34264-Laboratorio de Física Nuclear y de Partículas

Departament de Física Atòmica, Molecular i Nuclear Facultat de Física - Universitat de València Bloque C, planta 2, despacho 3233 D: Dr Moliner 50, E-46100 Burjassot

El detector Geiger-Mueller

- Propósito
- Equipamiento necesario
- Nomenclatura
- Experimentos:
 - 1. Curva "plateau"
 - 2. Fondo del detector
 - 3. Error estadístico de las medidas de radiación
 - 4. Test de funcionamiento del GM
 - 5. Tiempo muerto del GM

Julio de 2010

Propósito

La finalidad de esta práctica es familiarizar al alumno con las propiedades y aplicaciones del detector Geiger-Mueller (GM). Entre estas últimas cabe destacar el estudio de la emisión radiactiva y sus propiedades, los efectos producidos al pasar las radiaciones ionizantes a través de la materia, y la aplicación de los métodos estadísticos en la física nuclear experimental.

Equipamiento necesario

- Contador Geiger-Mueller tipo "end-window"
- Conjunto de fuentes radiactivas
- Scaler/timer Nucleus modelo 500
- Soporte para el contador GM
- Bandeja para las fuentes radiactiva
- Bandeja para los absorbentes

ATENCIÓN:

No debe tocarse JAMÁS la ventana del detector, pues éste resultará irremediablemente dañado.

Nomenclatura

En el texto que sigue se ha adoptado el siguiente criterio (tomado del Tsoulfanidis):

G	Cuentas brutas registradas por el contador en el intervalo de tiempo t_G (con muestra en el contador)
$g = \frac{G}{t_G}$	Tasa de cuentas brutas
B	Cuentas de fondo registradas por el contador en el intervalo de tiempo t_B (sin muestra)
$b = \frac{B}{t_B}$	Tasa de fondo
r = g - b	Tasa de cuentas netas

<u>1.- Determinación de la curva plateau del GM</u></u>

Objetivos

Obtener la curva plateau, deducir su pendiente para comprobar su estado de funcionamiento y obtener el potencial óptimo de trabajo.

Fundamento

Básicamente, un tubo Geiger consiste de dos electrodos con un gas a baja presión entre ellos. El tubo utilizado en esta práctica es del tipo "end-window", ya que está cerrado por una fina ventana para que a través de ella penetre y llegue al gas la radiación α y β . El electrodo externo es usualmente un cilindro, mientras que el interior (positivo) es un hilo colocado en el centro del cilindro. La diferencia de potencial entre ambos electrodos se eleva a un valor tal que, virtualmente, cualquier radiación directamente ionizante que entra en el tubo provoca una avalancha, es decir, el tubo es muy eficiente para detectar partículas cargadas. Por el contrario, si la radiación incidente es un fotón, es muy poco probable que interaccione con el gas y el electrón secundario provoque una avalancha, es decir, el tubo es poco eficiente para detectar fotones. Para aumentar la eficiencia, el detector se construye con una pared gruesa para favorecer la interacción del fotón con ella, con la esperanza de que el electrón resultante penetre en el tubo y provoque la avalancha.

El tubo Geiger no distingue entre tipos de partículas, y no es capaz de proporcionar el valor de sus energías; éste sólo proporciona información sobre el número de partículas que han interaccionado en el detector. El voltaje del pulso de la avalancha es > 1 V en amplitud. Al ser estos pulsos tan grandes, la señal no necesita amplificarse (aunque sí invertirse). El esquema del montaje de la práctica y la electrónica asociada, se muestran en las Figuras 1.1 y 1.2, respectivamente.



Figura 1.1.- Montaje del detector Geiger y de la electrónica (derecha), y detalle de la geometría usada en la práctica (izquierda).

En este experimento vamos a determinar la curva plateau del tubo Geiger para determinar el potencial óptimo de trabajo.

SOURCE



Figura 1.2.- Electrónica asociada al contador Geiger



Figura 1.3.- Curva plateau típica de un detector Geiger. Los valores de los voltajes no se corresponden con los del contador Geiger usado en la práctica. La tasa de cuentas R en la figura, se denotan en el texto por g. El "starting voltage" se designa en el texto como V_s .

Procedimiento

- 1. Se monta la práctica como se indica en la Figura 1.1.
- 2. Se sitúa una fuente radiactiva en la segunda bandeja del soporte del GM.

- 3. Se pone el reloj en forma manual, y se va aumentando el voltaje hasta que el contador empiece a registrar cuentas. Se anota este valor del voltaje: V_s (Figura 1.3).
- 4. Se aumenta suavemente el voltaje hasta que se estabilice la tasa de cuentas. Éste es el codo del plateau. Se anota su valor: V_1
- 5. Ahora se tomarán datos para dibujar la curva plateau y pueda determinarse el potencial de trabajo del contador GM. Se fija el voltaje de nuevo al valor del codo del plateau, se pone el reloj a $t_G = 0.5$ min y se toman lecturas (G) a intervalos de 40 V hasta llegar a la región de descarga continua. Puede incrementarse el intervalo de tiempo de medida para que la tasa de cuentas sea del orden de ≈ 3000 c/min.
- 6. Se continúa aumentando el voltaje hasta llegar a la zona de descarga continua. Se anote el valor del voltaje: V_2 . Por lo general, $V_2 V_1 < 300$ V.

Resultados

- a. Se calcula la tasa de cuentas, $g = \frac{G}{t_G}$ en c/min y su desviación estándar σ_g .
- b. Se dibuja la curva plateau representando g frente a V, indicando en ella el codo y la región de descarga continua.
- c. El potencial de trabajo se elige al 25% del plateau comenzando por el codo.
- d. Para evaluar el estado del contador Geiger-Mueller se determina la pendiente del plateau. Para ello, se dibuja una línea recta que ajuste visualmente la zona del plateau; se eligen dos puntos sobre la recta y a partir de ellos se calcula la pendiente (pendiente por 100 V) definida como:

$$\frac{g_2 - g_1}{g_1} \frac{100 \text{ V}}{(V_2 - V_1)} \%$$
(0.1)

Si el contador se halla en buen estado, esta pendiente ha de ser ligeramente inferior al 10%. La utilización prolongada del detector acorta la anchura del plateau y hace crecer su pendiente, fundamentalmente debido a fallos en el proceso de extinción.

<u>Bibliografía</u>

- William J. Price, *Nuclear Radiation Detection*, Sección 5.2 (pag. 120). Second Edition (1964) McGraw-Hill Book Company.
- Glenn F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, Capítulo 7, Sección V (pag. 208). Tercera edición. John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- A. Ferrer Soria, *Física nuclear y de partículas*, § 11.3, Primera edición, Educació. Materials 62. Universitat de València (2003)
- Jerome L. Duggan, *Laboratory Investigations in Nuclear Science*. Published by The Nucleus Inc. and TENNELEC (1988)

2.- Fondo del GM

Objetivo

Los objetivos de este apartado son los siguientes:

- 1. Determinar el fondo del detector
- 2. Estudiar de la distribución de Poisson
- 3. Realizar el test de χ^2 para comprobar si el fondo sigue una distribución de Poisson

Fundamento

Al igual que sucede con todos los procesos microscópicos, los procesos nucleares (y en particular las desintegraciones radiactivas) transcurren al azar. La presente práctica trata de ilustrar acerca de esta naturaleza estadística a través del estudio de los procesos radiactivos. En particular, vamos a comprobar si el ruido de fondo del contador GM sigue una distribución de Poisson como predice la teoría. La función de distribución de probabilidad de Poisson viene dada por la expresión:

$$P_{\mu}(x) = \frac{\mu^{x}}{x!} e^{-\mu}$$
(0.2)

en la que $P_{\mu}(x)$ da la probabilidad de observar x sucesos en un intervalo de tiempo dado, si μ es el número medio de sucesos observados en el mismo intervalo de tiempo. En esta distribución la desviación estándar es $\sigma = \sqrt{\mu}$. En la Figura 2.1 puede observarse un ejemplo de dicha distribución.



Figura 2.1.- Distribución de probabilidad de Poisson para μ=10/6. Los valores de la distribución son los puntos; la curva sirve sólo para guiar la vista. El área bajo la curva es 1.

Procedimiento

Para la realización de este apartado se procede como sigue:

- 1. Se pone en funcionamiento el GM al potencial de trabajo determinado en el experimento 1.
- 2. Se mide el fondo durante $t_B = 0.5 \text{ min}$.
- 3. Se efectúan N = 100 medidas, y, a la vez que se toman los datos, se dibuja el histograma.

