

## PRÁCTICA N° 8: CICLOS DE HISTÉRESIS DE MATERIALES FERROMAGNÉTICOS. TRANSFORMADORES.

**Objetivos:** Medida de los ciclos de histéresis de un medio ferromagnético, observación de la saturación de la imanación, y medida de la energía de imanación. Manejo de un vatímetro. Caracterización de transformadores

**Material:** Osciloscopio digital e impresor gráfico, autotransformador variable 0-50 V, amperímetro, voltímetro, vatímetro, transformador (bobinas de diferente número de espiras), núcleo ferromagnético laminado de sección  $3,6 \text{ cm}^2$  y longitud media 29 cm, y circuito RC integrador, generador de señal sinusoidal, polímetros, resistencias.

Esta práctica está dividida en dos partes, con montajes diferentes. La primera la dedicaremos a la caracterización de un material ferromagnético, midiendo ciclos de histéresis. La segunda parte la dedicaremos a la caracterización de transformadores.

### 1ª PARTE : Ciclos de histéresis

#### 1. INTRODUCCIÓN

Entre las propiedades de un **medio ferromagnético** cabe destacar:

- Una relación no lineal entre B y H, lo que impide poder utilizar el concepto usual de permeabilidad magnética.
- La posibilidad de obtener campos magnéticos elevados con relativa facilidad, observándose un fenómeno de saturación.
- Una relación B(H) con histéresis, que puede dar lugar a una imanación remanente que permite la construcción de imanes permanentes.

Por ello, cuando se plantea estudiar las características de un medio ferromagnético, lo fundamental es conseguir medir cómo varía el campo magnético B generado en su seno en función del campo H aplicado. Dicha medida da lugar a una gráfica (figura 1) que es la característica B(H) o **ciclo de histéresis** del material.

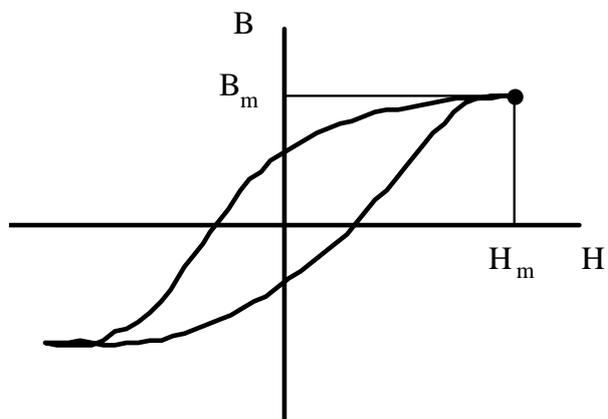


Figura 1

Los parámetros fundamentales que analizaremos a partir de dicha gráfica son:

- Las coordenadas del extremo del ciclo ( $H_m$ ,  $B_m$ ), cuya medida para varios  $H_m$  permite observar la saturación del medio y deducir el máximo valor de la imanación M obtenible.
- El área del ciclo, que resulta ser la energía por unidad de volumen necesaria para imanar y desimanar el material en un ciclo.

## 2. MONTAJE EXPERIMENTAL

Montar el circuito de la figura 2. La corriente alterna (50 Hz) que alimenta la bobina del primario se controla mediante el autotransformador variable de 50 V. Observar que el valor de la intensidad **no debe sobrepasar 0.5 A** para no dañar el vatímetro. Es muy importante no olvidar la resistencia  $R_L = 33 \Omega$ , que sirve para limitar la corriente que circula por el circuito. Esta resistencia debe estar colocada tal y como se muestra en la figura 2, es decir, antes del vatímetro, de manera que no afecte a la lectura del mismo. Se dispone de un amperímetro para medir la intensidad eficaz de alimentación, un voltímetro para medir la ddp eficaz aplicada, y un vatímetro para medir la potencia media consumida por la imanación del material ferromagnético.

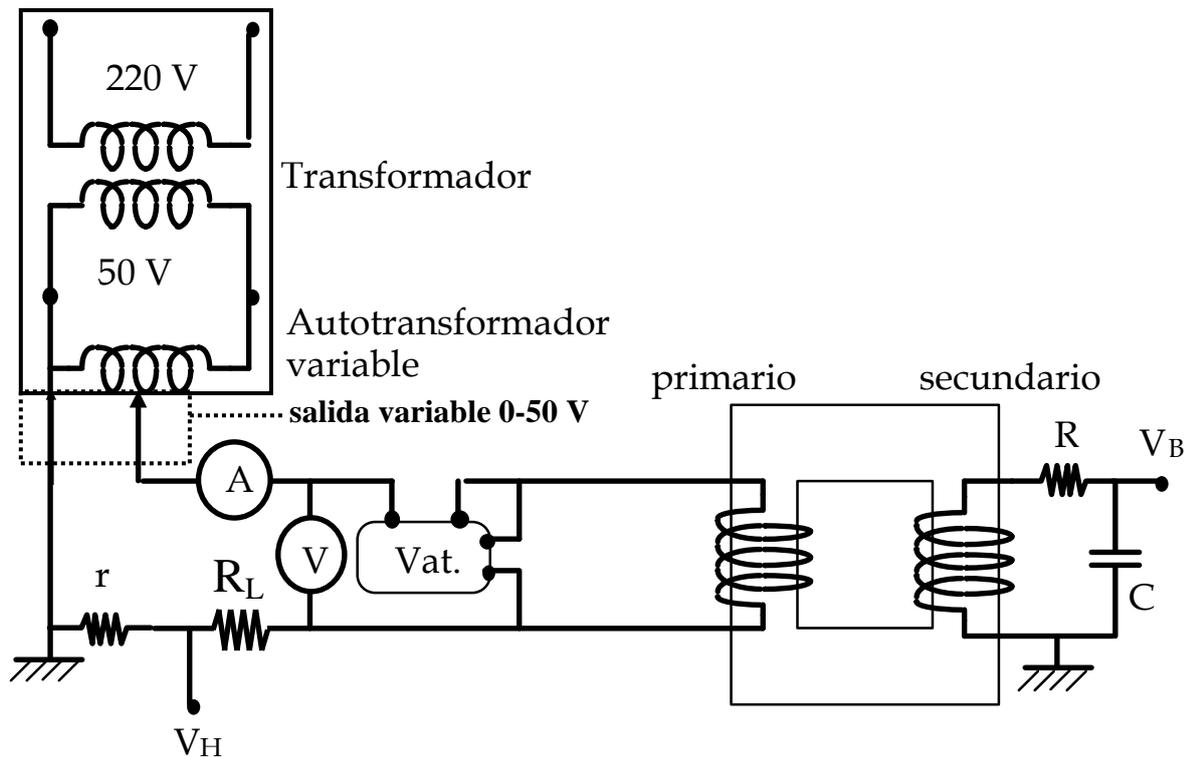


Figura 2

El primario generará un campo  $H$  que seguirá las variaciones de la intensidad aplicada, de acuerdo con la expresión:

$$H(t) = \frac{N_p}{L_m r} V_H(t) \quad ; \quad V_H(t) = r I(t) \quad (1)$$

siendo:  $N_p = 400$ , número de espiras del primario;  $L_m = 29$  cm, longitud media del núcleo ferromagnético y  $r = 1\Omega$  la resistencia para medir  $V_H$ .

El campo  $B$  generado se medirá mediante la tensión  $V_B$  del integrador RC:

$$B(t) = \frac{RC}{N_s S} V_B(t) \quad (2)$$

siendo:  $R = 18$  k $\Omega$ ;  $C = 6,8$   $\mu$ F;  $N_s = 200$ , número de espiras del secundario y

$S = 3,6$  cm<sup>2</sup>, área de la sección transversal del núcleo en el secundario.

Las diferencias de potencial  $V_H$  y  $V_B$  se conectarán al osciloscopio con la configuración XY de forma que correspondan a los ejes X e Y, respectivamente.

Antes de conectar la alimentación comprobar el montaje con un profesor del laboratorio.

### 3. MEDIDAS

Observar en primer lugar la forma de los ciclos de histéresis en la pantalla del osciloscopio, variando la intensidad aplicada (**No sobrepasar en ningún caso 0.5 A**). Centrar con cuidado los ciclos en la pantalla del osciloscopio. Construir la siguiente tabla con una decena de puntos. Imprimir únicamente el ciclo mayor, correspondiente a la corriente máxima (el más próximo a la saturación), de acuerdo con el Apéndice "Osciloscopio digital e impresor gráfico". Leer, así mismo, el Apéndice "Cursores del osciloscopio HM408", y medir  $V_{Hm}$  y  $V_{Bm}$  para cada ciclo, valores que permitirán calcular  $H_m$  y  $B_m$ , respectivamente. Los valores de  $V_{Hm}$  y  $V_{Bm}$  corresponden con las amplitudes de  $V_H(t)$  y  $V_B(t)$  y por lo tanto se medirán en el modo normal (no en el modo XY en el que se visualizan los ciclos), como es habitual a partir de la amplitud de pico a pico y dividiendo por 2.

