)	T (°C) (a l'interior del tanc)
0	T ₀
27	23
37	23,5
48	24
58	24,5
...	...

Anotem les dades del procés de calfament durant una hora, quan ja haurem assolit pràcticament l'estat estacionari.

Comencem a continuació el procés de refredament que consisteix, bàsicament, en desconectar la resistència. Mesurem com en la taula anterior el temps corresponent a cada temperatura durant una hora.

Totes les mesures han de satisfer l'equació

$$T = (T_G + T_1) - (T_G + T_1 - T_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

On T₀ és la temperatura del tanc a temps zero, Tau és el temps espacial (V/Q_L) i T_G=q/(densitat·Q_L·c_p).

Presentació dels resultats

Les dades obteses durant la pràctica es mostren en les taules que adjuntem a continuació:

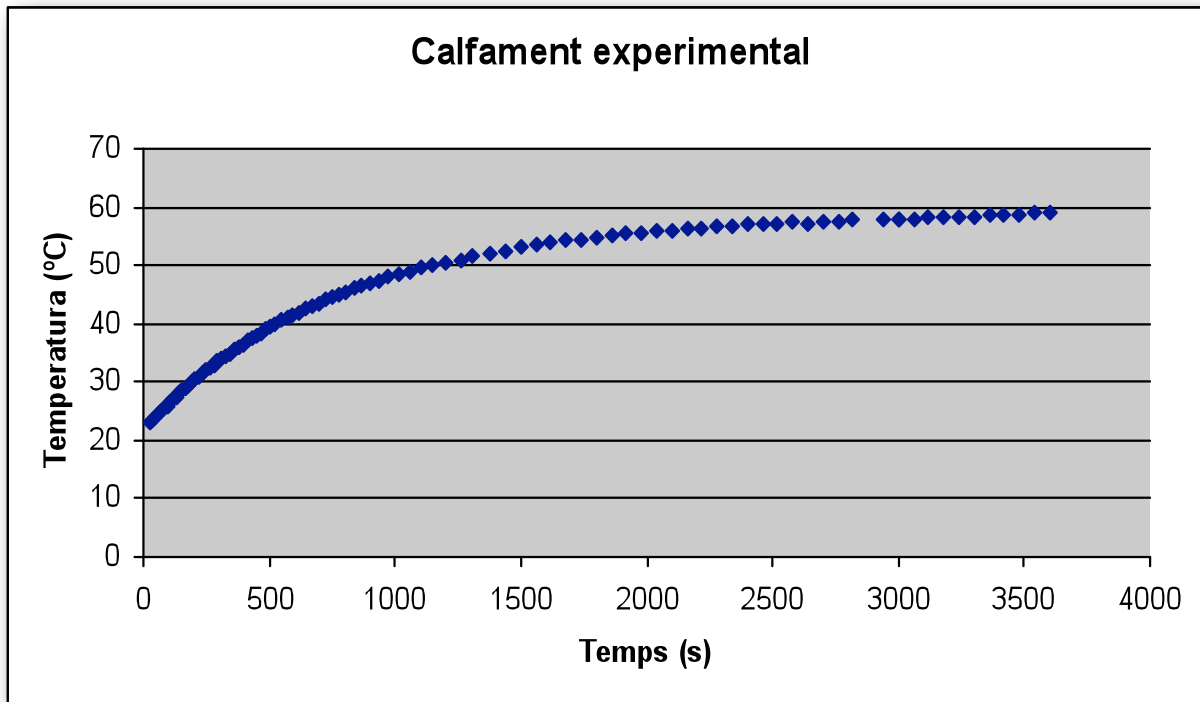
Calfament experimental

Temps (s)	Temperatura (°C)
27	23
37	23,5
48	24
58	24,5
71	25
82	25,5
95	26
105	26,5
117	27
130	27,5
143	28
154	28,5
168	29
180	29,5
194	30
206	30,5
220	31
235	31,5
249	32
264	32,5
280	33
295	33,5
312	34
327	34,5
343	35
361	35,5
379	36
395	36,5
415	37
429	37,5
449	38