<u>Resultados</u>

- a. Una vez construido el histograma, se anotan las frecuencias experimentales, $f(B_j)$, en una tabla, utilizando tantas filas como valores distintos de B_j se observen.
- b. Se calcula su valor medio \overline{B} y la desviación estándar s_B
- c. Para cada valor de B_j se calcula la frecuencia predicha por la distribución de Poisson, $f_t(B_j) = NP_{\overline{B}}(B_j)$, y se dibuja ésta sobre el histograma de las medidas.
- d. Se comprueba visualmente si ambas distribuciones son similares

Test χ^2 del histograma de frecuencia (o cómo no ha de aplicarse el test χ^2)

e. Para tener un criterio más objetivo (aunque probabilístico) de si los datos experimentales del fondo radiactivo siguen o no una distribución de Poisson, se recurre al test χ^2 . Para ello, se recurre al estadístico

$$\chi^{2} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left[f(x_{j}) - f_{t}(x_{j})\right]^{2}}{\sigma_{j}(f_{t})^{2}}$$
(0.3)

siendo $f_t(x_j)$ las frecuencias teóricas predichas por la distribución de Poisson (ecuación 2.1), y *n* el número de intervalos en los que se han agrupado los *N* datos. Las $\sigma_t (f_t(x_j))^2$ son las desviaciones estándar asociadas con la incertidumbre al determinar la frecuencia $f_t(x_j)$. En nuestro caso, para la distribución de Poisson $f_t(B_j) = NP_{\overline{B}}(B_j)$ y $\sigma_t (f_t(B_j))^2 = NP_{\overline{B}}(B_j)$. Además, *n* es el número de valores distintos observados de B_j . Por lo tanto,

$$\left(\chi^{2}\right)_{\text{calculado}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left[f(B_{j}) - NP_{\overline{B}}(B_{j})\right]^{2}}{NP_{\overline{B}}(B_{j})}$$
(0.4)

- f. Una vez hallado $(\chi_{\nu}^2)_{calculado}$, se calcula el número de grados de libertad que es igual a $\nu = n p 1$, siendo p el número de parámetros deducidos de los datos que se han usado para hallar las frecuencias teóricas observadas (en nuestro caso la media), y se obtiene el valor de χ^2 por grado de libertad, $(\chi_{\nu}^2)_{calculado} = \frac{1}{\nu} (\chi^2)_{calculado}$
- g. Por último, se halla la probabilidad de que repitiendo el experimento se encuentre un valor de χ_{ν}^2 mayor que el calculado: $P(\chi_{\nu}^2 \ge (\chi_{\nu}^2)_{\text{calculado}})$. Si esta probabilidad se halla entre 2% y 98%, se admite que la distribución experimental sigue una distribución de Poisson.

Test χ^2 del histograma de frecuencia con bins agrupados

h. Si la frecuenta teórica de un valor del fondo B_j , $NP_{\overline{B}}(B_j)$, es menor que 5 (lo cual se presenta en las colas del histograma, véase Figura 2.1), conviene agrupar este valor con los adyacentes, de tal manera que la frecuencia teórica para los valores agrupados (E_j) sea mayor o igual a 5, y se comparará ésta frecuencia teórica para los valores agrupados con la correspondiente frecuencia observada (O_j) para los mismos valores agrupados, y el valor del estadístico será:

$$\left(\chi^{2}\right)_{\text{calculado}} = \sum_{j=1}^{k} \frac{\left[O_{j} - E_{j}\right]^{2}}{E_{j}}$$
(0.5)

donde el índice k es igual al número de canales/intervalos que resulten tras agruparlos. Repítase el test de χ^2 siguiendo este procedimiento.

Test χ^2 de la varianza

i. También se ha de verificar si la dispersión de los datos es compatible con la dispersión esperada en una distribución de Poisson. Para ello, se sigue el procedimiento descrito más adelante (Experimento 4) para el test del funcionamiento del tubo.

Fondo radiactivo

Por último, se establece el fondo radiactivo del tubo Geiger-Mueller

$$b \pm \sigma_b = \frac{\overline{B}}{t_B} \pm \frac{s_B}{t_B \sqrt{N}}$$
 c/min (0.6)

Bibliografía

- R.D. Evans, *The Atomic Nucleus*, Capítulo 27, Décima impresión, Mc Graw-Hill Book Company (1955)
- Glenn F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, Capítulo 3, Sección III, Aplicación A (pag.79) Tercera edición. John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- A. Ferrer Soria, *Física nuclear y de partículas*, § 12.1 a 12.4, Primera edición, Educació. Materials 62. Universitat de València (2003)
- Nicholas Tsoulfanidis, Measurement and Detection of Radiation, Sección 2.16 (pag. 58) Second Edition (1995) Taylor & Francis Ltd.
- Philip R. Bevington and D. Keith Robinson, *Data reduction and error analysis for the physical sciences*, Sección 4.3 (pag. 65) Second Edition (1992) McGraw-Hill, Inc.
- A. Ferrer Soria, *Física nuclear y de partículas*, 11.3, Primera edición, Educació. Materials 62. Universitat de València (2003)

3.- Error estadístico de las medidas de radiación

<u>Objetivo</u>

Comprobar algunos resultados de la estadística de recuento en procesos Poisson

Fundamento

El objetivo de este apartado es comprobar que, desde el punto de vista estadístico, se obtiene la misma desviación estándar de la suma de un conjunto de N medidas, cada una de las cuales es el resultado de contar durante el mismo intervalo de tiempo t_G , que realizar una sola medida en idénticas condiciones durante un intervalo de tiempo Nt_G .

Sean pues G_1, G_2, \dots, G_N (c/ t_G) el conjunto de las *N* medidas realizadas en idénticas condiciones y $G = G_1 + G_2 + \dots + G_N$. Si se aplica la propagación de errores a *G* teniendo en cuenta que $\sigma_{G_i} = \sqrt{G_i}$, resulta $\sigma_G^2 = G$. Este resultado muestra que **la desviación estándar** esperada de la suma de todas las cuentas es la misma que si se hubiese efectuado una sola medida durante un periodo de tiempo igual al que se empleó para efectuar las *N* medidas.

Si ahora se calcula el valor medio de las N medidas y su desviación estándar

$$\overline{G} = \frac{G}{N} \rightarrow \sigma_{\overline{G}} = \frac{\sigma_G}{N} = \frac{\sqrt{G}}{N} = \frac{\sqrt{N\overline{G}}}{N} = \sqrt{\frac{\overline{G}}{N}}$$
(0.7)

Procedimiento

- 1. Se pone en funcionamiento el GM al potencial de trabajo
- 2. Con una fuente cualquiera, se efectúan 20 medidas (G) de $t_G = 0.5$ min cada una
- 3. Sin mover la fuente, se efectúa una medida de 10 min.
- 4. Se anotan los datos en una tabla.

<u>Resultados</u>

- a. Hállese la tasa de cuentas y la desviación estándar de las 20 medidas de 0.5 min, y la tasa de cuentas y la desviación de la medida de 10 min.
- a. Conclusión respecto al buen funcionamiento o no del contador Geiger.
- b. Gráfico de los valores de las 20 medidas, es decir, G frente al número de medida.
- c. Comparación de los resultados y conclusiones

<u>Bibliografía</u>

- Nicholas Tsoulfanidis, *Measurement and Detection of Radiation*, Sección 2.17 (pag.62) 2.18 (pag. 64). Second Edition (1995) Taylor & Francis Ltd.
- Glenn F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, Capítulo 3, Sección IV (pag.86). Tercera edición. John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- A. Ferrer Soria, *Física nuclear y de partículas*, § 12.1 a 12.4, Primera edición, Educació. Materials 62. Universitat de València (2003)

4.- Test de funcionamiento del GM

<u>Objetivo</u>

Test estadístico para comprobar el correcto funcionamiento del contador Geiger

Fundamento

Un procedimiento de control en los laboratorios en los que se utilizan instrumentos de recuento es comprobar si éstos funcionan correctamente. Para ello, se recoge una serie de 20-50 recuentos sucesivos durante el mismo intervalo de tiempo manteniendo constantes las condiciones del detector. Con el procedimiento que vamos a seguir es posible deducir (desde un punto de vista probabilístico) si las fluctuaciones internas que presentaran los recuentos son consistentes con las fluctuaciones esperadas, si éstas son solamente de origen estadístico. De esta manera, fluctuaciones anormales (muy pequeñas o muy grandes) pueden indicar el mal funcionamiento de alguna de las partes del sistema de detección.



Figura 4.1.- Esquema del procedimiento para comprobar si las fluctuaciones observadas en el contador Geiger son consistentes con las fluctuaciones estadísticas esperadas (Knoll 2000).

