



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot. València

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

6 de febrero de 2003

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) Los números complejos s que cumplen $|s - 2j| = 1$ forman una recta.
- (b) Sea A una matriz 3×3 tal que $|A| = 0$. El sistema de ecuaciones $Ax = b$ no se puede resolver por la regla de Cramer.
- (c) Sea $P(n)$ una propiedad que depende de $n \geq 2$. Supongamos que $P(2)$ se verifica y que $P(n+1)$ cierta implica que $P(n)$ es verdadera. Entonces $P(n)$ se cumple para todo $n \geq 2$.
- (d) Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es derivable en 0 , entonces $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.
- (e) Sea $f: [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y consideremos $x_n = n$, $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. La regla del trapecio aproxima el valor de $\int_0^5 f(x) dx$ por

$$f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5).$$

Ejercicio 2 (2.5 pts)

Consideremos el número complejo $e^{4+j\frac{4\pi}{3}}$.

- (a) Hallar su módulo, su argumento principal y su logaritmo principal.
- (b) Calcular sus raíces cuartas.

Ejercicio 3 (2.5 pts)

Se define una sucesión por recurrencia como $a_0 = 2$ y $a_n = \frac{1}{2} \left(a_{n-1} + \frac{2}{a_{n-1}} \right)$ para $n \geq 1$.

- (a) Demostrar que si $b_n = \frac{a_n - \sqrt{2}}{a_n + \sqrt{2}}$, entonces $a_n = \sqrt{2} \frac{1 + b_n}{1 - b_n}$ para todo $n \geq 0$.
- (b) Probar que se cumple $0 < b_0 < 1$ y $b_n = (b_{n-1})^2$ para todo $n \in \mathbb{N}$ y deducir por inducción que $b_n = (b_0)^{2^n}$ para $n \geq 0$.
- (c) Calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Escribir la región limitada por los gráficos de las funciones definidas por $g_1(x) = \cos x$ y $g_2(x) = \sin x$, donde $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right]$, como una región verticalmente simple.

Evaluar la integral iterada de la función $f(x, y) = \sin x$ en esa región.