467	38,5
488	39
507	39,5
521	40
551	40,5
572	41
595	41,5
619	42
645	42,5
672	43
700	43,5
726	44
752	44,5
780	45
806	45,5
842	46
868	46,5
902	47
939	47,5
975	48
1015	48,5
1057	49
1101	49,5
1151	50
1199	50,5
1259	51
1310	51,5
1380	52
1440	52,5
1500	53
1560	53,4
1620	53,8
1680	54,2

1740	54,5
1800	54,8
1860	55,1
1920	55,4
1980	55,7
2040	55,9
2100	56
2160	56,3
2220	56,4
2280	56,6
2340	56,8
2400	56,9
2460	57
2520	57,1
2580	57,3
2640	57
2700	57,5
2760	57,6
2820	57,7
3000	57,8
2940	57,9
3000	57,9
3060	58
3120	58,1
3180	58,2
3240	58,3
3300	58,3
3360	58,5
3420	58,6
3480	58,8
3540	58,9
3600	59,1

Si representem les dades anteriors en una gràfica de la forma $T = f(t)$, tenim com a resultat:



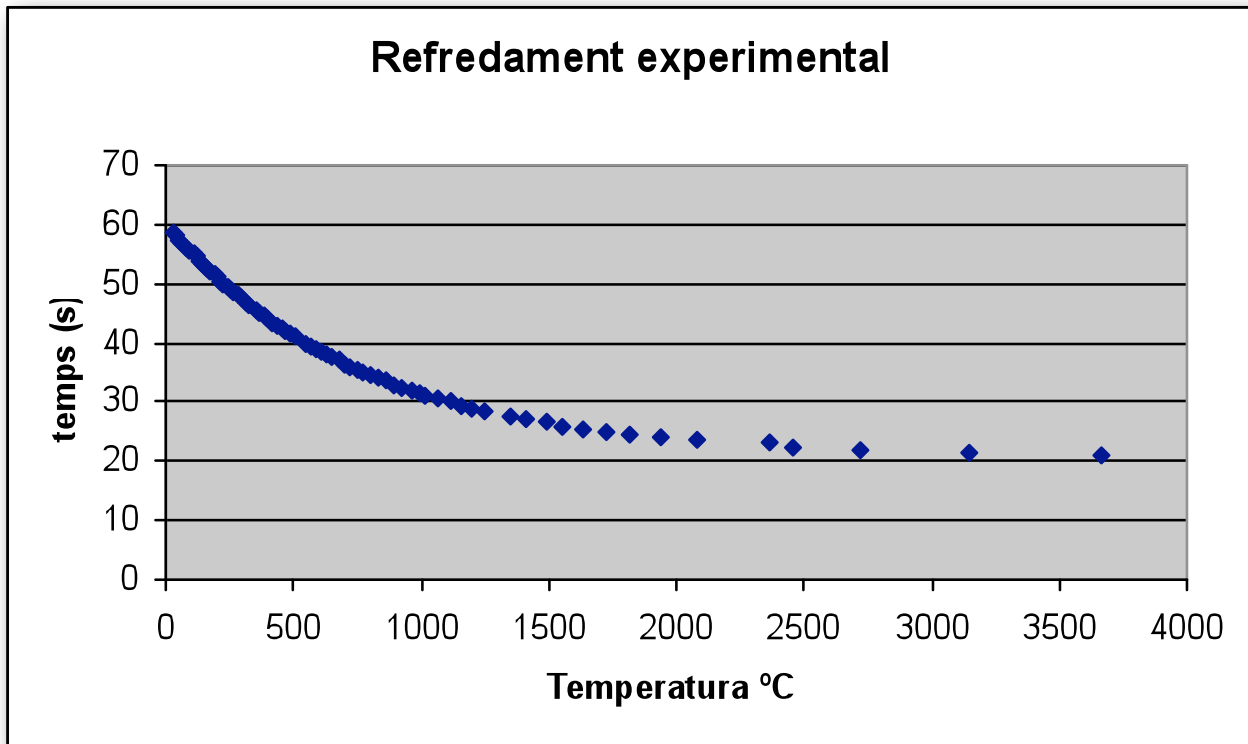
A simple vista podem observar com la temperatura, al principi, augmenta de manera molt ràpida en els primers instants i, a mesura que va passant el temps, l'augment va fent-se més suau fins arribar a una temperatura estacionària.