El esquema de la Figura 4.1 ilustra el procedimiento que vamos a seguir en esta práctica. Se dispone de un conjunto de N medidas sucesivas (realizadas en idénticas condiciones) del número de cuentas registrado por el detector, como en el experimento 3: G_1, G_2, \dots, G_N . De estas medidas podemos extraer la función de distribución de frecuencias, f(G), el valor medio, \overline{G} , y la desviación estándar, s_G .

Se elige ahora la distribución de Poisson como modelo estadístico, $P_{\mu}(G)$, y como mejor estimador de la media μ de esta distribución tomamos el valor medio de los N datos, \overline{G} . Dado que el número de puntos tomados es pequeño, comparar directamente f(G) con $P_{\mu}(G)$ es difícil, ya que para cada valor de G la función f(G) está sometido a grandes fluctuaciones.

Dado que la distribución de Poisson predice una varianza $\sigma^2 = \mu$, lo que se hace es comparar si la varianza muestral, s_G^2 , es compatible con la media muestral, \overline{G} , es decir, si $s_G^2 \approx \overline{G}$ (Figura 4.1). Dado que la muestra de datos es pequeña, ambos parámetros puede que no sean muy próximos y para tener un criterio cuantitativo, recurrimos al test de "chi-cuadrado":

$$\left(\chi^{2}\right)_{\text{calculado}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\left[G_{j} - \overline{G}\right]^{2}}{\overline{G}} = (N-1)\frac{s_{G}^{2}}{\overline{G}}$$
(0.8)

El grado en que $\frac{s_G^2}{\overline{G}}$ se desvía de la unidad es una medida directa de cuánto la varianza muestral difiere de la varianza predicha por el modelo Poisson. Por lo tanto, el grado en que

 $(\chi^2)_{calculado}$ difiere de N-1 es una medida de la desviación de los datos de la predicción de la distribución de Poisson. Lo que se hace es calcular $P(\chi^2 \ge (\chi^2)_{calculado}; \nu)$, es decir, la probabilidad de que una muestra aleatoria obtenida de una distribución de Poisson presente un valor de χ^2 mayor que el $(\chi^2)_{calculado}$ para el número de grados de libertad $\nu = N - p - 1$ indicado. Probabilidades muy pequeñas (< 2%) indican fluctuaciones anormalmente altas, mientras que probabilidades muy altas (> 98%) indican fluctuaciones anormalmente bajas. Cualquier valor de la probabilidad entre los dos anteriores se acepta como indicador del buen funcionamiento del detector.

Procedimiento

1. Se consideran las 20 medidas del experimento 3 y los datos del fondo del experimento 2.

<u>Resultados</u>

- a. Efectúese este test χ^2 de de la varianza para las 20 medidas del experimento 3.
- b. Efectúese este test χ^2 de de la varianza para los datos del fondo del detector, obtenidos en el experimento 2.
- c. Conclusión respecto al buen funcionamiento o no del contador Geiger.

<u>Bibliografía</u>

- R.D. Evans, *The Atomic Nucleus*, Capítulo 27, Sección 4c (pag. 781), Décima impresión, Mc Graw-Hill Book Company (1955)
- Glenn F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, Capítulo 3, Sección III, Aplicación A (pag.79) Tercera edición. John Wiley & Sons, Inc. (2000)

5.- Correcciones por tiempo de resolución en el GM

<u>Objetivo</u>

Deducción del tiempo muerto del detector

Fundamento

Cuando una partícula β penetra en el tubo a través de la ventana y pierde energía creando pares de iones, los electrones producidos en la avalancha resultante se recolectan en el ánodo durante un corto periodo de tiempo. Sin embargo, los iones positivos son masivos y se desplazan más lentamente hacia el cátodo cilíndrico durante un intervalo de tiempo Δt en el que el contador GM "está ocupado". Si durante este intervalo de tiempo otra partícula β penetra en el tubo GM ésta no será registrada. Este intervalo de tiempo se llama "tiempo muerto" del contador GM.

El contador GM es un dispositivo lento. Cuando se usa para contar tasas superiores a \approx 5000 c/min es necesario realizar correcciones por tiempo muerto para obtener la tasa de cuentas verdadera.

Procedimiento

En este apartado, se va a determinar el tiempo muerto del detector Geiger utilizando el método de las dos fuentes. Pídase al profesor las muestras partidas de Tl-204, unas fuentes especiales para esta práctica, y préstese atención al hecho de que las muestras sólo presentan actividad apreciable por una de las caras por ser el Tl-204 un emisor β puro (véase Figura 5.1).



Figura 5.1.- a) Esquema de desintegración del Tl-204 y b) espectro β^{-1}

Se procede de la siguiente manera:

- 1. Se dispone de dos fuentes de actividades parecidas y de idéntica construcción, y de un blanco, muestra idéntica a las anteriores fuentes, pero sin actividad.
- 2. Se coloca la fuente-1 y el blanco (Figura 5.2-a), y se anotan las cuentas registradas, G_1 , en un determinado período de tiempo $t_G(g_1)$.



Figura 5.2.- Disposición de las fuentes de Tl-204 para determinar el tiempo muerto del GM

- 3. Se sustituye el blanco por la fuente-2 sin desplazar la fuente-1 (Figura 5.2-b), se mide durante el mismo intervalo de tiempo y se calcula la tasa de cuentas (g_{12}) .
- 4. Se retira la fuente-1, se sustituye por el blanco sin retirar la fuente-2 (Figura 5.2-c), y se mide durante el mismo intervalo de tiempo que en los apartados anteriores (g_2) .
- 5. Dado que en nuestro caso el fondo del GM es despreciable $(b \approx 0)$ en comparación con las tasas de cuentas medidas, podemos considerar la expresión simplificada para el cálculo del tiempo muerto:

$$\tau = \frac{1}{g_{12}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{g_{12}}{g_1 g_2} (g_1 + g_2 - g_{12})} \right] \approx \frac{(g_1 + g_2 - g_{12})}{2g_1 g_2}$$
(0.9)

6. Se repiten los pasos 2 al 4 cinco veces en total (es decir, hay que quitar las fuentes y volverlas a poner cada vez).

<u>Resultados</u>

- a. Hállese el valor de τ y su desviación estándar en cada uno de los cinco casos
- b. Compárese el valor obtenido con el valor especificado por el fabricante.
- c. Todos los recuentos realizados a partir de ahora con el detector superiores a unas 5000 cuentas/min, deben ser corregidos por tiempo muerto: la tasa de cuentas corregida por tiempo muerto es:

$$g = \frac{\frac{G}{t_G}}{1 - \frac{G}{t_G}\tau}$$
(0.10)

<u>Bibliografía</u>

- Nicholas Tsoulfanidis, Measurement and Detection of Radiation, Sección 2.21 (pag. 73). Second Edition (1995) Taylor & Francis Ltd.
- William J. Price, *Nuclear Radiation Detection*, Sección 5.6 (pag. 126). Second Edition (1964) McGraw-Hill Book Company.
- Glenn F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, Capítulo 4, Sección VII (pag. 119). Tercera edición. John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- A. Ferrer Soria, *Física nuclear y de partículas*, § 11.3, Primera edición, Educació. Materials 62. Universitat de València (2003)

<u>MEDIDAS DE RADIACIÓN</u>: CARACTERIZACIÓN DEL DETECTOR GASEOSO GEIGER-MÜLLER

(Práctica nº 1: El detector Geiger-Müller)

FERNANDO HUESO GONZÁLEZ¹ Grupo B-L1 4º DE GRADO DE FÍSICA - UVEG Laboratorio de Física Nuclear y de Partículas Práctica realizada el 19-X-10 Informe entregado el 2-XI-10

¹ ferhue#alumni.uv.es

ÍNDICE

ÍNDICE	
OBJETIVO	2
INTRODUCCIÓN HISTÓRICA	2
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	
Distribución de Poisson Test del x ²	
DISEÑO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	5
MEDIDAS Y RESULTADOS	
DETERMINACIÓN DE LA CURVA PLATEAU DEL GM FONDO DEL GM Test χ^2 del histograma de frecuencias Test χ^2 del histograma de bins agrupados Fondo radioactivo ERROR ESTADÍSTICO EN LA MEDIDA DE RADIACIÓN TEST DE FUNCIONAMIENTO DEL GM Test χ^2 de la varianza CORRECCIONES POR TIEMPO DE RESOLUCIÓN EN EL GM.	
CONCLUSIÓN	

OBJETIVO

El propósito de esta práctica es estudiar las características y aplicaciones del detector gaseoso Geiger-Müller, así como la naturaleza estadística del recuento de desintegraciones radioactivas. En concreto, se realizarán diversos experimentos con los siguientes objetivos:

- Caracterización de la Curva Plateau del detector
- Determinación del fondo radioactivo ambiental
- Determinación del tiempo muerto del detector
- Análisis estadístico del contaje de desintegraciones radioactivas y comparación con el modelo teórico (distribución de Poisson)

INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

La radiactividad o radioactividad fue un fenómeno descubierto por Henri Becquerel (1852-1908) en 1896 en un mineral de uranio. Posteriormente, Pierre y Marie Curie llevaron a cabo estudios muy importantes para el caso del radio, que les hicieron merecedores del premio Nobel junto con Becquerel (1903). Desde entonces, son innumerables los estudios y aplicaciones relacionadas con la radioactividad; sus efectos y su detección, para lo que se han desarrollado una amplia variedad de instrumentos. Este experimento se centra principalmente en el registro de desintegraciones radioactivas mediante el detector Geiger-Müller y su análisis estadístico.

