



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA  
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
Carrer Doctor Moliner 50  
46100 Burjassot, València

# Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

24 de junio de 2004

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja  
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Poner el nombre y los apellidos (**CON MAYÚSCULAS**) en cada hoja. No escribir con lápiz ni con bolígrafo de color rojo.

Los estudiantes que se examinen de toda la asignatura deberán contestar las preguntas 1 (apartados (a), (b), (c), (e) y (g)), 2, 3 y 5. Los que sólo se examinen del segundo parcial deberán contestar las preguntas 1 (apartados (d), (e), (f), (g) y (h)), 3, 4 y 5.

## Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) La interpretación geométrica de  $0 < \Re(s) < 1$  es una banda paralela al eje imaginario.
- (b) Los vectores  $(2, 0)$  y  $(3, 0)$  son linealmente independientes.
- (c) Sean tres sucesiones  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ,  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  y  $(c_n)_{n=1}^{\infty}$  tales que  $a_n \leq b_n \leq c_n$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ . Si  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \ell = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ , entonces existe  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ .
- (d) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  definida por  $a_n = 0$  si  $n \leq 10$  y  $a_n = 1$  si  $n > 10$ , es convergente.
- (e) La función definida por  $f(t) = -\sin^2 t$  es par y periódica de frecuencia fundamental 2.
- (f) Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  conjuntos finitos tales que  $A \cap C = \emptyset$ . Entonces

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cup B| - |B \cup C|.$$

- (g) El coeficiente de  $a^2 b^2 c$  en el desarrollo de  $(a + b + c)^5$  es 12.
- (h) Este mes es junio, hace 1342 meses era abril.

## Ejercicio 2 (2.5 pts)

Supongamos que  $f(x, y) = 2xy$  y  $g(s, t) = (e^t \cos s, e^t \sin s)$ .

- (a) Calcular las derivadas parciales de la composición  $f \circ g$  en el punto  $(0, \frac{\pi}{2})$ .
- (b) Hallar la derivada direccional de  $f \circ g$  en el punto  $(0, \frac{\pi}{2})$  y en la dirección  $(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ .

## Ejercicio 3 (2.5 pts)

Definimos  $f(t) = \mathbf{u}(1+t)\mathbf{u}(1-t)$ , donde  $\mathbf{u}$  denota la función escalón unitario.

- (a) Dibujar  $f$ .
- (b) Calcular  $f * f$ .
- (c) Hallar  $\mathcal{F}[f]$  y  $\mathcal{F}[f * f]$ .

## Ejercicio 4 (2.5 pts)

Comprobar que hay 7 grafos no isomorfos con 4 vértices y 3 o más aristas. Representarlos e indicar los que sean eulerianos.

**Ejercicio 5 (2.5 pts)**

Consideremos la ecuación diferencial  $x''' + 2x'' + x' = t$ .

(a) Demostrar que las funciones definidas por  $x_1(t) = 1$ ,  $x_2(t) = e^{-t}$  y  $x_3(t) = te^{-t}$  son soluciones de la ecuación homogénea asociada.

(b) Probar que las funciones del apartado anterior son linealmente independientes.

(c) Encontrar una solución particular de la ecuación completa y escribir la solución general.