

# Qüestions de normalització d'ones planes

Felip Alàez Nadal

13 de novembre de 2005

Les ones planes solen jugar un paper fonamental a l'ensenyament de la física quàntica. Només cal recordar que l'expressió de De Broglie sol referir-se a ones planes. Però compleixen les ones planes les condicions necessàries per a ser funcions d'ona quàntiques?

Una primera condició que han de complir les funcions d'ona és que la integral del seu quadrat al llarg de tot l'espai siga finita. Açò equival a dir que la probabilitat de trobar la partícula que tenen associada, a tot l'espai, és finita, la qual cosa és raonable. Si recordem que l'ona plana presenta una dependència espacial del tipus  $\Psi(x) = Ae^{(ikx)}$ , és immediat calcular aquesta integral:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx |\Psi|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dx A^2 = A^2 x \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \infty$$

Tenim, doncs, que una ona plana no confinada a l'espai no pertany a l'espai vectorial de funcions de quadrat integrable, i, per tant, no pot servir-nos.

Comprovem ara que una ona plana confinada a l'espai sí que pertany a dit espai vectorial:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx |\Psi|^2 = \int_{-\infty}^{+a} dx 0 + \int_a^b dx |A|^2 + \int_b^{+\infty} dx 0 = \int_a^b dx A^2 = A^2 x \Big|_a^b = A^2(b-a)$$

Al càlcul anterior s'ha usat que, fora de la regió  $[a,b]$  on és possible trobar la partícula, la probabilitat de trobar-la és zero, per la qual cosa la funció d'ona s'hi ha d'anul·lar.