El primer contador clasificado como "Geiger" fue construido por el físico alemán Hans Geiger y el neozelandés Ernest Rutherford en 1908, y sólo detectaba partículas alfa. En 1928, Geiger y un estudiante llamado Walther Müller perfeccionaron el dispositivo para detectar más tipos de radiación. La última mejora sustancial del dispositivo la realizó en 1947 el físico Sidney H. Liebson, con un menor potencial de trabajo y una mayor vida útil, al introducir un gas halógeno en el tubo de detección. El modelo no ha variado en lo esencial hasta hoy en día, y es similar al utilizado en nuestra práctica.

Los contadores Geiger se basan en la detección del número de desintegraciones, no en el tipo de radiación incidente ni en su energía o trayectoria. Estos detectores han sido ampliamente utilizados por su sensibilidad y fácil manejo, y han sido instrumentos imprescindibles para múltiples estudios científicos y otras aplicaciones comerciales e industriales. Como anécdota histórica, en la década de 1960, en plena Guerra Fría, los Estados Unidos construyeron y comercializaron multitud de contadores Geiger en un esfuerzo de preparar a los ciudadanos civiles ante un eventual ataque nuclear.

En la actualidad, los detectores Geiger-Müller se siguen empleando en diferentes ámbitos, desde laboratorios para estudiantes hasta en hospitales o zonas con riesgo de radiación de cara a la protección radiológica.



<u>Figura 1</u> – Contador Geiger "portátil" del año 1938. (desarrollado por Dr. Curtiss)

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Los puntos principales de estudio en este experimento son las características del detector Geiger-Müller y el estudio estadístico de las desintegraciones radioactivas. La descripción del detector la detallaremos en el apartado de diseño experimental, para centrarnos aquí en la distribución de Poisson que gobierna procesos aleatorios como el recuento de partículas radioactivas.

Las desintegraciones radiactivas transcurren al azar, espontáneamente, sin la mediación agente externo. El proceso de desintegración de un núcleo es un proceso estadístico: no podemos predecir el momento en el que un núcleo aislado se desintegrará, pero podemos describir el comportamiento de un número muy elevado de núcleos radiactivos idénticos. Como se verificará experimentalmente, un proceso de tales características viene gobernado por el modelo matemático de la distribución de Poisson.

Distribución de Poisson

La distribución de Poisson fue descubierta por Siméon-Denis Poisson (1781-1840). Ésta es una distribución de probabilidad discreta que expresa la probabilidad de sucesos para un determinado valor en un cierto intervalo de tiempo, siempre y cuando los sucesos ocurran con una tasa media conocida.



Figura 2 - Curva² característica de una distribución de Poisson.

Una distribución de Poisson se caracteriza por:

• La **probabilidad** de obtener un determinado un valor discreto x dada una media µ:

² La curva continua representada no es la distribución de Poisson, sólo sirve para visualizar mejor la misma al unir los valores discretos.

$$P_{\mu}(x) = \frac{\mu^{x}}{x!} e^{-\mu}$$
[1]

- Sólo depende de **un parámetro:** μ, que puede ser o no entero³.
- La variable x es discreta, es decir, puede tomar valores enteros no negativos del 0 a infinito.
- La distribución de Poisson verifica la condición de normalización⁴.

$$\sum_{x=0}^{\infty} P_{\mu}(x) = 1$$
[2]

• El valor medio de la distribución es igual a su variable dependiente μ, es decir:

$$\bar{x} = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot P_{\mu}(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot \frac{\mu^{x}}{x!} e^{-\mu} = \mu$$
[3]

• Su varianza es igual a su variable dependiente μ , es decir:

$$\sigma^{2} = \sum_{x=0}^{\infty} (x - \bar{x})^{2} P_{\mu}(x) = \sum_{x=0}^{\infty} (x - \bar{x})^{2} \cdot \frac{\mu^{x}}{x!} e^{-\mu}$$
[4]

Desarrollando queda finalmente que la desviación estándar es la raíz de la media:

$$\sigma^{2} = (\mu^{2} + \mu) + \mu^{2} - 2\mu^{2} = \mu \implies \sigma = \sqrt{\mu}$$

$$[5]$$

Por tanto, la desviación estándar está ligada a la media. La desviación típica que le hemos de asignar a cada medida x es $s = \sqrt{x}$. El error de la media es la desviación estándar dividido entre la raíz del número de medidas. En el caso de la radioactividad, el parámetro μ corresponde al número medio de desintegraciones en un intervalo registrado en la superficie del detector y será proporcional al intervalo de tiempo medido. k (constante si la actividad no varía apreciablemente) es la probabilidad por unidad de tiempo de que se desintegre un átomo.

$$\mu = k t \tag{6}$$

En nuestro experimento, estudiaremos el fondo radioactivo ambiental tomando un número grande de medidas (100), y comprobaremos si la distribución muestral se asemeja a la distribución esperada de Poisson. Asimismo mediremos la radiación de una muestra radioactiva y comprobaremos las fluctuaciones internas entre distintas medidas para comprobar el buen funcionamiento del detector. Si dichas fluctuaciones coinciden con las desviaciones predichas por la distribución de Poisson, habremos verificado un correcto funcionamiento del contador.

Para tener un criterio objetivo sobre el acuerdo entre los datos medidos y los esperados según la distribución teórica, será necesario realizar el test de χ^2 (chi) cuadrado que se explica a continuación.

Aparte, comprobaremos experimentalmente que la desviación estándar de la suma de todas las cuentas de N medidas (G_i) en un tiempo t_G es similar a la de una sola medida durante un tiempo N· t_G ., lo que se demuestra teóricamente mediante propagación de errores. Esto también será un test sobre el buen funcionamiento de nuestro contador, pues se espera que suma(G_i) = G' (ver ecuaciones a continuación).

$$\{G_i\} \to \sigma(G_i) = \sqrt{G_i} \to G = \sum_i G_i \to \sigma^2(G) = \sum_i \sigma^2(G_i) = G$$
^[7]

1 medida:
$$G' \to \sigma^2(G') = G'$$
 [8]

Test del χ^2

La forma de valorar cuantitativamente la bondad de cualquier ajuste, y para nuestro experimento en concreto, de la distribución de Poisson es mediante el test estadístico del χ^2 cuadrado. El χ^2 es considerada como una prueba que mide la discrepancia entre una distribución experimental observada y otra teórica conocidos los parámetros característicos. Se define la cantidad:

³ Si la media es un valor entero, se puede demostrar que $P_{\mu}(\mu) = P_{\mu}(\mu-1)$.

⁴ Para poder comparar la distribución teórica de Poisson con un histograma de frecuencias (por ejemplo para el fondo ambiental), multiplicaremos P_{μ} por el número de medidas N.

$$\chi^{2} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{observada_{i} - teórica_{i}}{error_{i}} \right)^{2}$$
[9]

Cuando mayor sea el χ^2 , es decir, la discrepancia entre los valores experimentales y los teóricos, peor será el ajuste entre las distribuciones; mientras que valores cercanos a n indicarán que el ajuste es mejor y que los valores experimentales concuerdan con lo esperado.

En nuestro caso esperamos que, si hemos realizado un número bastante alto de medidas, nuestros datos tiendan a la distribución límite de Poisson: compararemos número de veces observado el valor k (o intervalo) O_k con número de veces esperado: E_k . En el caso de la radioactividad, las desviaciones típicas son $\sqrt{E_k}$.

$$\chi^{2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(E_{k} - O_{k})^{2}}{E_{K}}$$
[10]

Cuando a partir de una muestra de n datos o medidas se determina uno o más parámetros de la muestra, no es correcto comparar χ^2 con n sino con el número de grados de libertad. El número de grados de libertad se define como v = n - l, donde *l* son las ligaduras (ecuaciones empleadas para determinar los parámetros de la distribución a partir de las medidas experimentales) y n el número de valores distintos considerados (o número de agrupaciones de estos en intervalos o bins). En el caso de la distribución de Poisson se consideran dos ligaduras: el número de datos y la media; v = n - 2.