Refredament experimental

Temps (s)	Temperatura (°C)
58,5	30
58	45
57,5	50
57	60
56	82
55,5	92
55	109
54,5	117
54	127
53,5	140
53	150
52,5	165
52	175
51,5	188
51	200
50,5	212
50	226
49,5	242
49	254
48,5	269
48	282
47,5	296
47	310
46,5	326
45,5	354
45	370
44,5	385
44	400
43,5	417
43	436
42,5	453
42	472
41,5	491
41	511
40	549
39,5	568

39	590
38,5	611
38	632
37,5	654
37	676
36,5	699
36	723
35,5	750
35	776
34,5	804
34	833
33,5	866
33	895
32,5	928
32	960
31,5	996
31	1017
30,5	1071
30	1113
29,5	1158
29	1202
28,5	1252
27,5	1354
27	1413
26,5	1490
26	1553
25,5	1633
25	1722
24,5	1822
24	1937
23,5	2086
23	2365
22,5	2460
22	2724
21,5	3148
21,2	3660

De la mateixa manera que hem fet abans, representarem les dades mesurades en una gràfica $T = f(t)$ per tal de veure l'evolució del sistema des d'una altra perspectiva més il·lustrativa:



En aquest cas, podem veure que ocorre el mateix que en el calfament però a "l'inrevés", és a dir, la temperatura, en els primers instants, descendeix de manera ràpida i, a mesura que transcorre la pràctica, aquest descens es fa menys abrupte fins que arriba a una condició d'equilibri.

Càlculs

Després d'obtenir les dades i d'haver representat les gràfiques que mostren com canvia la temperatura en funció del temps (al calfar-se i al refredar-se) de manera experimental, anem a calcular com haguera hagut de variar de manera teòrica. Per fer això, calcularem les diferents temperatures a partir de l'equació següent:

$$T = (T_G + T_I) - (T_G + T_I - T_o) \exp(-t / \tau)$$

sent:

$$T_G = q / (Q_L c_p \rho) \quad ; \quad \tau = V_o / Q_L$$

$$Q_L = 22.56 \text{ l/h} = 6.277 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T_I = 21 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_o = 22.5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$q = 1029 \text{ W}$$

$$c_p = 4180 \text{ J/Kg K}$$

$$\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

Després d'haver calculat la variació teòrica de la temperatura, comprovarem que haguera passat si el cabal haguera sigut modificat un 50% (augmentant-lo i disminuint-lo). Per fer això també utilitzarem l'expressió anterior, però canviant el terme Q_L en cada cas.

Les dades calculades teòricament es recullen en les següents taules i gràfiques.