Número de ciclo	I	V	$V_{H_m}$	$V_{B_m}$	Potencia	Observaciones

Elegir los puntos de la tabla en función del valor de la intensidad de forma que se repartan uniformemente entre 0 amperios y la intensidad máxima (que en todo caso **será inferior a 0.5 A**).

### 4. CUESTIONES

- Calcular a partir de  $V_{Hm}$  y  $V_{Bm}$  los valores  $H_m$  y  $B_m$  (mediante las ecuaciones (1) y (2)), y construir una gráfica de  $B_m$  en función de  $H_m$ . Extrapolar dicha curva para estimar la imanación de saturación del material.
- Representar la potencia consumida en cada ciclo en función de  $B_m$  en escalas logarítmicas, y deducir el coeficiente  $\alpha$  experimental:  $P \propto B_m^\alpha$ , comprobando la validez de esta ecuación fenomenológica.
- Tomar el ciclo mayor y calcular gráficamente su área,  $A$  (ver Apéndice: "Medida gráfica del área del ciclo de histéresis"). Dicha área determina la energía consumida en un ciclo por unidad de volumen del material. Para expresar el área en unidades del sistema internacional ( $J/m^3$ ), habrá que tener en cuenta la relación entre  $H$  y  $V_H$  (ecuación 1), así como la de  $B$  y  $V_B$  (ecuación 2). Así pues, podremos calcular la potencia consumida en el ciclo como:

$$P = A \cdot V \cdot f, \text{ siendo } V \text{ el volumen del núcleo y } f \text{ la frecuencia (50 Hz)}$$

Se puede comprobar la consistencia de este resultado con el valor de la potencia medida con el vatímetro.

## 2ª PARTE : Caracterización de transformadores

### 1. INTRODUCCIÓN

La ley de inducción de Faraday-Lenz establece que la variación temporal de un flujo de campo magnético  $\Phi(t)$  que atraviesa un circuito cerrado genera una fuerza electromotriz inducida  $\varepsilon$  dada por:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

Para una bobina caracterizada por su **autoinducción**  $L$ , el flujo es proporcional a la corriente  $i(t)$  que atraviesa la bobina:  $\Phi(t) = L i(t)$ . Por lo tanto, siguiendo el criterio de signos de la Fig. 1, se tiene que la diferencia de potencial en los bornes de una bobina atravesada por una corriente  $i(t)$  es:

$$v(t) = L \frac{di}{dt} \quad (2)$$

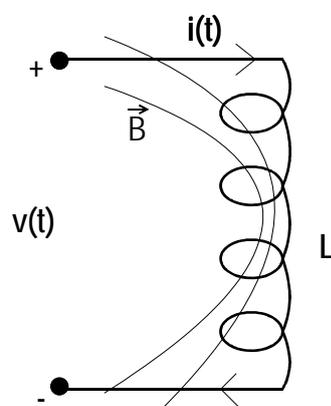


Figura 1

Ahora vamos a estudiar un sistema formado por dos bobinas acopladas (también llamado **transformador**) como se indica en la Figura 2; la bobina 1 se suele denominar **primario**, y la bobina 2 **secundario**. Supongamos que la corriente que circula por la bobina 1 es  $i_1(t)$ , y que por la bobina 2 circula una corriente nula; en este caso, el flujo que atraviesa la bobina 1 es  $\Phi_1=L_1 i_1(t)$ , donde  $L_1$  es la autoinducción de la bobina 1. Si por el secundario circula ahora también una corriente  $i_2(t)$ , algunas de las líneas de flujo que circulan por el secundario enlazarán con el primario, siendo el flujo total que circula por el primario  $\Phi_1=L_1 i_1(t) + M_{12} i_2(t)$ , donde  $M_{12}$  es el **coeficiente de inducción mutua** del flujo generado en el secundario que se acopla con el primario. Análogamente, para el caso general que circulen corrientes por el primario y el secundario, el flujo que atraviesa el secundario será la superposición del flujo debido a su propia autoinducción ( $L_2$ ), sumado al flujo que escape del primario y penetre en el secundario:  $\Phi_2=L_2 i_2(t) + M_{21} i_1(t)$ , donde  $M_{21}$  es el coeficiente de inducción mutua del flujo generado en el primario que se acopla con el secundario. Se puede demostrar que  $M_{12}= M_{21} \equiv M$ . Utilizando las ecuaciones (1) y (2) podemos finalmente escribir las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de un transformador:

$$v_1(t) = \frac{d\Phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (3)$$

$$v_2(t) = \frac{d\Phi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

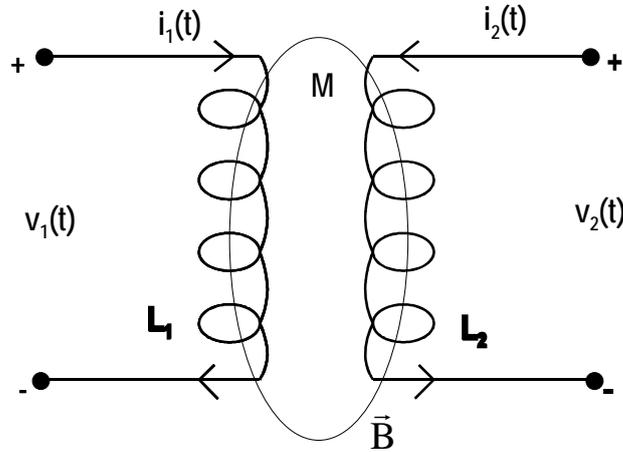


Figura 2

Para medir la cantidad de flujo que se acopla del primario al secundario (o viceversa) se define el **factor de acoplamiento**  $k$  como:

$$k \equiv \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (4)$$

Se puede demostrar que  $0 \leq k \leq 1$ . Si  $k=0$  el acoplamiento entre las dos bobinas es nulo, mientras que si  $k=1$  el acoplamiento es máximo. El factor de acoplamiento depende del número de vueltas de cada bobina, de su geometría, de las propiedades magnéticas del material sobre el que están enrolladas, y de su posición relativa; dicho factor representa una medida de la cantidad de flujo que puede acoplar una bobina a la otra; así, si  $k=1$  la transferencia de flujo es total.

Para el caso de variación temporal armónica las ecuaciones (3) se transforman en:

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \end{aligned} \quad (5)$$

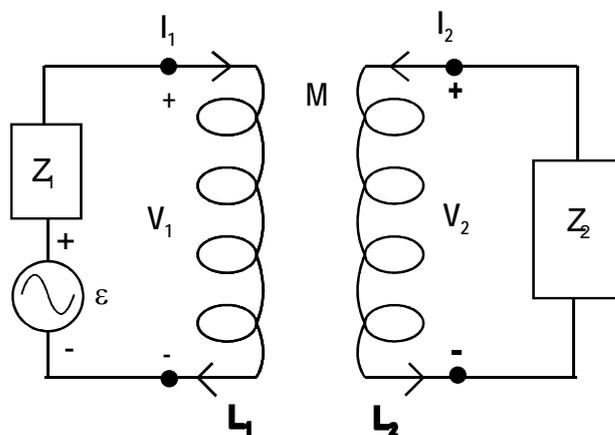


Figura 3

Supongamos que conectamos el primario de un transformador con un generador de corriente alterna y una impedancia en serie  $Z_1$ , y el secundario lo cargamos con una impedancia  $Z_2$ , como se indica en la Figura 3. Combinando las ecuaciones (5), encontramos la relación entre las tensiones y las corrientes en los bornes del transformador:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{j M Z_2}{(M^2 - L_1 L_2)\omega + j L_1 Z_2} \quad (6)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-j \omega M}{Z_2 + j \omega L_2}$$

También es particularmente interesante encontrar la relación entre  $V_1$  e  $I_1$ , que nos permite definir el concepto de **impedancia reflejada**,  $Z_R$ , que es la impedancia que se "ve" desde el primario:

$$V_1 = (j\omega L_1 + Z_R) I_1 ; \quad Z_R \equiv \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2} \quad (7)$$

Para el caso en que el secundario esté en circuito abierto,  $Z_2 \rightarrow +\infty$ , las ecuaciones (6) y (7) se transforman en:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{L_1} ; \quad \frac{I_2}{I_1} = 0 ; \quad Z_R = 0 \quad (8)$$

Definiremos un **transformador ideal** como un sistema de dos bobinas acopladas sin pérdidas con acoplamiento máximo,  $k=1$ , y donde  $L_1 \rightarrow +\infty$ ,  $L_2 \rightarrow +\infty$ , manteniendo la relación  $L_1/L_2$  constante. En este caso de la ecuación (4) se deduce que  $M^2=L_1 L_2$ . Si definimos la **relación de vueltas** entre el primario y el secundario como  $n \equiv N_2/N_1$ , donde  $N_1$  es el número de vueltas del primario, y  $N_2$  es el número de vueltas del secundario, encontramos la relación entre las tensiones y corrientes en los bornes de un transformador ideal a partir de la ecuación (6):

$$\frac{V_2}{V_1} = n ; \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{-1}{n} \quad (9)$$

## 2. MONTAJE EXPERIMENTAL

El montaje experimental de esta práctica consta de un transformador formado por un cuadro de material ferromagnético y dos bobinas (de 400 y 200 espiras), cuyas características están en la Tabla I. También tenemos un generador de señal sinusoidal de frecuencia y amplitud variables, varios polímetros, cables de conexión, un condensador y varias resistencias.