 χ^2 reducido (χ^2_{ν}) se define como el cociente entre χ^2 y el número de grados de libertad (degrees of freedom). Debe ser del orden de 1 para que el ajuste sea aceptable.

$$\chi^2_{\nu} = \frac{\chi^2}{\nu} \approx 1$$
 [11]

Para valorar cuantitativamente si el ajuste es aceptable, se define el nivel confianza como la probabilidad de obtener un χ^2 mayor que el χ_0 obtenido para los v grados de libertad. Hay que recurrir a las tablas donde aparecen dichos porcentajes dado χ_0 y v o mediante programas informáticos (Matlab por ejemplo). Por convenio se acepta el acuerdo teoría-experimento si el nivel de confianza está entre el 2% y el 98%.

En el experimento haremos estas comprobaciones para una muestra radioactiva y para el fondo ambiental (donde realizaremos un histograma de frecuencias y otro de bins, a comparar). También realizaremos el test χ^2 de la varianza, donde compararemos la desviación estándar muestral s_G (N medidas) frente a la predicha según Poisson a partir del valor medio G_m. Para ello se calcula el test χ^2 con N-2 grados de libertad:

$$\chi^{2} = (N-1)\frac{s_{G}^{2}}{G_{m}}$$
[12]

DISEÑO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El montaje experimental consta de un detector Geiger-Müller, que ya hemos introducido previamente, que registra el número de partículas que entran por la ventana de mica en la cámara del detector y producen un pulso registrable al ionizar el gas de su interior. Estos detectores tienen una gran eficiencia a la hora de detectar partículas alfa o beta (hasta un 99%), y muy baja para detectar radiación gamma (1%). Por ello, utilizaremos distintas muestras radioactivas cuya desintegración predominante sea tipo beta. En concreto utilizaremos muestras de ¹³⁷Cs y ²⁰⁴Tl (que es emisor beta puro) de baja actividad (para evitar riesgos de irradiación, pues no llevamos protección. Es importante no acercar las muestras en exceso al cuerpo.

La ventana del detector apunta hacia abajo, y está sobre un soporte en el que hay distintas baldas o pisos donde se pueden colocar las muestras (sobre una bandeja). Asimismo, se puede controlar el voltaje entre los electrodos del detector, que se puede asimilar a un cilindro (cátodo) con un hilo anódico que pasa por su centro. El detector estará conectado a un contador digital con diversos modos de registro (manual y distintos intervalos prefijados).



Figura 3 - Esquema del montaje experimental.

El procedimiento experimental se detalla a continuación para las cinco partes del experimento. En la primera parte caracterizaremos la curva plateau del detector, que tendrá un aspecto similar a la siguiente figura:



Figura 4 – Curva plateau del detector Geiger Müller.

Para ello, tomaremos medidas de las desintegraciones registradas (colocando la muestra de Cs en el soporte) a intervalos regulares de 40V (y medio minuto de intervalo de tiempo) desde el starting voltage hasta la región de descarga continua, midiendo con especial atención los puntos especiales (codo, tensión de ruptura, etc.). A partir de esta curva estableceremos el potencial de trabajo que estará fijo el resto de la práctica y calcularemos la pendiente de la zona plana, para testear si el detector está en buen estado (pendiente muy pequeña). Esta pendiente se calculará a partir de dos puntos (V_1, g_1) y (V_2, g_2) de los extremos opuestos de una recta que ajuste visualmente o por mínimos cuadrados al plateau según:

$$p = \frac{g_2 - g_1}{g_1 (V_2 - V_1)} 100V(\%)$$
[13]

En la segunda parte retiraremos la muestra y tomaremos N=100 medidas de medio minuto (t_B = 30s) de la radiación de fondo, obteniendo un valor medio B_m y una desviación estándar s_B . Representaremos el histograma de frecuencias y se comparará con la distribución de Poisson y tests de chi cuadrado, como ya se ha comentado en los fundamentos teóricos. Se analizarán las diferencias al agrupar los valores en intervalos (bins) en lugar de cada cuenta por separado, sobre todo cuando la frecuencia observada se muy baja (menor que 5). Por último, se determinará el valor del fondo mediante la siguiente fórmula:

$$b = B_m / t_B \pm \frac{s_B / t_B}{\sqrt{N}}$$
[14]

En la tercera parte se hará un nuevo test del tubo a partir de la comparación de dos métodos en principio equivalentes de medida: 20 medidas de medio minuto y una medida de 10 minutos situando la fuente de Cs en el soporte. De acuerdo a las ecuaciones [7] y [8], la tasa de cuentas (por segundo) media y su desviación estándar deben ser comparables. El valor medio será (siguiendo con la notación de las ecuaciones citadas):

$$G_m = G/N \pm \sqrt{G}/N \to g = G_m/t_G \pm \frac{\sqrt{G}}{Nt_G}$$
(20 medidas) [15]

$$G' \pm \sqrt{G'} \rightarrow g' = \frac{G'}{Nt_G} \pm \frac{\sqrt{G'}}{Nt_G}$$
(1 medida) [16]

Se compararán g y g' así como sus desviaciones.

En la cuarta parte se harán varios análisis estadísticos a partir de los datos ya obtenidos, por lo que no habrá que tomar nuevas medidas. Se recuperarán las medidas de la segunda y tercera parte para hacer los tests de chi cuadrado de la varianza según lo ya comentado en los fundamentos teóricos.

En la quinta y última parte se determinará el tiempo muerto del detector. Para ello se utilizarán dos muestras de Tl-204 en forma de semidisco y un blanco con la misma forma (en total hay tres semidiscos). Se tomarán medidas combinando siempre dos semidiscos (fuente 1+blanco: g_1 ; fuente 1 + fuente 2: g_{12} , blanco + fuente 2: g_2) y se repetirá esta secuencia (en este orden) 5 veces.



La tasa de cuentas g llevará asociada los subíndices según la combinación representada arriba.

Para cada medida se calculará el tiempo muerto del detector τ según la fórmula:

$$\tau = \frac{1}{g_{12}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{g_{12}}{g_1 g_2}} (g_1 + g_2 - g_{12}) \right] \approx \frac{(g_1 + g_2 - g_{12})}{2g_1 g_2}$$
[17]

Y a partir del valor medio se obtendrá un tiempo medio más fiable. A partir de éste podremos calcular la tasa de cuentas real (despreciando el fondo ambiental, que será muy bajo en comparación⁵):

$$g_{real} = \frac{g}{1 - g\tau}$$
[18]

⁵ Se podría restar el fondo ambiental cambiando g por g-b, pero g>>b con lo que la variación es inapreciable.

MEDIDAS Y RESULTADOS

Determinación de la curva plateau del GM

Siguiendo las indicaciones comentadas en el procedimiento experimental, se cuentan las desintegraciones en un intervalo de 0,5 min colocando una muestra radioactiva de ¹³⁷Cs frente al detector (2° piso del soporte empezando desde arriba) para distintos voltajes para obtener la curva plateau. Previamente, en el modo manual del contador, se ha determinado el "starting voltage", valor umbral a partir del cual se empiezan a detectar cuentas: $V_s = 420 \pm 5$ V. Conviene señalar que esta medida es algo aproximada, pues no hemos verificado que a un voltaje menor, esperando un tiempo suficiente, se empiecen a contar desintegraciones, pero presuponemos que la curva se inicia con una gran pendiente (derivada grande), con lo que el salto será brusco de acuerdo con la Figura 4.

Por otro lado se busca el codo del plateau, que encontramos a un voltaje $V_1 = 460 \pm 5$ V, y la tensión de ruptura (breakdown voltage), donde comienza la región de descarga continua, a $V_2 = 900 \pm 5$ V.

Pese a que en el contador había una pegatina que especificaba que no había que superar los 650V, el hecho de que el contador sea algo viejo nos ha obligado a aumentar el voltaje para poder observar la región de descarga continua. Con el paso del tiempo, los contadores Geiger-Müller se deterioran (quenching), hay apantallamiento y el valor de V₂ crece considerablemente. V₂ - V₁ = 440 ± 7 V para este detector es bastante mayor que para los detectores nuevos (aproximadamente 300V según el guión).