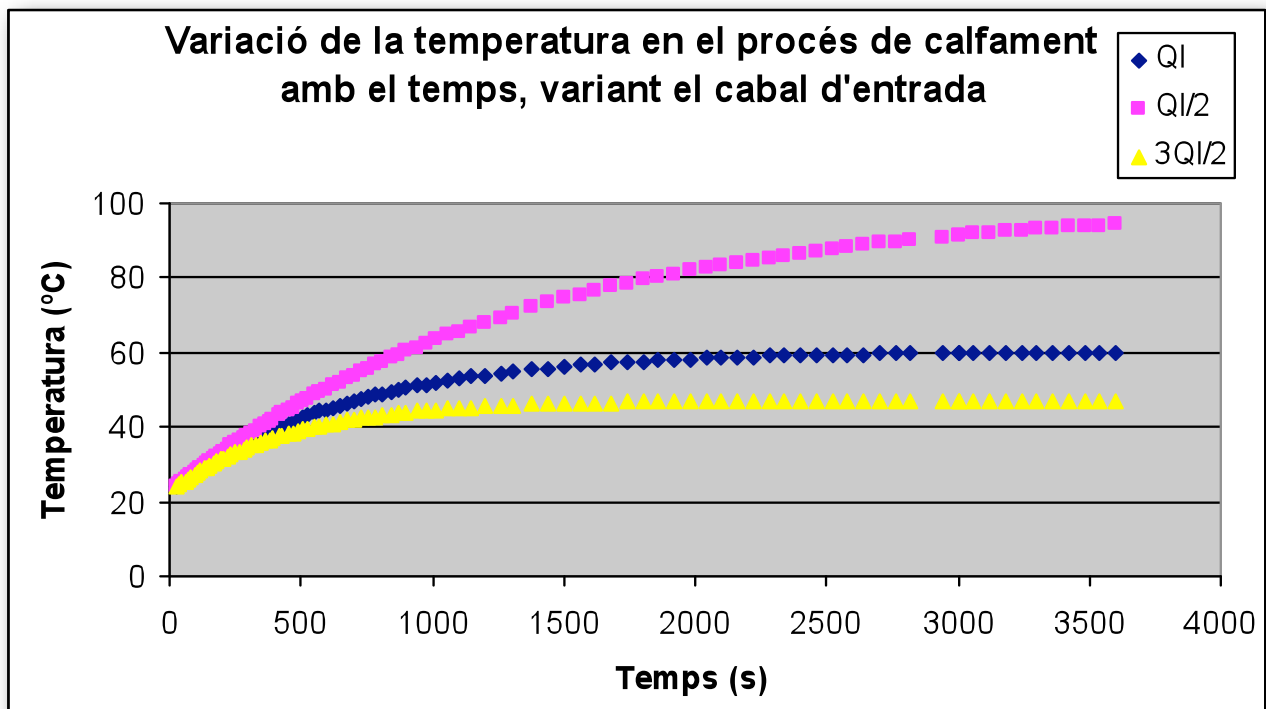
Calçament teòric

temps (s)	temps (s)	Temperatura' QI'=QI/2	Temperatura' QI'=3QI/2
27	27	24,03676783	23,94764114
37	37	24,59812725	24,4619792
48	48	25,21080221	25,01460594
58	58	25,76343092	25,50531713
71	71	26,47570894	26,12703266
82	82	27,07303073	26,63914657
95	95	27,77266241	27,22833131
105	105	28,30623986	27,67002176
117	117	28,94129771	28,18715881
130	130	29,62288821	28,7319294
143	143	30,29789682	29,26106994
154	154	30,8639642	29,69692882
168	168	31,57772405	30,23635459
180	180	32,18360959	30,6854489
194	194	32,88365095	31,1943653
206	206	33,47789135	31,61805929
220	220	34,16447789	32,0981919
235	235	34,89218787	32,59618768
249	249	35,56407197	33,04613164
264	264	36,2761989	33,51281561
280	280	37,02706382	33,99363341
295	295	37,72290183	34,42902005
312	312	38,50215708	34,90509838
327	327	39,18157143	35,31037803
343	343	39,89794427	35,72793183
361	361	40,69370305	36,18014007
379	379	41,47884175	36,61448354
395	395	42,16794181	36,98614022
415	415	43,01782393	37,43237135
429	429	43,60523726	37,73305286
449	449	44,43382198	38,14657097
467	467	45,16904558	38,50322938
488	488	46,01441415	38,90156206
507	507	46,76793661	39,24616804
521	521	47,3163653	39,4908691
551	551	48,4724476	39,99009574