## 3. MEDIDAS

### 3.1 MEDIDA DEL FACTOR DE ACOPLAMIENTO

El objetivo de este apartado es medir el factor de acoplamiento  $k$  de nuestro transformador, conforme el esquema indicado en la Figura 4. Para ello conectaremos el generador de señal en serie con una impedancia resistiva  $Z_1=120\ \Omega$  y con el primario; el secundario lo dejaremos en circuito abierto, con lo que  $Z_2 \rightarrow +\infty$ . Así pues, el voltímetro 1 nos permite medir la tensión  $|V_1|$ , y el voltímetro 2 la tensión  $|V_2|$ . Cambiando la amplitud de la señal del generador podemos variar  $|V_1|$ , y por tanto elaborar una tabla del estilo:

$ V_1 $	$ V_2 $

Para encontrar el factor de acoplo  $k$ , deberemos hacer un ajuste por mínimos cuadrados del cociente  $|V_2|/|V_1|$ , que nos permitirá con la ecuación (8) obtener el coeficiente de inducción mutua  $M$  (ya que  $L_1$  es conocido), y posteriormente obtener  $k$  con la ecuación (4) (ya que  $L_2$  es también conocido). Al menos 6 medidas serán necesarias. Utilizaremos una frecuencia  $f=1000\ \text{Hz}$ .

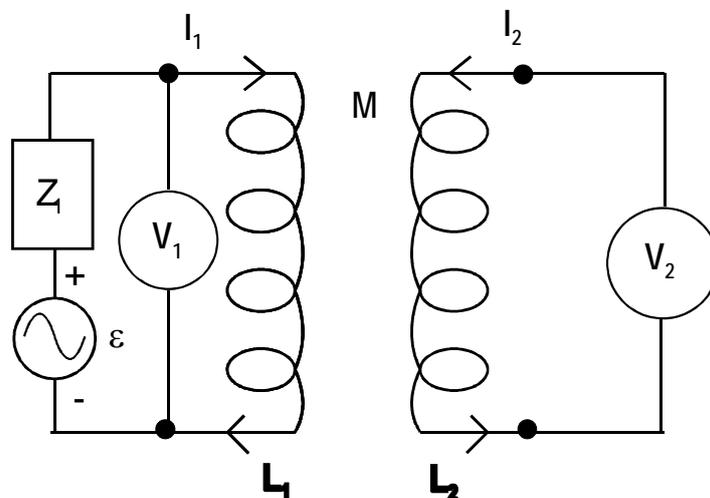


Figura 4

### 3.2 ESTUDIO DE TRANSFORMADORES CARGADOS

En este apartado vamos a estudiar un transformador en el que el secundario está cargado con una impedancia  $Z_2$ , según el esquema de la Figura 5. Mediremos los cocientes  $|V_2|/|V_1|$  y  $|I_2|/|I_1|$ , modificando la amplitud de la señal del generador para cambiar  $V_1$  e  $I_1$ ; al menos 6 medidas serán necesarias. Realizaremos medidas a  $f=1000\text{Hz}$ , con  $N_1=400$  y  $N_2=200$ , y  $Z_1=120\ \Omega$  y  $Z_2=1\ \text{K}\Omega$ .

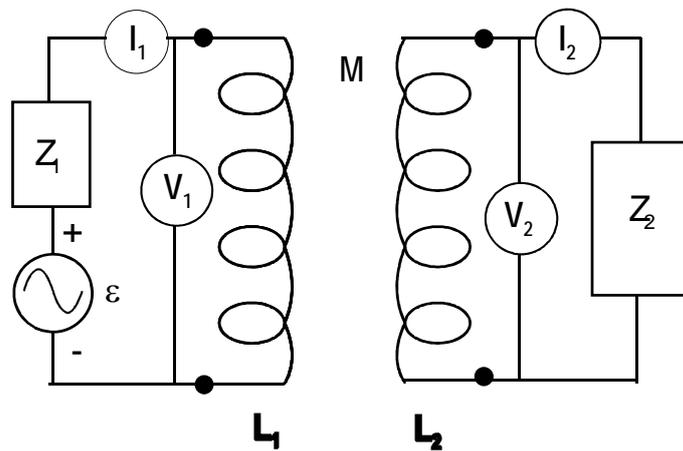


Figura 5

### 4. CUESTIONES

- A la vista del factor de acoplamiento  $k$  encontrado en el apartado 3.1, ¿se aleja mucho el comportamiento del transformador estudiado con el caso ideal?
- En el estudio del transformador cargado (apartado 3.2), comparar las medidas realizadas con las ecuaciones (6).

TABLA I: CARACTERÍSTICAS DE LAS BOBINAS

Número de espiras	Resistencia ( $\Omega$ )	Autoinducción (mH) (en vacío)	Autoinducción (mH) (con núcleo ferromagnético)
200	0.6	0.67	9.0
400	2.2	3.2	42.9

## APÉNDICE: OSCILOSCOPIO DIGITAL E IMPRESOR GRÁFICO

Un osciloscopio digital funciona esencialmente como uno analógico, con la posibilidad extra de congelar la imagen dado que la misma puede memorizarse. Los controles suplementarios de que dispone el osciloscopio digital HM 408 son:

- STOR: activa la digitalización de la señal: 200 puntos/div.
- DOT J: activa la unión entre puntos consecutivos mediante una línea recta.
- SINGLE: al activar esta función el osciloscopio graba la señal sincronizada con un disparo del barrido interno y la muestra en pantalla; cada vez que se pulsa el control RESET se borra la señal y se graba una nueva. Si este control está desactivado, entonces automáticamente se graban las señales de forma consecutiva.
- HOLD: congela la imagen del canal I y/o II.

En relación al impresor gráfico, deben seguirse las siguientes instrucciones:

- 1) Encender la impresora. Una vez encendida no debe apagarse hasta finalizar la práctica, para evitar la repetición innecesaria del autotest.
- 2) Activar al función "STOR" del osciloscopio, si estaba desactivada, y dejarla activa durante toda la práctica.
- 3) Ajustar las escalas de los ejes verticales para que el tamaño del ciclo sea lo más grande posible sin salirse del cuadrado central 8x8 de la pantalla, manteniendo dichas escalas en su posición de "calibradas".
- 4) Imprimirlo pulsando el mando "PRINT" del impresor gráfico. Anotar en el papel los comentarios necesarios para su identificación, en particular y si no salen automáticamente, los valores de las escalas vertical y horizontal.

## APÉNDICE: CURSORES DEL OSCILOSCOPIO HM408

Los controles de los cursores están ubicados debajo de la pantalla. Estos cursores no funcionan en la configuración XY, por ello es necesario pasar a la configuración normal, para poder hacer medidas con los cursores. Los controles del modelo HM408 son los siguientes:

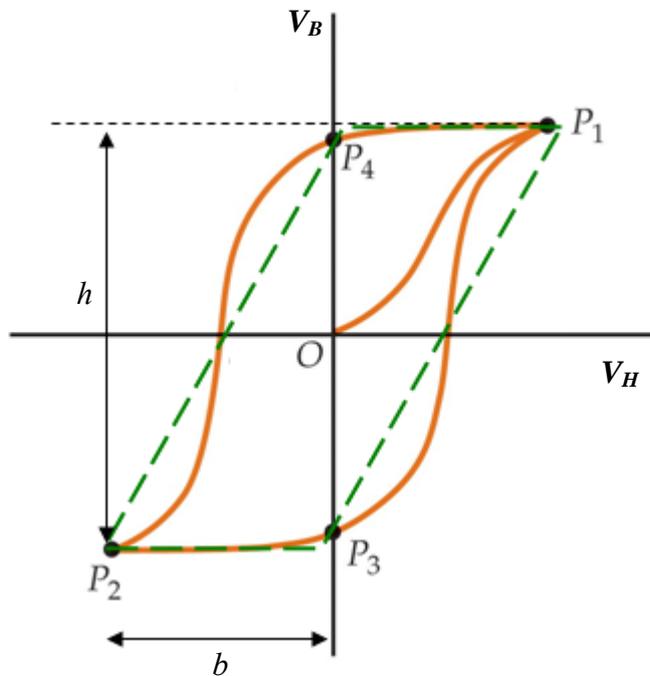
- READOUT: activa los cursores y controla su intensidad luminosa.
- $\Delta t$ : activa la opción "cursores para medir tiempos".
- $\Delta U$ : activa la opción "cursores para medir ddp".
- $\langle \uparrow \downarrow \rangle$ CURSOR: controles para desplazar los cursores.
- TRACK: activa y desactiva el movimiento conjunto de ambos cursores controlados por los cursores marcados I.