A continuación se muestra la tabla completa de valores de cuentas frente al voltaje:

$V \pm 2V$	G (c/t_G)	g	(c/s))
400	0	±	0	0	±	0
420	0	±	0	0	±	0
430	112	±	11	3,7	±	0,4
440	1740	±	40	57,9	±	1,4
460	4970	±	70	166	±	2
480	4770	±	70	159	±	2
520	4700	±	70	157	±	2
560	4710	±	70	157	±	2
600	4820	±	70	161	±	2
640	4710	±	70	157	±	2
660	4890	±	70	163	±	2
680	3790	±	60	126	±	2
700	4680	±	70	156	±	2
720	4810	±	70	160	±	2
740	4760	±	70	159	±	2
760	4950	±	70	165	±	2
770	4790	±	70	160	±	2
780	4890	±	70	163	±	2
800	4830	±	70	161	±	2
820	4750	±	70	158	±	2
820	5200	±	70	173	±	2
840	4750	±	70	158	±	2
860	4970	±	70	166	±	2
880	4900	±	70	163	±	2
900	5030	±	70	168	±	2
940	5380	±	70	179	±	2
960	5390	±	70	180	±	2
980	6070	±	80	202	±	3

Tabla 1 – Caracterización de la curva plateau del contador Geiger-Müller mediante una muestra radioactiva.

N° de cuentas registradas **G** frente a la diferencia de potencial **V** para $t_G = 0.5 \text{ min} = 30\text{s}$. Cálculo de la tasa de desintegración **g** (cuentas por segundo). El error del número de cuentas G en un proceso de contaje de desintegraciones radioactivas es su raíz cuadrada. El error de g se calcula dividiendo el error de G entre t_G:

$$\sigma_g = \sigma_G / t_G = \sqrt{G} / t_G$$
[19]

Como se observa, para medir una subida notable de las cuentas registradas hemos tenido que sobrepasar los 650V, para llegar prácticamente a 1000V. A partir de los datos se intuye que el plateau tendrá una gran anchura en voltaje, lo que se confirma en la representación gráfica g(V) siguiente:





Los puntos obtenidos reproducen aproximadamente la curva esperada para el detector Geiger Müller (**Figura 4**). Se observan los puntos característicos: starting voltage V_s , codo del plateau V_1 , break-down voltage V_2 , y las distintas regiones: zona plateau (plana) y región de descarga continua, además de la fuerte subida inicial.

El voltaje de trabajo se escoge a 600V, que es aproximadamente añadir a V_1 el 25% de $V_2 - V_1$. Este voltaje no se modifica en el resto de la práctica.

Se observa la fluctuación de los valores de g en la zona de plateau, debido a que sólo realizamos una medida de medio minuto en cada voltaje. En caso de disponer de más tiempo se podrían realizar más medidas (o de mayor t_G) para obtener medidas con menores fluctuaciones. La fluctuación es especialmente notable en el caso de 680V, que queda muy por debajo de las medidas adyacentes, lo que muestra las fluctuaciones asociadas a los contajes de desintegraciones radioactivas. Es decir, no es un error a la hora de medir ni una medida a repetir, sino un valor posible según la distribución de Poisson, si bien es bastante improbable que al repetir la medida salga un valor tan bajo (por eso sólo hay un dato de los 20 del plateau que se desvíe tanto). Por otro lado, el hecho de que el valor V₁ esté algo por encima de la zona plateau responde al mismo razonamiento de la fluctuación.

Para el cálculo de la pendiente en la zona de plateau se realiza un ajuste lineal por mínimos cuadrados de los puntos comprendidos entre 480V y 900V (excluyendo la medida de 680V que sólo provoca un desplazamiento en el origen pero no aporta información sobre la pendiente). El objetivo es comprobar que realmente es un plateau, es decir, una zona con pendiente cercana a cero, para asegurar un buen funcionamiento del detector en el potencial óptimo de trabajo (variación mínima de la tasa de contaje. La pendiente obtenida es: $(0,020 \pm 0,007)$ V⁻¹ c/s, una pendiente bastante pequeña. Dividiendo entre g(480V) y multiplicando por 100V obtenemos la pendiente como porcentaje adimensional:

$$0,012 \pm 0,005\%$$

Como vemos, la pendiente es muy pequeña (<<10%), con lo que el plateau es muy plano, lo que garantiza un correcto funcionamiento del mismo.

El hecho de obtener un coeficiente de correlación lineal tan bajo se debe, de nuevo, a las fluctuaciones en las medidas de contaje y al hecho de haber realizado una sola medida por voltaje (los valores oscilan aleatoriamente por encima y por debajo de la recta).

En resumen, hemos obtenido los parámetros que caracterizan la curva plateau nuestro detector Geiger-Müller, que está en condiciones aceptables para realizar con garantías el resto de medidas de la práctica:

$V_{S}(V)$	420	±	5
$V_1(V)$	460	±	5
$V_2(V)$	900	±	5
$V_2 - V_1 (V)$	440	±	7
Potencial de trabajo (V)	600	±	5
Pendiente plateau (V^{-1} c/s)	0,020	±	0,007
Pendiente plateau (%)	0,012	±	0,005

Tabla 2 – Resumen de los parámetros característicos de la curva plateau del Geiger-Müller utilizado.

Fondo del GM

Con un montaje similar al apartado anterior pero retirando la muestra radioactiva y fijando el voltaje al potencial de trabajo, realizamos 101 medidas del fondo radioactivo B con intervalos de tiempo $t_B = 0,5min = 30s$. Apuntamos las medidas en una tabla-histograma con las frecuencias con las que aparece cada valor de cuentas:

Tabla 3 – Medida del fondo radioactivo ambiental (fondo del detector).

$B(c/t_B)$	f(B)	$f_t(B)$
0	0	0,2
1	0	1,2
2	2	3,8
3	11	7,9
4	10	12,4
5	16	15,5
6	16	16,1
7	16	14,4
8	17	11,3
9	7	7,8
10	3	4,9
11	1	2,8
12	0	1,5
13	1	0,7
14	1	0,3
15	0	0,1

Frecuencia **f(B)** en la que obtenemos un valor **B** de cuentas en el intervalo de tiempo de medida $t_B = 30s$. f_t es la frecuencia predicha por la distribución de Poisson a partir de la media de los valores $B_m = \mu = 6 \pm 2 c/t_B$. Número total de medidas: 101.

Si representamos la tabla en forma de histograma:





A primera vista se comprueba que los datos difieren de la distribución de Poisson en algunos casos, aunque la forma global es bastante similar. En realidad, estas desviaciones son lógicas dado el número pequeño de medidas realizadas (101), pues sólo para N muy grandes la distribución límite se corresponde con la de Poisson. Para comprobar con un criterio más objetivo (probabilístico) si las medidas se distribuyen según Poisson deberemos realizar el test de χ^2 (más adelante).

Calculamos la media de los valores y su desviación estándar y obtenemos:

$$\mathbf{B}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{\mu} = 6 \pm 2 \, \mathrm{c/t_{\mathrm{B}}}$$

La desviación estándar $s(B_m) = 2,3$ se ha calculado según la fórmula matemática común (dividida por N-1). Podemos comparar esta desviación con la esperada según Poisson:

$$\sigma(\mu) = \sqrt{\mu} = 2.5$$

Se obtienen por tanto valores muy similares, compatibles, lo que apunta (al igual que la gráfica) en la dirección de que la distribución de las medidas es acorde con la estadística de Poisson.

Test χ^2 del histograma de frecuencias

Para cuantificar el acuerdo entre las medidas obtenidas y la distribución teórica de Poisson, realizamos el test de χ^2 para el histograma de frecuencias y obtenemos:

 $\chi^2 = 12,21$ Calcularemos ahora χ^2 reducido ($\chi^2_{\nu} = \chi^2/\nu$). ν es el número de grados de libertad ν es, y dado que sólo tenemos un parámetro (μ):

$$v = n - 2 = 14$$

 $\chi^2_v = 0.87$

Por último calculamos, a partir de tablas de la bibliografía, la probabilidad de obtener un χ^2 mayor (nivel de confianza), de manera que si este valor es mayor que el 98% o menor que el 2%, será indicativo de que los datos no se ajustan a una distribución de Poisson. El resultado es:

$$P(\chi^2 > \chi_0^2) = 59\%$$

Por tanto, concluimos que la distribución de las medidas es compatible con la distribución teórica de Poisson.

Test χ^2 del histograma de bins agrupados

Una manera mejor de realizar el test es agrupar distintos valores adyacentes en bins o intervalos, sobre todo en aquellos valores con muy pocas medidas (colas de la curva). Se obtiene una nueva tabla de valores teóricos agrupando aquellas $f_t(B)$ que sean inferiores a 5:

$B(c/t_B)$	f(B)	$f_t(B)$
0 – 2	2	5,2
3	11	7,9
4	10	12,4
5	16	15,5
6	16	16,1
7	16	14,4
8	17	11,3
9	7	7,8
10	3	4,9
11 - 15	6	5,4
10 11 - 15	3 6	4,9 5,4

<u>Tabla 4</u> – Agrupación en bins de <u>las medidas del fondo radioactiv</u>o ambiental (fondo del detector).