temps (s)	temps (s)	Temperatura' Ql'=Ql/2	Temperatura' Ql'=3Ql/2
572	572	49,26643906	40,32012705
595	595	50,12188688	40,66422055
619	619	50,99900769	41,00487194
645	645	51,93165681	41,35382629
672	672	52,88120877	41,69532757
700	700	53,84592344	42,02833014
726	726	54,72385474	42,31939873
752	752	55,58491216	42,59400478
780	780	56,49370584	42,87239042
806	806	57,32074666	43,11571983
842	842	58,43970285	43,43008339
868	868	59,22934154	43,64187025
902	902	60,23909123	43,9008542
939	939	61,30920674	44,16116422
975	975	62,32241448	44,39455756
1015	1015	63,41672507	44,63274462
1057	1057	64,53112375	44,86090985
1101	1101	65,66171706	45,07800521
1151	1151	66,90220756	45,30008605
1199	1199	68,05030403	45,49112045
1259	1259	69,42877076	45,70277308
1310	1310	70,55289346	45,86161959
1380	1380	72,0277592	46,05211182
1440	1440	73,23202278	46,19323536
1500	1500	74,38354246	46,31661653
1560	1560	75,4846283	46,42448594
1620	1620	76,53748918	46,51879377
1680	1680	77,54423723	46,60124501
1740	1740	78,5068921	46,67333029
1800	1800	79,42738495	46,73635286
1860	1860	80,30756239	46,79145208
1920	1920	81,14919014	46,83962411
1980	1980	81,95395658	46,88173984
2040	2040	82,72347615	46,91856069
2100	2100	83,45929257	46,95075234
2160	2160	84,16288198	46,97889678
2220	2220	84,83565583	47,00350284
2280	2280	85,47896377	47,02501538
2340	2340	86,09409634	47,0438233

temps (s)	temps (s)	Temperatura' $Ql'=Ql/2$	Temperatura' $Ql'=3Ql/2$
2400	2400	86,68228756	47,06026666
2460	2460	87,24471739	47,07464272
2520	2520	87,78251412	47,08721138
2580	2580	88,29675663	47,09819989
2640	2640	88,78847652	47,1078069
2700	2700	89,25866025	47,11620609
2760	2760	89,70825104	47,12354932
2820	2820	90,13815081	47,12996934
3000	3000	91,31814103	47,14477971
2940	2940	90,94228922	47,14048944
3000	3000	91,31814103	47,14477971
3060	3060	91,67753143	47,1485306
3120	3120	92,02118137	47,15180992
3180	3180	92,34978025	47,15467695
3240	3240	92,66398728	47,15718354
3300	3300	92,96443278	47,15937499
3360	3360	93,25171948	47,16129093
3420	3420	93,5264237	47,16296599
3480	3480	93,78909652	47,16443046
3540	3540	94,0402649	47,16571081
3600	3600	94,28043269	47,1668302

Si representem totes les dades en una mateixa gràfica obtenim el següent:



Podem veure com la corba teòrica és pràcticament igual a l'experimental. D'altra banda, apreciem que, a l'augmentar el cabal, la temperatura estacionària disminueix i viceversa. Això té lògica perquè el cabal d'entrada es troba a una temperatura de 21°C.

Refredament teòric

Aplicarem el mateix criteri que abans per tal de calcular les temperatures de refredament teòriques i les que resulten al modificar el cabal un 50%.

$$T_o = 59.1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$Q_L = 22.56 \text{ l/h} = 6.277 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T_i = 21 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$q = 1029 \text{ W}$$