En esta práctica utilizaremos los cursores para medir los valores  $V_{Hm}$  y  $V_{Bm}$ . Para ello se pueden seguir los siguientes pasos:

- 1) Una vez que se tenga en la pantalla el ciclo deseado, se imprimirá y si se desea se podrá memorizar ("congelar la imagen") utilizando las teclas HOLD I y II.
- 2) Desconectando la configuración XY, se obtendrá  $V_H(t)$  y  $V_B(t)$ .
- 3) Se conectarán los cursores  $\Delta U$  y se desplazarán hasta ajustarlos con los extremos superior e inferior de la señal del canal I. Ajustaremos el control CH I/II para medir en la pantalla  $\Delta U1$  que corresponderá a  $2V_{Bm}$ .
- 4) Conmutaremos ahora el control CH I/II al canal II y ajustaremos los cursores a los extremos de la señal del canal II, midiendo así  $\Delta U2$  que será  $2V_{Hm}$ .
- 5) Volver a la configuración XY.

## APÉNDICE: MEDIDA GRÁFICA DEL ÁREA DEL CICLO DE HISTÉRESIS

Para evaluar de forma gráfica el área del ciclo, basta con dibujar un paralelepípedo como el que muestra la figura, haciendo que el área dentro y fuera del paralelepípedo sean aproximadamente iguales. El área del ciclo se puede aproximar por la del paralelepípedo, midiendo la base ( $b$ ) y la altura ( $h$ ).



Tanto  $b$  como  $h$  tendrán unidades de tensión (voltios), con valores que dependerán de las escalas horizontal y vertical, respectivamente. Para convertir el área en unidades del S.I. (energía por unidad de volumen,  $J/m^3$ ), hay que pasar  $b$  a unidades de  $H$  (ecuación 1) y  $h$  a unidades de  $B$  (ecuación 2).

# 9.5 PRÁCTICA 8 - CICLO DE HISTÉRESIS, TRANSFORMADORES: 11-02-2010

## PARTE A:

Vatímetro  $\rightarrow$  unipolo en aguja

(2) Montamos el circuito indicado en el quión para medir el ciclo de histéresis con el osciloscopio. Para ello, tomamos medidas de intensidad, voltaje  $V_H$  y potencia en el circuito primario, y de voltaje  $V_B$  en el circuito secundario (donde se induce corriente), que es un circuito integrador RC. Para acoplar el circuito disponemos de un núcleo ferro magnético que conecta las dos bobinas.  $V_H$  y  $V_B$  dependen de  $H$  y  $B$  linealmente, con lo que en el modo x-y del osciloscopio se podrá analizar el ciclo de histéresis.

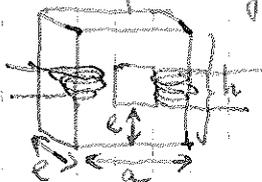
Las características del material empleado son:

Resistencia	Diámetro	Nominal	Código	Capacidad del condensador
$R_1 (\Omega)$	$1,3 \pm 0,1$	1	$1,0 \pm 5\%$	$C = 6,8 \mu F$ (valor nominal), K10
$R_2 (\Omega)$	$120,7 \pm 1,2$	120	$120 \pm 5\%$	Datos
$R_3 (\Omega)$	$1000 \pm 10$	1000	$1000 \pm 5\%$	
$R_C (\Omega)$	$18400 \pm 120$		del circuito RC	$0,25 A - 23,5 \Omega - 15 mH$
$R_L (\Omega)$	$32,8 \pm 0,3$	33		$0,5 A - 5,9 \Omega - 4,5 mH$
$R_{bp} (\Omega)$	$2,6 \pm 0,4$	2,2	} bobina primaria	(30-60-1)
$R_{bs} (\Omega)$	$0,9 \pm 0,1$	0,6		

Lo Por tanto, los valores experimentales son consistentes con los nominales

Características del núcleo ferromagnético:

$h = 102 \pm 1 \text{ mm}$   
 $a = 83 \pm 1 \text{ mm}$   
 $e = 19 \pm 1 \text{ mm}$



Las bobinas ocupan el lado largo.

$L_m$ : longitud media = 23 cm (quión)

Dimensiones de las bobinas: (en mm)	$l$	$h_{ext}$	$h_{int}$	$l_{ext}$	$N$	$L$ (mH)	$L_m$ (mH)
Primaria	$40 \pm 1$	$35 \pm 1$	$21 \pm 1$	$38 \pm 5$	400	3,2	42,9
Secundaria	$40 \pm 1$	$35 \pm 1$	$21 \pm 1$	$35 \pm 5$	200	0,67	9

$\rightarrow$  por no disponer de pic de rey

$N, L, L_m$ : valores nominales/tabulados.

Comparando  $L$  y  $L_m$  podemos deducir la permeabilidad relativa del núcleo ferromagnético  $\mu_{rel} \approx 13,4$

Superficie (sección transversal del núcleo en el secundario):

$S_s = 3,6 \text{ cm}^2$  (quión)  $\rightarrow S_s(\text{exp}) = e^2 = 3,6 \pm 0,4 \text{ cm}^2$   $\rightarrow$  Valores con parte íntera  
 $V_T = 104,4 \text{ cm}^3$   $\rightarrow V_T(\text{exp}) = 106 \pm 13 \text{ cm}^3$   $\rightarrow L_{m(\text{exp})} = 23,1 \pm 6 \text{ cm}$

3. Realizamos las medidas en función de la intensidad, que espaciamos uniformemente entre 0 y  $I_{max} = 0,47 \text{ A}$  ( $< 0,5 \rightarrow$  límite no sobrepasar!)

Obtenemos la siguiente tabla de valores:

Tabla 1 - Medida del ciclo de histéresis:

$I \text{ (A)}$	$V \text{ (V)}$	$2V_{Hm} \text{ (mV)}$ ② X	$2V_{Bm} \text{ (mV)}$ ② Y	$P \text{ (W)} \pm 0,2$	Observaciones
$0,0514 \pm 0,0005$	$1,63 \pm 0,02$	$157,6 \pm 0,2$	$41,6 \pm 0,4$	0,0	No se ve ciclo
$0,1010 \pm 0,0010$	$4,79 \pm 0,05$	$304 \pm 2$	$138,4 \pm 0,4$	0,4	
$0,1500 \pm 0,0015$	$9,67 \pm 0,10$	$444 \pm 4$	$300 \pm 2$	1,4	
$0,203 \pm 0,002$	$16,0 \pm 0,2$	$612 \pm 4$	$508 \pm 4$	3,8	
$0,251 \pm 0,003$	$21,3 \pm 0,2$	$776 \pm 4$	$688 \pm 4$	6,2	
$0,302 \pm 0,003$	$26,3 \pm 0,3$	$960 \pm 8$	$730 \pm 20$	9,2	Imagen $V_{Bm}$ variable (bucle)
$0,351 \pm 0,004$	$30,4 \pm 0,3$	$1152 \pm 8$	$928 \pm 8$	12,0	
$0,401 \pm 0,004$	$33,7 \pm 0,3$	$1344 \pm 8$	$1008 \pm 8$	14,6	
$0,451 \pm 0,005$	$36,3 \pm 0,4$	$1568 \pm 8$	$1096 \pm 8$	17,0	
$0,470 \pm 0,005$	$37,3 \pm 0,4$	$1660 \pm 20$	$1120 \pm 8$	17,8	

$I$  y  $V$  se miden con multímetros, al que asignamos un error del 1%.

$P$  se mide con un vatímetro analógico, y asignamos el error de sensibilidad como incertidumbre de la medida.

$2V_{im}$  es la amplitud de pico a pico para cada canal medida en el modo normal mediante los cursores. Cabe señalar que la incertidumbre se estima teniendo en cuenta las variaciones de la medida donde no se aprecia variación visible en la posición de los cursores. (Por ejemplo, para  $I \approx 0,3 \text{ A}$ , la señal era inestable en  $V_B$ , por lo que asignamos mayor error).