Frecuencia **f(B)** en la que obtenemos un valor o intervalo de valores de **B** de cuentas en el tiempo de medida $t_B = 30s$. f_t es la frecuencia de la distribución de Poisson para dichos intervalos a partir de la media de los valores $B_m = \mu = 6 \pm 2 c/t_B$. Número total de medidas: 101.

Realizamos el test de χ^2 para el histograma de bins agrupados (n=10, v = 8) y obtenemos:

$$\chi^2 = 8,61$$

 $\chi^2_v = 1,08$
 $P(\chi^2 > \chi_0^2) = 38\%$

De nuevo, concluimos que la distribución de las medidas es compatible con la distribución teórica de Poisson.

El test χ^2 de la varianza se analiza en el apartado posterior de "Test de funcionamiento del GM".

Fondo radioactivo

Por último, obtenemos el fondo radioactivo ambiental del detector Geiger-Müller:

$b = 12,51 \pm 0,05 \text{ c/min} = 0,2086 \pm 0,0008 \text{ c/s}$

Por consiguiente, el valor de b se podrá despreciar cuando el valor de g sea mucho mayor comparativamente. Esto sucede con facilidad al situar cualquier muestra radioactiva frente al detector. Por ejemplo, en el apartado de la curva plateau, se registraban unas 160 ± 2 cuentas por segundo (en el potencial de trabajo), con lo que g >> b, incluso el error de g es >> que b. Por ello, despreciaremos el valor del fondo del detector en los posteriores experimentos que hagamos con una muestra radioactiva, pues las fluctuaciones de g son mayores que el propio valor de b.

Error estadístico en la medida de radiación

En este apartado queremos comparar distintas maneras de medir la radiación de nuestra muestra radioactiva (como siempre en el 2º piso). Por un lado, tomaremos 20 medidas de medio minuto, y por otro lado una medida de 10 minutos, para comparar la media de tasa de cuentas y desviación estándar respectivas. Estadísticamente se espera que estos valores sean idénticos, como se ha comentado en los fundamentos teóricos.

Los valores medidos se presentan a continuación:

Tabla 5	meana ac la l'ac	nacion de una mues	a radioactiva.
Medida	$G \pm 70 \text{ c}/30 \text{s}$	G _{med} (c/30s)	G' (c/600s)
1	4910		
2	5050		
3	5000		
4	5000		
5	5060		
6	4930		
7	4980		
8	4970		
9	5030		
10	4930	4980 + 50	99700 + 300
11	4950	4 /00 ± 30	<i>))</i> /00 ± 300
12	4910		
13	4980		
14	4990		
15	5030		
16	4990		
17	5050		
18	4870		
19	5040		
20	5010		

Tabla 5 – Medida de la radiación de una muestra radioactiva.

Los datos en la parte izquierda de la tabla (G) corresponden a las 20 medidas de 0,5 minutos; la columna de la derecha (G') corresponde a la medida única de 10 minutos. G_{med} es la media con la desviación estándar (dividida por N-1) de los valores.



<u>Figura 8</u> – Medidas de radiación de una muestra mediante el detector Geiger-Müller. 20 medidas con $t_G = 30s$. La recta punteada representa la media de los 20 valores.

La tasa de desintegraciones encontrada según ambos métodos es:

$G_{med} = 9970 \pm 110 \text{ c/min}$ G' = 9970 ± 30 c/min

Por tanto, vemos que las medias coinciden exactamente, lo que nos permite concluir un buen funcionamiento del Geiger (independencia de la tasa de cuentas con el intervalo de medida t_G).

Los errores son algo diferentes entre sí porque la desviación estándar o varianza muestral de las 20 medidas (calculada según la fórmula general dividida por N-1) es algo mayor que si la calculásemos como la raíz de la media (con este segundo método saldría exactamente el mismo resultado que G', puesto que el valor medio coincide). Es decir, los valores están distribuidos alrededor del valor medio esperado, pero las fluctuaciones de cada medida respecto a la media son ligeramente mayores que la raíz de la medida (lo esperable si los errores son solamente de origen estadístico). Probablemente, si realizá-semos más medidas la desviación estándar calculada se ajustaría más a la esperada según Poisson. Para valorar esta desviación con un criterio más objetivo, realizaremos el test χ^2 de la varianza en el posterior apartado.

En resumen, podemos concluir en parte que el contador Geiger presenta un correcto funcionamiento al haber comprobado el acuerdo del valor medio entre los dos procedimientos de toma de medidas, según lo esperado estadísticamente. Por otro lado, todavía no tenemos resultados suficientes para saber si la diferencia entre las desviaciones estándar es significativa o entra dentro de lo aceptable en un contador Geiger-Müller con funcionamiento óptimo al haber realizado un número pequeño de medidas (ver posterior apartado).

Test de funcionamiento del GM

Para controlar un funcionamiento adecuado y con garantías del detector Geiger-Müller se comprueba si las fluctuaciones internas de los recuentos son consistentes con las esperadas estadísticamente. Si las fluctuaciones reales se desviasen mucho (por encima o por debajo) de las esperadas, sería una señal de un incorrecto funcionamiento del detector (pulsos espúreos o ruido electrónico, etc.).

Por tanto, compararemos la varianza muestral con la varianza asociada a la distribución estadística teórica de Poisson mediante el test χ^2 de la varianza (ecuación [12]). La diferencia del valor de χ^2 respecto a N-1 será una medida objetiva de la desviación entre los datos experimentales y el modelo estadístico. También se puede calcular la probabilidad porcentual de obtener un χ^2 mayor, con un criterio similar al utilizado anteriormente ($2\% < P(\chi^2 > \chi_0^2) < 98\%$).

Test χ²de la varianza

Para las medidas del fondo del detector (N=101, v=99), obtenemos:

$$\chi^2 = 82,03$$

 $\chi^2_v = 0,83$
 $P(\chi^2 > \chi_0^2) = 89\%$

Para las medidas del apartado "Error estadístico..." (N=20, v=18), obtenemos:

$$\chi^2 = 11,51$$

 $\chi^2_v = 0,64$
 $P(\chi^2 > \chi_0^2) = 87\%$

Por tanto, en ambos casos los datos experimentales son consistentes con la distribución de Poisson y concluimos que el detector registra correctamente la radiación, con fluctuaciones normales y acordes con la naturaleza estadística del recuento de desintegraciones.

Correcciones por tiempo de resolución en el GM

El contador Geiger-Müller es un dispositivo lento que permanece un lapso de tiempo ocupado por cada partícula que detecta, en el cual no puede detectar la hipotética entrada de una nueva partícula. El objetivo de este experimento es determinar dicho tiempo muerto para cuantificar las correcciones necesarias que se deben realizar cuando la tasa de cuentas supera las 5000 c/min. Para ello cambiaremos la muestra radioactiva que hemos utilizado en el resto de experimentos (¹³⁷Cs) por una muestra de ²⁰⁴Tl, con una actividad mayor que la anterior y emisor β puro.

Para ello, contamos con dos fuentes de actividades parecidas y un blanco, y seguiremos las indicaciones detalladas ya en el apartado de procedimiento experimental con notación similar de subíndices.

Medida	$G_1 (c/t_G)$	G_{12} (c/t _G)	G_{12} (c/t _G)
1	5250 ± 70	12540 ± 110	6740 ± 80
2	5430 ± 70	12710 ± 110	7610 ± 90
3	5220 ± 70	12700 ± 110	7020 ± 80
4	6140 ± 80	12360 ± 110	$6610 \hspace{0.1in} \pm \hspace{0.1in} 80$
5	6330 ± 80	12560 ± 110	7020 ± 80

Tabla 6 – Medidas de radiación de distintas combinaciones fuente-blanco.

Subíndices: $_{1}$ → fuente 1 + blanco; $_{12}$ → fuente 1 + fuente 2; $_{2}$ → blanco + fuente 2 $t_{G} = 30s$

Tabla 7 – Medida del tiempo de resolución del Geiger Müller mediante combinaciones fuente-blanco.

Medida	g_1 (c/s)	g_{12} (c/s)	$g_2 (c/s)$	τ (μs)
1	175 ± 2	418 ± 4	225 ± 3	-220 ± 70
2	181 ± 2	424 ± 4	254 ± 3	120 ± 60
3	174 ± 2	423 ± 4	234 ± 3	-180 ± 70
4	205 ± 3	412 ± 4	220 ± 3	140 ± 60
5	211 ± 3	419 ± 4	234 ± 3	280 ± 50

Subíndices: $_{1}$ \rightarrow fuente 1 + blanco; $_{12}$ \rightarrow fuente 1 + fuente 2; $_{2}$ \rightarrow blanco + fuente 2

 τ se calcula según la fórmula [17].