$$c_p = 4180 \text{ J/Kg k}$$

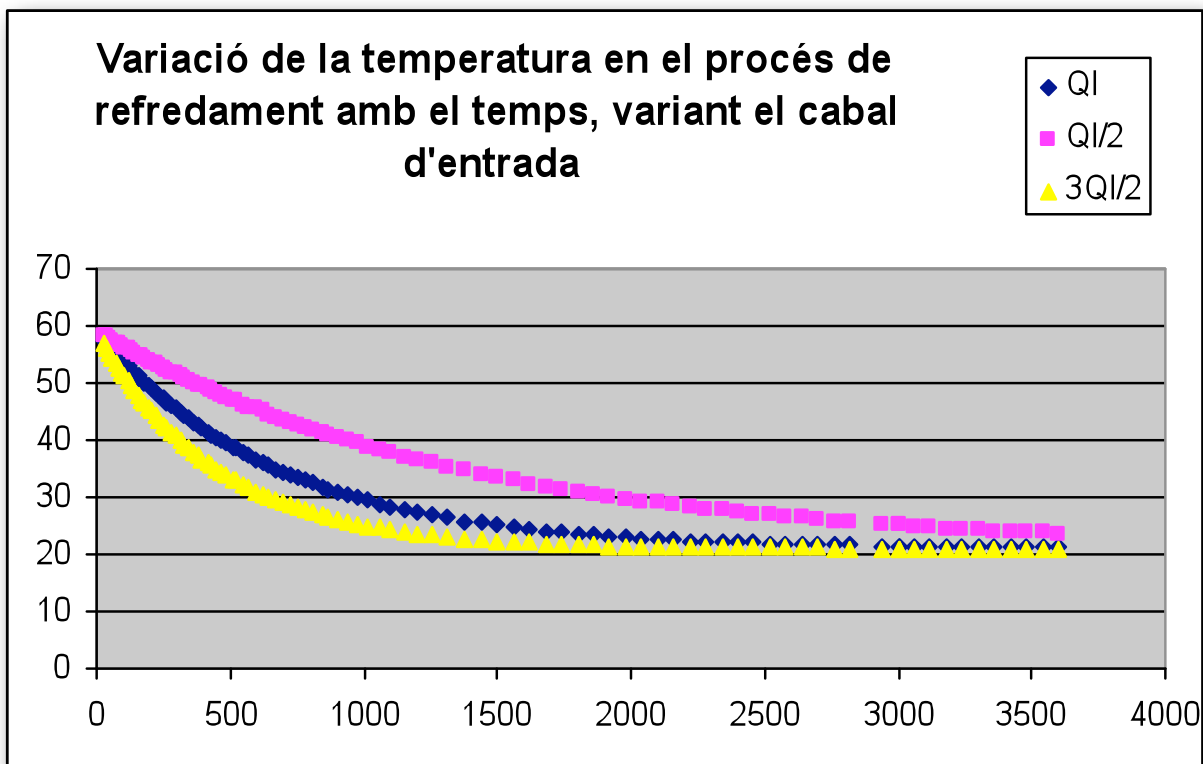
$$\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

Tenim:

temps (s)	Temperatura	Temperatura' Ql'=Ql/2	Temperatura' Ql'=3Ql/2
27	57,5948361	58,33983468	56,86470154
37	57,052585	58,06215711	56,07051366
48	56,4653846	57,7590962	55,21720432
58	55,9398694	57,48573729	54,45949861
71	55,2683239	57,13340752	53,49950948
82	54,7101843	56,83794109	52,70875588
95	54,0622733	56,49186687	51,79899745
105	53,5723667	56,2279317	51,11698451
117	52,9940515	55,91379905	50,31847471
130	52,3791247	55,57664893	49,47729603
143	51,7760168	55,24275455	48,66025167
154	51,2747576	54,96274818	47,98724325
168	50,6485815	54,60968543	47,1543175
180	50,1221775	54,30998291	46,46087229
194	49,5198403	53,96370604	45,67505597
206	49,0134769	53,66976382	45,02083131
220	48,4340711	53,3301424	44,27945996
235	47,8265711	52,97017919	43,51050613
249	47,2717142	52,63783036	42,81574898
264	46,6899534	52,28557533	42,09514361
280	46,0836009	51,91415848	41,35271427
295	45,5281497	51,5699608	40,68043503
312	44,9134928	51,18450061	39,94532386
327	44,3839525	50,84842693	39,31953274
343	43,8320279	50,49407165	38,67478914
361	43,2266685	50,10044796	37,97653573
379	42,6373595	49,71207751	37,30586724
395	42,1266592	49,37121278	36,73199324
415	41,5052011	48,95081686	36,04296907
429	41,0810898	48,66025167	35,57868763
449	40,4903881	48,25039056	34,94017552
467	39,9736276	47,88671072	34,38946031
488	39,3880316	47,46854745	33,77439598
507	38,8737957	47,09581604	33,2422909
521	38,50411	46,82453467	32,86444871
551	37,7374713	46,25267623	32,09359432
572	37,2208913	45,85992674	31,58399393
595	36,6733886	45,43677775	31,05268017
619	36,1217743	45,00290816	30,52668135