La figura del ciclo en el modo x-y varía según la intensidad. A bajísima intensidad, no se reproduce el ciclo. Al medirla que vamos subiendo  $I$ , se forma un ciclo estrecho y simétrico (como un pínón  $\Delta$  o una pepita de melón inclinada). Posteriormente pierde algo de simetría y se hace más ancho (como un limón  $\text{D}$ ) y a la intensidad más alta ya adquiere el aspecto de doble cig-moide (como se aprecia en la Figura 1).

Slope! → pulcamos para por el lado del terreno (no al mag. → magnet.)

DATE: 01-01-1990  
TIME: 01:09:47

SIGNALPARAMETER:

CH1 - VOLTS/DIV: = 0.20  
CH2 - VOLTS/DIV: = 0.20  
TIMEBASE-SEC/DIV: XY-MODF  
TRIGGERLEVEL CH2: = 0.01  
PRETRIGGER  
DELTA CURSOR : OFF  
ADD CH1,CH2 : OFF

PRINTERPARAMETER:

ZOOMRANGE - CH1: 0-9  
ZOOMRANGE - CH2: 0-9  
HARDCOPY SOURCE : HM 46°

REMARKS:

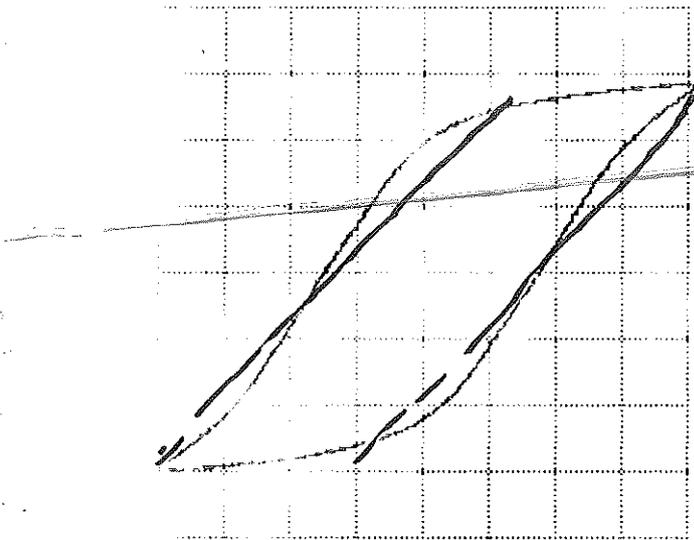


Figura 1 - Ciclo de histéresis para  $I = 0,470 \pm 0,005A$ .  
Eje horizontal:  $V_{Hm}$ , vertical:  $V_{Bm}$

Cabe señalar que el ciclo no está perfectamente centrado pese a que se centró con precisión con la toma de tierra (GND), lo que puede deberse a que la variación sinusoidal no es perfecta.

las ecuaciones  $H = \frac{N_p}{L} \cdot V_H$ ,  $B = \frac{RC}{1+s} V_B$

4a) Mediante la Tabla 1 obtenemos una serie de valores  $H_m$ ,  $B_m$  que se detallan en la tabla 4ab y se representan a continuación:

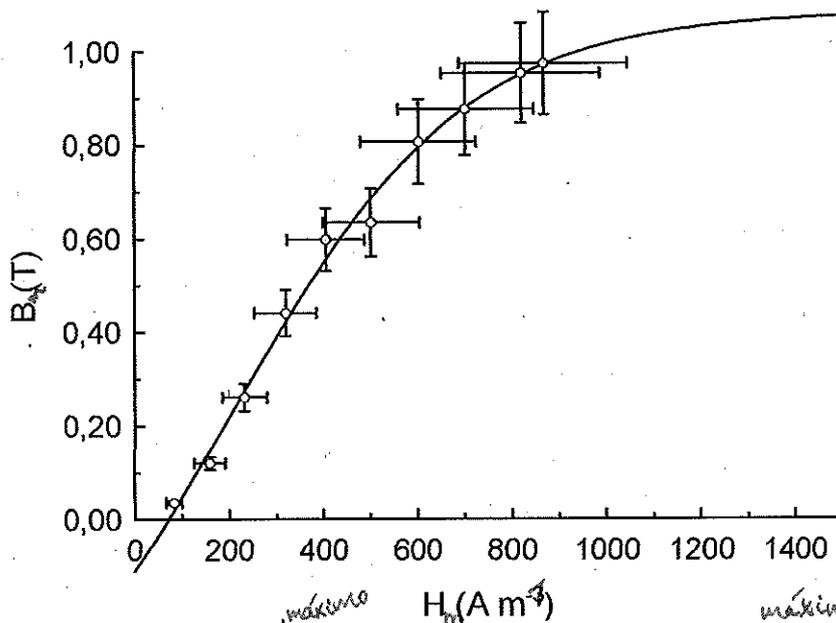


Figura 4a: Campo magnético  $H_m$  (A m<sup>-1</sup>) frente a la inducción o excitación magnética  $B_m$  de la bobina primaria en la medida del ciclo de histéresis.

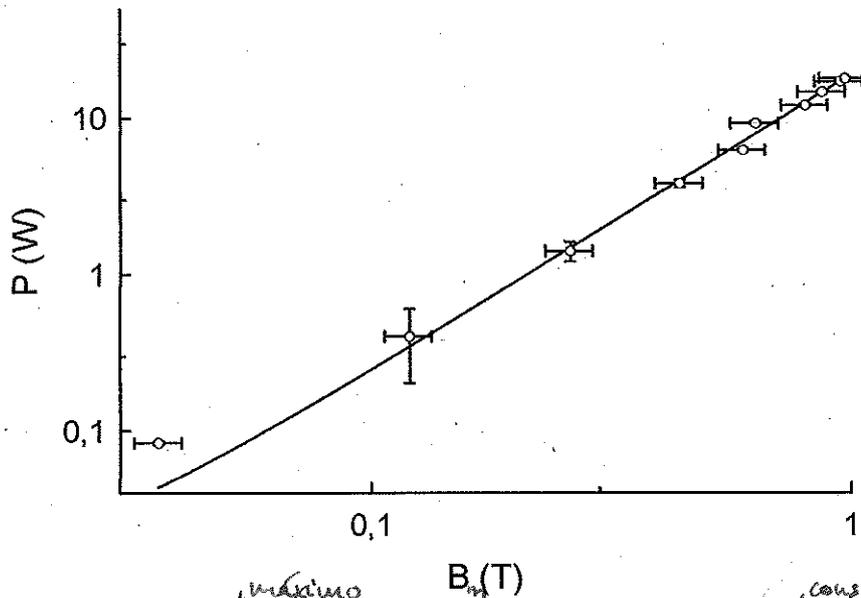
Ecuación:  $B_m = A_1 / (1 + \exp(-A_2 \cdot (H_m - A_3))) + A_4$  Resultados del ajuste:  $mcc = 0,997$   
 $A_1 = 1,7 \pm 0,7 T$ ;  $A_2 = 0,040 \pm 0,0014 A^{-1} m^3$ ;  $A_3 = 200 \pm 160 A m^{-1}$ ;  $A_4 = -0,6 \pm 0,6 T$   
 Imagnación de saturación (extrapolando según la ecuación y parámetros del ajuste)  $B_s = 1,0822 T$

de tipo sigmoideal

máximo  $\equiv$  amplitud

Por tanto, se obtiene la inductancia de saturación  $B_s \approx 1,0822 T$ , y el acuerdo de los datos con la curva teórica es bueno, como se comprueba a partir del coeficiente de correlación.

4b) A partir del valor de potencia medida con el vatímetro se puede comprobar que es equivalente a  $V \cdot I$  (Tabla 4ab) y que el aparato está correctamente calibrado. Si (compatible) representamos  $P(B_{ms})$  en escala doble logarítmica podemos ajustar fenomenológicamente  $P = K \cdot B_{ms}^\alpha$ :



**Figura 4b:** Campo magnético en la bobina secundaria frente a la potencia en el circuito primario (escala doble logarítmica) en la medida del ciclo de histéresis. *Equación:*  $P = A_1 \cdot B_m^{A_2} + A_3$   
*Resultados del ajuste:*  $mcc = 0,996$ ;  $A_1 = 18,7 \pm 0,7 \left[ \frac{W}{T^{A_2}} \right]$   $A_2 = 1,89 \pm 0,19$   $A_3 = 0,0 \pm 0,7 W$

(El punto de más a la izquierda no se ajusta ya que pertenece a  $P_{exp}$  y no  $P_{rat}$ , al no poder representarse el valor 0). No obstante, el  $P_{exp}$  no es muy lejos de lo esperado.

