

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Plan Telemática

26 de junio de 2003

DEPARTAMENT ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, Valencia

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Los estudiantes que se examinen de toda la asignatura deberán contestar las preguntas 1 (apartados (a), (b), (c), (g) y (h)), 2, 4 y 5. Los que sólo se examinen del segundo parcial deberán contestar las preguntas 1 (apartados (d), (e), (f), (g) y (h)), 3, 4 y 5.

Ejercicio 1 (2.5 ptos)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

(a) En todo conjunto de 3 enteros hay dos, x e y de modo que $x - y$ es par.

(b) Toda ecuación de la forma $ax = b$ es compatible y determinada.

(c) El grafo definido por la lista de adyacencias

a	b	c	d	e
b	a	a	a	a
c	c	b	c	c
d		d		
e		e		

es euleriano.

(d) Se cumple que $\log \sqrt{n} = o(\log n)$.

(e) Si s es una raíz quinta de 32, entonces su conjugado \bar{s} también lo es.

(f) Todo polinomio P puede considerarse como una serie de potencias centrada en 0 tomando $a_n = 0$ para todo $n > \deg(P)$. Entonces el radio de convergencia es siempre 1.

(g) Si f es una función impar de periodo 2π , entonces su serie de Fourier es de la forma $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nt)$.

(h) La función $x(t) = e^{t^2/2}$ es solución de la ecuación diferencial $x'' + 2x' - (t+1)^2 x = 0$.

Ejercicio 2 (2.5 ptos)

Una bolsa contiene 6 bolas blancas, 5 rojas y 4 negras. Encontrar el número de formas en que se pueden elegir 4 bolas de la bolsa si:

(a) pueden ser de cualquier color.

(b) tienen que ser sólo de color blanco o negro.

(c) deben ser todas del mismo color.

(d) tienen que ser 1 blanca, 2 rojas y 1 negra.

Ejercicio 3 (2.5 ptos)

Calcular las integrales iteradas de la función definida por $f(x, y) = 6x^2y$ en el triángulo limitado por los ejes coordenados y la recta $x + y = 1$.

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Escribir la serie trigonométrica de Fourier de la función definida por

$$f(t) = \begin{cases} -1 - t, & \text{si } -2 < t < -1; \\ 0, & \text{si } |t| \leq 1; \\ t - 1, & \text{si } 1 < t < 2; \end{cases}$$

y $f(t) = f(t + 4)$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Comprobar que se cumplen las condiciones de convergencia.

Ejercicio 5 (2.5 pts)

Consideremos la ecuación diferencial $x''' + 2x'' + x' = 0$.

(a) Demostrar que las funciones definidas por $x_1(t) = 1$, $x_2(t) = e^{-t}$ y $x_3(t) = te^{-t}$ son soluciones de esa ecuación.

(b) Probar que las funciones del apartado anterior son linealmente independientes y escribir la solución general de la ecuación diferencial.

(c) Calcular la solución particular que cumple $x(0) = 2$, $x'(0) = 1$, y $x''(0) = -2$.