temps (s)	Temperatura	Temperatura' $QI'=QI/2$	Temperatura' $QI'=3QI/2$
645	35,5460783	44,54157139	29,98786196
672	34,9714265	44,07187359	29,46055084
700	34,3994583	43,59467552	28,94636254
726	33,8893321	43,16040503	28,49692438
752	33,3986266	42,73448123	28,07290598
780	32,8910464	42,2849446	27,64305153
806	32,4383463	41,87584718	27,2673273
842	31,8398436	41,32235324	26,78191944
868	31,4271636	40,93175687	26,45489997
902	30,9111178	40,43228214	26,05500362
939	30,3785149	39,90294734	25,65305967

De la mateixa manera que abans, col·loquem totes les dades en una mateixa gràfica per poder veure amb més claredat l'evolució del sistema:



En aquest cas, la curva teòrica també coincideix pràcticament amb l'experimental. El fet d'augmentar o disminuir el cabal d'entrada només afecta a la velocitat de refredament, ja que la T_{est} és en els 3 casos la mateixa. Això té sentit perquè la T_{est} coincideix amb la temperatura en què es troba l'aigua del cabal d'entrada.

Conclusions obteses

En resum, en aquesta pràctica hem tractat els balanços d'energia d'una manera senzilla i il·lustrativa. Per fer això hem utilitzat un dispositiu que consta d'un tanc adiabàtic perfectament agitat amb sistema de calefacció de resistències elèctriques i sistema de rebossament que manté el volum constant.

Hem pogut comprovar que, tant en el procés de calfament com en el de refredament, la temperatura canvia molt bruscament en els primers instants i, a mesura que passa el temps, el canvi es va suavitzant fins arribar a una temperatura estacionària.

Posteriorment, hem calculat les temperatures teòriques i ens hem percatat que coincideixen pràcticament amb les obteses experimentalment. Les petites desviacions que hem vist poden ser degudes, en principi, a que el cabal ha sofert petites variacions durant la pràctica, en lloc de mantindre's constant.

Una altra observació de gran interès és la que hem obtés al calcular les temperatures teòriques, però variant el cabal d'entrada en un 50%:

A l'hora de refredar-se, la temperatura estacionària era en els tres casos la mateixa (coincidia amb la temperatura del cabal d'entrada). L'únic que canviava era la velocitat en què es produïa el refredament, augmentant si el cabal era major i disminuint si era menor.

Per contra, en el procés de calfament, la temperatura estacionària varia si modifiquem el cabal: augmenta si minvem el cabal i disminueix si el cabal es creix. Això s'explica perquè el cabal, a l'estar més fred "s'oposa" al calfament. Si augmentem la quantitat d'aigua freda que entra al tanc, la temperatura estacionària sempre serà menor. D'altra banda, si el cabal és menor, l'aigua de l'interior del tanc es vorà menys impedita a augmentar la temperatura, cosa que farà que la temperatura estacionària que assoleixca siga major.

Finalment, i ja per acabar, només queda dir que els resultats obtesos concorden amb els que esperàvem tindre, cosa que ens indica que la pràctica s'ha realitzat correctament.