El ajuste es bondadoso, la ordenada en el origen es compatible con cero, como era de esperar, y  $K \approx A_1$  y el coeficiente fenomenológico  $\alpha = 1,89 \pm 0,19$ , lo que permite tener una estimación bastante precisa de  $B_{ms}$  en función de  $P$  o viceversa, al menos en el intervalo considerado (0-20W; 0-1T).

I (A)	H (Am <sup>2</sup> )	B (T)	$P_{exp}$ (W)	$P_{vat} \pm 0,2 W$
0,0514 $\pm$ 0,0005	82 $\pm$ 17	0,0361 $\pm$ 0,0040	0,0838 $\pm$ 0,0017	0,0
0,1010 $\pm$ 0,0010	159 $\pm$ 33	0,1203 $\pm$ 0,0134	0,484 $\pm$ 0,010	0,4
0,1500 $\pm$ 0,0015	232 $\pm$ 48	0,261 $\pm$ 0,0291	1,45 $\pm$ 0,03	1,4
0,203 $\pm$ 0,002	320 $\pm$ 65	0,441 $\pm$ 0,0494	3,25 $\pm$ 0,07	3,8
0,251 $\pm$ 0,003	406 $\pm$ 83	0,598 $\pm$ 0,0668	5,35 $\pm$ 0,11	6,2
0,302 $\pm$ 0,003	502 $\pm$ 103	0,634 $\pm$ 0,0729	7,94 $\pm$ 0,16	9,2
0,351 $\pm$ 0,004	603 $\pm$ 123	0,806 $\pm$ 0,0902	10,7 $\pm$ 0,2	12,0
0,401 $\pm$ 0,004	703 $\pm$ 144	0,876 $\pm$ 0,0980	13,5 $\pm$ 0,3	14,6
0,451 $\pm$ 0,005	821 $\pm$ 168	0,952 $\pm$ 0,1065	16,4 $\pm$ 0,3	17,0
0,470 $\pm$ 0,005	869 $\pm$ 178	0,973 $\pm$ 0,1088	17,5 $\pm$ 0,4	17,8

**Tabla 4ab:** Datos correspondientes a las Figura 5a y 5b.

4c) A partir del ciclo de la Figura 1, según el/apéndice, calculamos el área del mismo midiendo la altura  $h$  y  $b$ , siendo el área:  $A' \approx h \cdot b$

Sobre la impresión:  $h = 1,12 \pm 0,02 \text{ V}$   $\rightarrow B_h = 1,9 \pm 0,2 \text{ T}$   $\rightarrow$  error predomina:  $\Delta_{\text{Am-2}} = 20\%$   
 $b = 0,83 \pm 0,05 \text{ V}$   $\rightarrow H_b = 300 \pm 200$

A continuación calculamos  $A = B_m(h) \cdot H_m(b)$  que según (1) y (2) del guión quedará  $A = h \cdot b \cdot \frac{RC}{Ns} \cdot \frac{M_p}{Lm \cdot r}$

resultando  $A = 1700 \pm 400 \text{ J/m}^3$

Por último,  $P_{\text{ic}} = V_{\text{exp}} \cdot A \cdot f$ , siendo  $f = 50 \text{ Hz}$  según el guión y las indicaciones del aparato.

$P_{\text{ic}} = 9 \pm 3 \text{ W}$

Este valor se desvía del valor esperado experimentalmente (medida directa) considerablemente:

$P_{\text{sat}} = 17,8 \pm 0,2 \text{ W}$

Esto se debe a que seguramente el circuito consume potencia en otros elementos del circuito que no forman parte directamente del ciclo de histéresis, como resistencias o pérdidas debido a que el acoplamiento es no ideal y los materiales ferromagnéticos pueden atenuarse el campo, etc.

Si utilizamos el factor de acoplamiento del siguiente apartado, podemos ver que habrá una atenuación en la señal a lo largo del núcleo dependiendo del núcleo y el circuito RC.  $\sqrt{V_2/V_1}$ , con lo que las pérdidas son justificables. Otra posible fuente de error son la resistencia de los contactos y las bobinas, así como del efecto de carga de los aparatos.

Por ejemplo, en la bobina primaria se consume:

$P_{\text{exp}} = R_{\text{bp}} \cdot I^2 = 0,57 \pm 0,02 \text{ W}$

Podría tratarse de una acumulación de pérdidas en el circuito o algún factor no tenido en cuenta. Otra explicación sería que el coeficiente  $\alpha$  es menor que 2, indicativo de pérdidas.

Aparte cabe destacar que  $P_{\text{exp}} \approx P_{\text{sat}}$ , pues:

$P_{\text{sat}} = P_{\text{ex}} \cdot \cos \phi$

Como  $P_{\text{sat}} \approx P_{\text{ex}}$ ,  $\phi = 0$  (bobina no desfase).  $\rightarrow$  Si  $60^\circ$

No, todo mal, el vatímetro daba una escala  $\times 2$ ,  $P_{\text{sat}} \text{ real} = 8,9 \pm 0,1 \text{ W} \rightarrow$  coincide con  $P_{\text{sat}}$ .

Y es aproximado la mitad de lo que marca vatímetro  $V \cdot I \times \cos \phi \approx \frac{1}{2} \rightarrow \phi \approx 90^\circ$

## 2ª PARTE!

### 3.1. Medida del factor de acoplamiento $k$

Para estudiar el acoplamiento de dos bobinas con un núcleo ferromagnético utilizamos las bobinas anteriores, conectamos un generador de señal sinusoidal de frecuencia al circuito primario y medimos las diferencias de potencial en la bobina primaria ( $V_1$ ) y secundaria. Con un multímetro medimos valores eficaces. El circuito secundario lo dejamos abierto. En el primario conectamos  $R_2$ . ( $R_2 = R_V \rightarrow \infty$ )

Tabla 2 = Medidas de voltaje en las bobinas para frecuencia  $f = 10090 \pm 0,1 \text{ Hz}$

$ V_1 $ (V)	$ V_2 $ (V)	
$0,510 \pm 0,005$	$0,163 \pm 0,002$	Los errores de V (que son valores eficaces, lo cual no altera el factor $k$ al dividirse luego) los asignamos del 1%. El error de $f$ es la sensibilidad del display.
$1,000 \pm 0,010$	$0,318 \pm 0,003$	
$1,50 \pm 0,015$	$0,477 \pm 0,005$	
$2,00 \pm 0,02$	$0,633 \pm 0,006$	
$2,49 \pm 0,02$	$0,793 \pm 0,008$	
$2,99 \pm 0,03$	$0,962 \pm 0,010$	
$3,50 \pm 0,04$	$1,130 \pm 0,011$	
$4,06 \pm 0,04$	$1,317 \pm 0,013$	
$4,51 \pm 0,05$	$1,469 \pm 0,015$	
$5,02 \pm 0,05$	$1,640 \pm 0,016$	
$5,42 \pm 0,05$	$1,776 \pm 0,018$	
$5,88 \pm 0,06$	$1,931 \pm 0,019$	

### 3.2. Estudio de transformadores cargados.

Con un montaje similar al anterior, conectamos al circuito secundario la resistencia  $R_3$  y medimos con 4 multímetros  $|V_1|$  e  $|I_1|$  en cada circuito.

Obtenemos la siguiente tabla de valores:

$ V_1 $ (V)	$ I_1 $ (mA)	$ V_2 $ (V)	$ I_2 $ (mA)
$0,561 \pm 0,006$	$1,634 \pm 0,016$	$0,1425 \pm 0,014$	$0,1230 \pm 0,0012$
$1,067 \pm 0,011$	$4,30 \pm 0,04$	$0,386 \pm 0,004$	$0,343 \pm 0,003$
$1,540 \pm 0,015$	$5,26 \pm 0,05$	$0,478 \pm 0,005$	$0,426 \pm 0,004$
$2,14 \pm 0,02$	$7,31 \pm 0,07$	$0,681 \pm 0,007$	$0,637 \pm 0,006$
$2,49 \pm 0,02$	$8,45 \pm 0,08$	$0,796 \pm 0,008$	$0,711 \pm 0,007$
$2,92 \pm 0,03$	$9,81 \pm 0,10$	$0,936 \pm 0,009$	$0,837 \pm 0,008$
$3,51 \pm 0,04$	$11,64 \pm 0,12$	$1,130 \pm 0,011$	$1,010 \pm 0,010$
$4,09 \pm 0,04$	$13,42 \pm 0,13$	$1,323 \pm 0,013$	$1,183 \pm 0,012$
$4,55 \pm 0,05$	$14,80 \pm 0,15$	$1,474 \pm 0,015$	$1,319 \pm 0,013$
$4,90 \pm 0,05$	$15,87 \pm 0,16$	$1,593 \pm 0,016$	$1,426 \pm 0,014$
$5,42 \pm 0,05$	$17,40 \pm 0,17$	$1,768 \pm 0,018$	$1,581 \pm 0,016$
$5,70 \pm 0,06$	$18,26 \pm 0,18$	$1,864 \pm 0,018$	$1,668 \pm 0,017$

