



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, València

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

3 de septiembre de 2004

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) Las raíces cúbicas de $8e^{j\pi}$ son $2e^{j\pi/3}$, $2e^{j\pi}$ y $2e^{-j\pi/3}$.
- (b) La serie de potencias de la función definida por $f(s) = e^{-js}$ es $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-j)^n}{n!} s^n$ con radio de convergencia $R = 1$.
- (c) Si existen las transformadas de Fourier de f y de f' , entonces $\mathcal{F}[f]$ es derivable y se cumple $\frac{d}{d\omega} \mathcal{F}[f] = \mathcal{F}[f']$.
- (d) Hay una mayor cantidad de números reales que de números racionales.
- (e) En el grafo cuya matriz de adyacencia es

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

todos los vértices tienen grado 2.

Ejercicio 2 (2.5 pts)

Tomemos la función dada por $f(t) = \begin{cases} \pi, & \text{si } t \in]-\pi, 0[; \\ 0, & \text{si } t = 0; \\ 2t - \pi, & \text{si } t \in]0, \pi[; \end{cases} \quad f(t+2\pi) = f(t) \text{ para todo } t \in \mathbb{R}.$

- (a) Indicar su periodo y su frecuencia fundamentales y dibujarla en un intervalo de longitud al menos el doble de su periodo.
- (b) Comprobar si la función f es par, impar o bien no es ni par ni impar.
- (c) Calcular los coeficientes de la serie exponencial de Fourier de f .
- (b) ¿En qué puntos converge la serie de Fourier a la función dada?

Ejercicio 3 (2.5 pts)

Un buque hace señales colgando cuatro banderas verticalmente; dispone de banderas rojas, blancas, azules y verdes.

- (a) ¿Cuántas señales diferentes se pueden formar?
- (b) ¿Cuántas de éstas empiezan por una bandera roja o verde?
- (c) ¿Cuántas terminan en una bandera blanca?
- (d) ¿Cuántas contienen sólo una bandera azul?
- (e) ¿Cuántas señales diferentes se pueden formar si no se permite repetir colores?

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Consideremos la ecuación diferencial $x'' + a^2x = 0$, donde $a > 0$ es un parámetro.

- (a) Demostrar que las funciones definidas por $x_1(t) = e^{at}$ y $x_2(t) = e^{-at}$ son soluciones linealmente independientes de la ecuación.
- (b) Escribir la solución general y hallar la solución particular que verifica $x(0) = 1$ y $x'(0) = a$.