



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA  
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
Carrer Doctor Moliner 50  
46100 Burjassot, Valencia

# Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

4 de febrero de 2005

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja  
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

## Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

(a) Se cumple que

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 10 \\ 5 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}.$$

(b) Para cada  $n \in \mathbb{N}$  se verifica  $\left(e^{j\pi/2} + e^{j\pi/4}\right)^n = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} e^{(j\pi/4)(k+n)}.$

(c) Si  $f$  es una función constante en  $[0, 1]$ , entonces el error cometido al aproximar  $\int_0^1 f(x) dx$  mediante la regla de los trapecios es 0.

(d) La integral iterada de la función  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  en el triángulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$  y  $(-1, 1)$  viene dada por  $\int_{-1}^1 \int_{|x|}^1 f(x, y) dy dx.$

(e) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right]$  converge porque  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right] = 0.$

## Ejercicio 2 (2.5 pts)

Consideremos la sucesión definida por  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1$  y  $a_{n+1} = na_n + na_{n-1}$  para  $n \geq 2$ .

(a) Demostrar que  $a_n = n! \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n}{n!} \right)$  para todo  $n \geq 1$ .

(b) Deducir que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n!} = e^{-1}.$

## Ejercicio 3 (2.5 pts)

Consideremos la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2 + y^4}}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Calcular las derivadas parciales  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$  en todo  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . ¿Son las funciones  $\frac{\partial f}{\partial x}$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}$  continuas en  $(0, 0)$ ? ¿Es  $f$  continua en  $(0, 0)$ ?

## Ejercicio 4 (2.5 pts)

Hallar el desarrollo en serie de potencias centrado en 0 de la función definida por  $f(s) = \frac{2s}{s^2 + 1}$ .  
¿Cuál es el radio de convergencia de la serie?