4a)

Si representamos  $|V_2|$  frente a  $|V_1|$  obtendremos como pendiente de la recta  $\frac{M}{L_1}$ . Como  $L_2$  es conocido, obtenemos  $k(M, L_2)$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{A L_1}{\sqrt{L_1 L_2}} = A \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

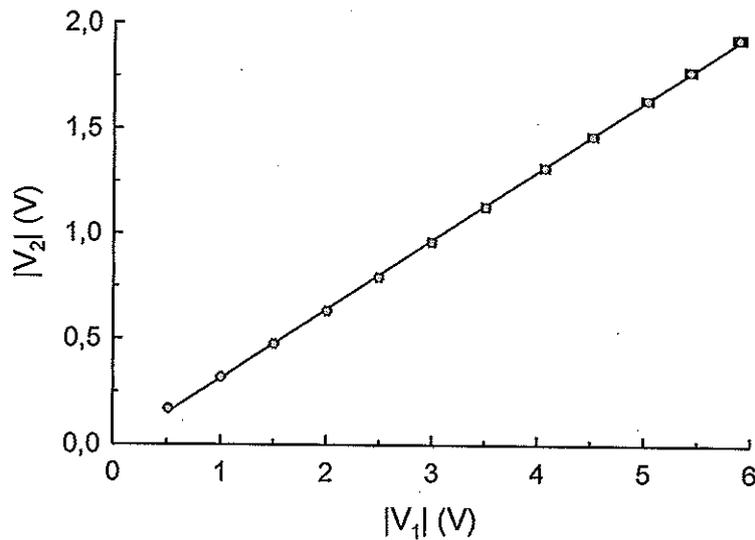
A partir de la Figura 2.4a se obtiene  $A = 0,3236 \pm 0,0015$

$$M = 14,14 \pm 0,06 \text{ mH}$$

$$k = 0,720 \pm 0,003$$

Por tanto, la transferencia del flujo de energía es del  $\approx 72\%$  es decir el acoplamiento no es total (hay pérdidas a lo largo del núcleo ferromagnético, lo que indica que el sistema no es perfecto (ideal). El transformador no es ideal pues  $L_{1,2} < \infty$  y  $k \neq 1$ .

En cuanto al ajuste, se puede comentar que tiene un alto coeficiente de correlación lineal y que la ordenada en el origen se alija algo de cero (infer experimental), pero dentro del error experimental es la medida de  $M$ .



**Figura 2.4a:** Diferencia de potencial inducido en el circuito secundario frente al primario en un transformador formado por dos bobinas y un núcleo ferromagnético de doble horquilla, con el circuito secundario abierto.

Ecuación:  $|V_2| = A \cdot |V_1| + B$

Resultados del ajuste:  $mcc = 0,9999$

$A = 0,3296 \pm 0,0015$

$B = -0,017 \pm 0,006$  V

4b)

Estudiaríamos  $|V_2|/|V_1|$  e  $I_2/I_1$  y lo compararemos con la ecuación (6) del guión teórica:

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| = \left( \frac{M^2 Z_2^2}{(M^2 - L_1 L_2) \omega^2 + L_1^2 Z_2^2} \right)^{1/2} = 0,329 \pm 0,005$$

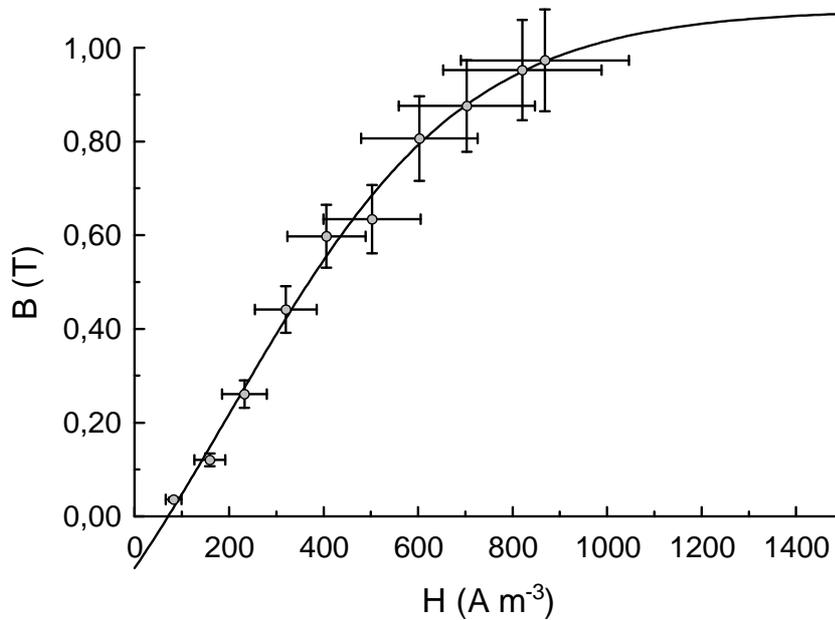
$$\left| \frac{I_2}{I_1} \right| = \left( \frac{\omega^2 M^2}{Z_2^2 + \omega^2 L_2^2} \right)^{1/2} = 0,089 \pm 0,0003$$

En las figuras 2.4b/c se obtienen experimentalmente estos coeficientes a partir del ajuste:

$$\frac{|V_2|}{|V_1|_{aj}} = 0,329 \pm 0,003 \quad \rightarrow \text{Coincide con el del ajuste 2.4a), como era de esperar}$$

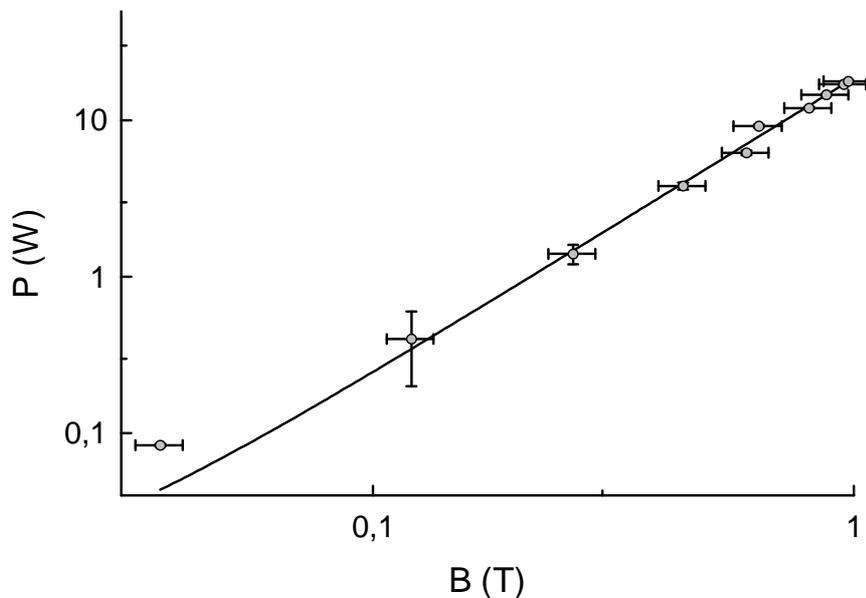
$$\frac{|I_2|}{|I_1|_{aj}} = 0,0934 \pm 0,0010$$

El valor  $|V_2|/|V_1|$  coincide plenamente y el  $|I_2|/|I_1|$  solapan sus barras de error. Por tanto, hemos verificado la relación lineal y obtenido los coeficientes predichos teóricamente. Ambos ajustes son bondadosos, con un alto coeficiente de correlación lineal y una ordenada en el origen compatible con cero.



**Figura 4a:** Campo magnético en la bobina secundaria frente a la inducción o excitación magnética H de la bobina primaria en la medida del ciclo de histéresis.