Se observa una anomalía en el signo del tiempo muerto para algunas medidas. Analicemos la razón de este resultado. El signo del tiempo muerto viene determinado por el factor:

$$g_1 + g_2 - g_{12} > 0$$

que se presupone mayor que cero. Esto se debe a que a mayor número de cuentas radioactivas $(g_{12} > g_1, g_{12} > g_2)$, mayor número pueden "perderse" en el intervalo de tiempo muerto. Por tanto, $g_1 + g_2$ cada una en un t_G será en general mayor que las dos muestras juntas en un solo t_G. Si calculamos para cada medida esta diferencia:

<u>Tabla 8</u> – Medida de la dife<u>rencia de contaje entre distintas co</u>mbinaciones fuente-blanco.

Medida	$g_1 + g_2 - g_{12} (c/s)$
1	-18 ± 5
2	11 ± 5
3	-15 ± 5
4	13 ± 5
5	26 ± 5

Subíndices: $_{1}$ → fuente 1 + blanco; $_{12}$ → fuente 1 + fuente 2; $_{2}$ → blanco + fuente 2

Se observa que el error relativo de las medidas es bastante grande, lo que nos indica que el método utilizado no es especialmente preciso, lo que provoca resultados graves al estar cerca del cero (el tiempo muerto es bastante pequeño, del orden de milisegundos), cambios de signo, etc. De hecho, las fluctuaciones inherentes al contaje radioactivo es la razón de estas desviaciones. Es decir, si fuésemos capaces de medir "a la vez" en el tiempo (en un Gedankenexperiment) los tres valores de g, es lógico que g_{12} sea menor o igual a $g_1 + g_2$, pero nunca mayor. Pero en la realidad, tenemos que realizar experimentos consecutivos, con lo que la propia fluctuación y la acumulación de errores afecta considerablemente al signo de la resta. Por ello, el procedimiento adecuado sería hacer muchas medidas de cada g_i , calcular su media y posteriormente realizar la media, para evitar errores tan grandes y el cambio de signo. Las 5 medidas realizadas son algo escasas, pero podemos realizar este procedimiento para obtener un tiempo muerto medio.

	<u>1 adia 9</u> – Mee	lla de los valores a par	ur de las 5 medidas.	
Valor	$g_1 (c/s)$	g_{12} (c/s)	$g_2 (c/s)$	τ (µs/c)
medio	$189,1 \pm 1,1$	419,1 ± 1,7	233,3 ± 1,2	40 ± 30

<u>Tabla 9</u> – Media de los valores a partir de las 5 medidas.

Por tanto, se observa en este caso un tiempo muerto positivo, como cabría esperar, pero la precisión con que lo determinamos es muy baja (error relativo del 70%). Por tanto, podemos concluir que el tiempo muerto del detector es del orden de microsegundos, del orden de la mayoría de detectores, pero necesitaríamos realizar muchas más medidas (o de mayor t_G) para obtener su valor con suficiente fiabilidad, lo que también es el lógico al estar intentando detectar un valor tan pequeño a partir de medidas de recuento con fluctuaciones asociadas considerables.

Finalmente, para tener una idea u orientación sobre el orden de la corrección que debemos aplicar mediante el tiempo muerto, el número de cuentas reales se calcula según la ecuación [18].

En toda la práctica, el valor de g ha sido menor que 500c/s, con lo que $g\tau$ es del orden de 10^{-2} y por tanto el haber despreciado el factor $1/(1-g\tau)$ ha supuesto una desviación siempre menor del 2%, lo que es aceptable experimentalmente. El fondo ambiental también es inapreciable, pues todos los valores de g han sido bastante superiores al valor medio del fondo radioactivo b.

CONCLUSIÓN

En esta práctica se han estudiado las características del detector gaseoso Geiger Müller, así como la naturaleza estadística del recuento de desintegraciones radioactivas. Se ha determinado la curva plateau, el fondo ambiental y el tiempo muerto del detector Geiger-Müller, así como las distribuciones y errores de las distintas medidas realizadas, comparándolas con lo esperado estadísticamente según la distribución de Poisson, que parte de la aleatoriedad de las desintegraciones radioactivas.

En la primera parte, la curva plateau, hemos identificado las diferentes zonas características, analizado la pendiente de la zona plana y verificado el correcto funcionamiento del Geiger en esa región, pese a que el tubo es ya algo antiguo y ha aumentado el valor de la tensión de ruptura. Los resultados han sido consistentes con lo esperado, con fluctuaciones acordes con el número reducido de medidas realizadas. Además, hemos determinado el potencial de trabajo (600V) que dejaremos fijo en el resto de la práctica.

En la segunda parte hemos analizado la radiación de fondo del detector así como la distribución de las medidas según la distribución de Poisson, con un acuerdo aceptable según los porcentajes obtenidos mediante el test de χ^2 . Una forma de mejorar el acuerdo entre histograma de frecuencias y la distribución teórica sería realizar un mayor número de medidas mediante un proceso de registro automático o intervalos de tiempo mayor. Aparte, hemos comprobado que el valor de radiación ambiental es despreciable cuando se sitúa alguna de las dos muestras radioactivas frente al detector.

En la tercera parte hemos realizado medidas de radiación mediante procedimientos distintos (N medidas en t_G y una medida de Nt_G), y se verifica la equivalencia entre ambos métodos a la hora de ob-

tener el valor medio, y alguna desviación al comparar la desviación estándar de cada uno, pero dentro de lo aceptable según el test de χ^2 realizado en la cuarta parte de la práctica.

En esa cuarta parte, se realiza el test χ^2 de la varianza para los resultados obtenidos anteriormente, verificando que las fluctuaciones estadísticas de las medidas obtenidas se corresponden aproximadamente con las predichas según la distribución de Poisson a partir del valor medio de cuentas. Los porcentajes obtenidos están en el intervalo de lo que se acepta convencionalmente en este tipo de experimentos. Es decir, las fluctuaciones internas, en la mayoría de los casos han sido aleatorias y no se han detectado desviaciones muy grandes, como podrían ser pulsos espúreos, ruido electrónico, etc., salvo en una medida aislada de la primera parte.

En la quinta y última parte, se ha determinado el tiempo muerto del detector. Hemos observado anomalías en el signo del tiempo muerto debido al número bajo de medidas realizadas (o intervalo de tiempo pequeño), con lo que las fluctuaciones de las medidas han dificultado la obtención de un valor de tiempo tan pequeño (del orden de microsegundos). A partir de la media de valores, se ha obtenido el orden del tiempo muerto del detector y la corrección a aplicar para obtener la tasa real de cuentas. Además, se ha verificado que su efecto es inapreciable en la mayoría de recuentos realizados en la práctica.

Starting Voltage	$V_{S}(V)$	420	±	5
Codo del plateau	$V_1(V)$	460	±	5
Tensión de ruptura	$V_2(V)$	900	±	5
Zona plateau	$V_2 - V_1(V)$	440	±	7
Pendiente plateau	p (%)	0,012	±	0,005
Pendiente plateau Potencial de trabajo	p (%) V _T (V)	0,012 600	± ±	0,005 5
Pendiente plateau Potencial de trabajo Fondo radioactivo	p (%) V _T (V) b (c/s)	0,012 600 0,2086	± ± ±	0,005 5 0,0008

Tabla 10 - Resumen de los parámetros característicos del Geiger-Müller utilizado.

En definitiva, se ha cumplido satisfactoriamente el objetivo de conocer el detector Geiger-Müller, el estudio de la emisión radioactiva, sus propiedades, efectos, y los métodos estadísticos aplicables. El detector ha cumplido con éxito los distintos tests experimentales a los que ha sido sometido. En concreto, se ha caracterizado el tubo Geiger-Müller determinando sus parámetros principales (curva plateau, tiempo muerto) dentro de la incertidumbre experimental asociada al número limitado de medidas y de tiempo en la práctica. Además, se ha obtenido la fórmula para calcular la tasa de cuentas real (correcciones de tiempo muerto y fondo) y se ha verificado mediante distintos tests estadísticos de χ^2 el correcto funcionamiento del detector en la detección de medidas de radiación.

<u>Bibliografía:</u>

- Guión de prácticas del Laboratorio de Física Nuclear y de Partículas, 4º de Física, UVEG
- <u>http://www.matrixlab-examples.com/chi-square.html</u>

[•] Física nuclear y de partículas, por Antonio Ferrer Soria, Universidad de Valencia (2006) – 2ª edición