



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot. Valencia

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

23 de junio de 2005

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Poner el nombre y los apellidos (**CON MAYÚSCULAS**) en cada hoja. No escribir con lápiz ni con bolígrafo de color rojo.

Los estudiantes que se examinen de toda la asignatura deberán contestar las preguntas 1 (apartados (a), (b), (c), (e) y (f)), 2, 3 y 5. Los que sólo se examinen del segundo parcial deberán contestar las preguntas 1 (apartados (d), (e), (f), (g) y (h)), 3, 4 y 5.

Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

(a) Se verifica que $\cos t = \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2j}$ y $\sin t = \frac{e^{jt} - e^{-jt}}{2}$ para todo $t \in \mathbb{R}$.

(b) Si $f(x, y) = e^{xy}$, entonces

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = (xy + 1)e^{xy}.$$

(c) Como $\frac{1}{n^3} \leq \frac{1}{n^2}$, para todo $n \in \mathbb{N}$, se deduce que la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ implica la convergencia de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$.

(d) La función definida por $f(t) = \sin(\pi t)$ es periódica de periodo fundamental $T = \pi$.

(e) Existe un grafo simple cuyos 15 vértices tienen grado 5.

(f) El orden de 2 en \mathbb{Z}_7 y en \mathbb{Z}_4 es 3.

(g) Al dividir 3^{47} entre 23 resulta el resto 4.

(h) La función $u(x, t) = \frac{x^2}{2} + G(x) + H(t)$ donde G y H son funciones derivables que dependen de las variables indicadas, es solución de la ecuación en derivadas parciales

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = x.$$

Ejercicio 2 (2.5 pts)

Calcular las integrales iteradas de la función definida por $f(x, y) = 2\frac{x^2}{y^2}$ en el triángulo de vértices $(1, 1)$, $(2, 2)$ y $(2, 1)$.

Ejercicio 3 (2.5 pts)

Consideremos la función definida por

$$f(t) = \begin{cases} \cos t, & |t| \leq \pi/2; \\ 0, & |t| > \pi/2. \end{cases}$$

(a) Hallar $\mathcal{F}[f]$. ¿Qué sucede en los puntos ± 1 ?

(b) ¿En qué puntos la transformada inversa de $\mathcal{F}[f]$ coincide con f ?

Ejercicio 4 (2.5 pts)

En una heladería venden 7 tipos de helados. ¿De cuántas formas distintas pueden elegirse 12 helados?
¿De cuántas formas pueden elegirse 12 helados para que haya, al menos, uno de cada tipo?

Ejercicio 5 (2.5 pts)

Dada la ecuación diferencial $x'' - 3x' + 2x = e^t$,

- (a) Encontrar las soluciones de la ecuación homogénea asociada.
- (b) Demostrar que esas funciones son linealmente independientes.
- (c) Encontrar una solución particular de la ecuación completa y escribir la solución general.
- (d) Calcular la solución particular que cumple las condiciones iniciales $x(0) = 0$ y $x'(0) = 0$.