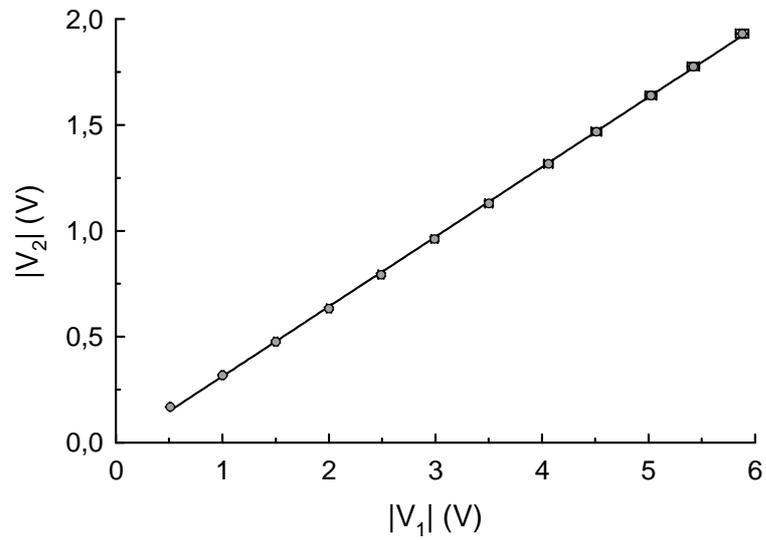
*Ecuación:*  $B = A_1 / (1 + \exp(-A_2 * (H - A_3))) + A_4$       *Resultados del ajuste:*  $mcc = 0,997$   
 $A_1 = 1,7 \pm 0,7 \text{ T}$        $A_2 = 0,040 \pm 0,0014 \text{ A}^{-1} \text{ m}^3$        $A_3 = 200 \pm 160 \text{ A m}^{-3}$        $A_4 = 0,6 \pm 0,6 \text{ T}$   
 Imanación de saturación (extrapolando según la ecuación y parámetros del ajuste):  $B_s = 1,0822 \text{ T}$



**Figura 4b:** Campo magnético en la bobina secundaria frente a la potencia en el circuito primario (escala doble logarítmica) en la medida del ciclo de histéresis. *Ecuación:*  $P = A_1 \cdot B^{A_2} + A_3$   
*Resultados del ajuste:*  $mcc = 0,996$        $A_1 = 18,7 \pm 0,7 \text{ [T}^{-A_2}]$        $A_2 = 1,89 \pm 0,19$        $A_3 = 0,0 \pm 0,7 \text{ W}$

I (A)	H (Am <sup>-3</sup> )	B (T)	P <sub>exp</sub> (W)	P <sub>vat</sub> ± 0,2 W
0,0514 ± 0,0005	82 ± 17	0,0361 ± 0,0040	0,0838 ± 0,0017	0,0
0,1010 ± 0,0010	159 ± 33	0,1203 ± 0,0134	0,484 ± 0,010	0,4
0,1500 ± 0,0015	232 ± 48	0,261 ± 0,0291	1,45 ± 0,03	1,4
0,203 ± 0,002	320 ± 65	0,441 ± 0,0494	3,25 ± 0,07	3,8
0,251 ± 0,003	406 ± 83	0,598 ± 0,0668	5,35 ± 0,11	6,2
0,302 ± 0,003	502 ± 103	0,634 ± 0,0729	7,94 ± 0,16	9,2
0,351 ± 0,004	603 ± 123	0,806 ± 0,0902	10,7 ± 0,2	12,0
0,401 ± 0,004	703 ± 144	0,876 ± 0,0980	13,5 ± 0,3	14,6
0,451 ± 0,005	821 ± 168	0,952 ± 0,1065	16,4 ± 0,3	17,0
0,470 ± 0,005	869 ± 178	0,973 ± 0,1088	17,5 ± 0,4	17,8

**Tabla 4ab:** Datos correspondientes a las Figura 5a y 5b.



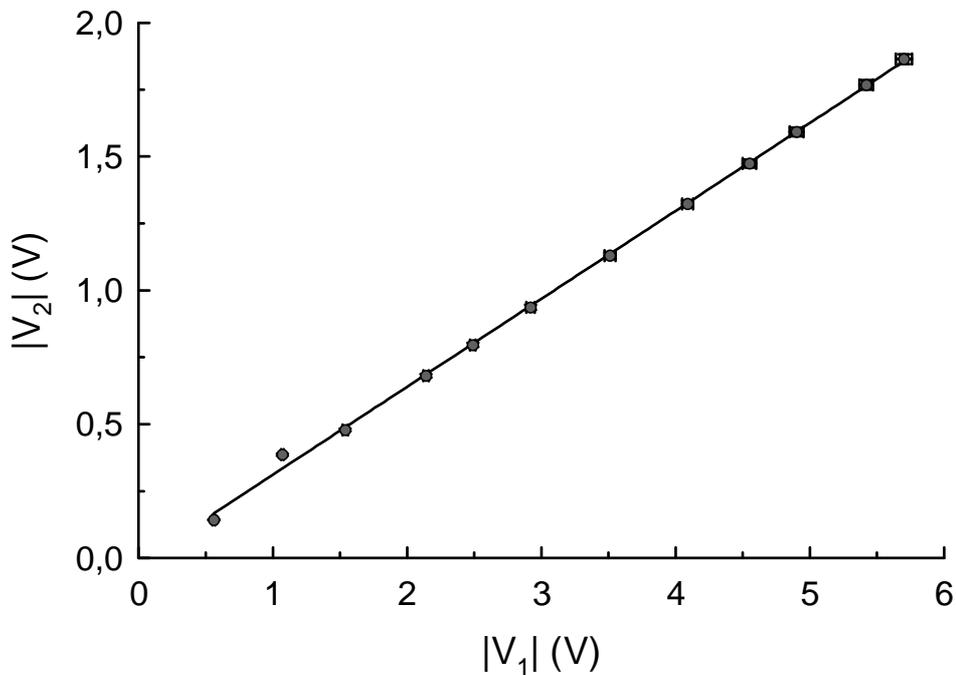
**Figura 2.4a:** Diferencia de potencial inducido en el circuito secundario frente al primario en un transformador formado por dos bobinas y un núcleo ferromagnético de doble horquilla, con el circuito secundario abierto.

*Ecuación:*  $|V_2| = A \cdot |V_1| + B$

*Resultados del ajuste:*  $mcc = 0,9999$

$A = 0,3296 \pm 0,0015$

$B = -0,017 \pm 0,006 \text{ V}$



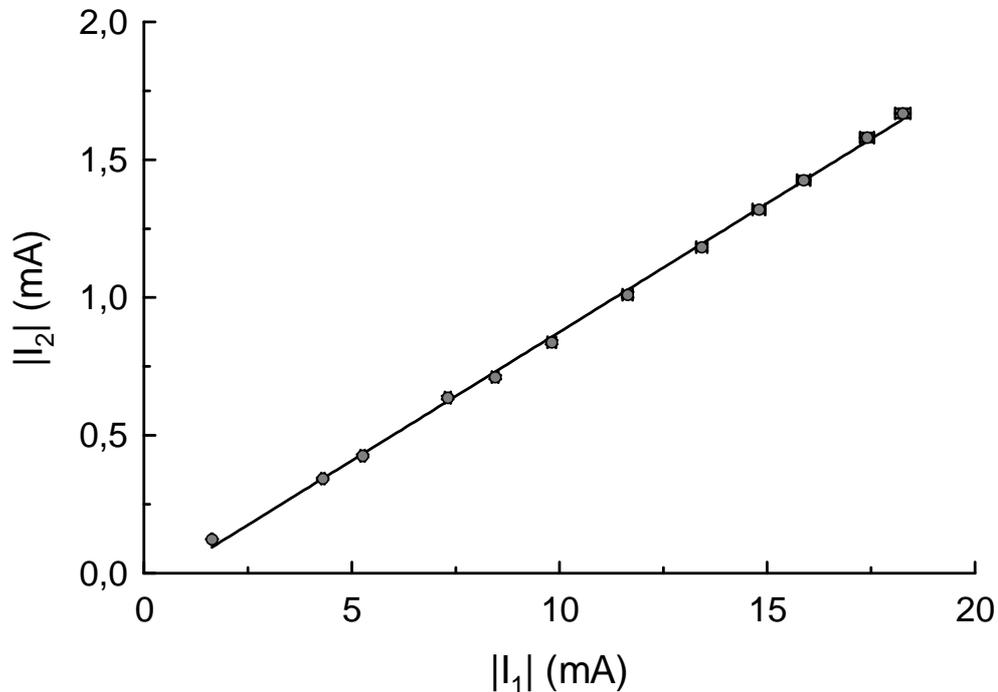
**Figura 2.4b:** Diferencia de potencial inducido en el circuito secundario frente al primario en un transformador formado por dos bobinas y un núcleo ferromagnético de doble horquilla, con el circuito secundario cerrado.

Ecuación:  $|V_2| = A \cdot |V_1| + B$

Resultados del ajuste:  $mcc = 0,9995$

$A = 0,329 \pm 0,003$

$B = -0,017 \pm 0,0012 \text{ V}$



**Figura 2.4c:** Intensidad inducida en el circuito secundario frente al primario en un transformador formado por dos bobinas y un núcleo ferromagnético de doble horquilla, con el circuito secundario cerrado.

Ecuación:  $|I_2| = A \cdot |I_1| + B$

Resultados del ajuste:  $mcc = 0,9995$

$A = 0,0934 \pm 0,0010$

$B = -0,058 \pm 0,0011 \text{ mA}$