



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA  
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
Carrer Doctor Moliner 50  
46100 Burjassot, València

# Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

15 de febrero de 2008

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja  
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Contestar preguntas diferentes en hojas diferentes.

## Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) Los ceros de la función definida por  $f(s) = \frac{s^2+s-2}{s^2-2s+2}$  son 1 y -2, y sus polos  $1 + j$  y  $-1 + j$ .
- (b) La matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{pmatrix}$  es invertible y coincide con su inversa.
- (c) La función definida por  $f(x) = x\sqrt{|x|}$  es derivable en 0.
- (d) Para aproximar  $\int_0^\pi (1 - \cos t) dt$  por medio de la regla del trapecio (dividiendo el intervalo en 6 partes), se tiene que calcular

$$\frac{\pi}{6} \left( \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + (1 - 0) + \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right).$$

- (e) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}$  converge porque  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} = 0$ .

## Ejercicio 2 (2.5 pts)

Resolver las ecuaciones  $s^4 = 8s$  y  $s^4 + 16 = 0$  hallando las raíces complejas por medio de la fórmula general. Señalar las raíces que tengan parte imaginaria negativa.

## Ejercicio 3 (2.5 pts)

Consideremos la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2|y|}{\sqrt{x^6 + y^6}}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Estudiar la continuidad en  $(0, 0)$ .
- (b) Estudiar la existencia de derivadas parciales en  $(0, 0)$ .
- (c) ¿Son las parciales continuas en  $(0, 0)$ ?

## Ejercicio 4 (2.5 pts)

Desarrollar en series de potencias centradas en 0 las funciones definidas por

$$(a) \quad f(s) = \frac{j}{j+s} \quad (b) \quad f(s) = \frac{1}{1+j s} \quad (c) \quad f(s) = \frac{1}{1+s^2}.$$

Indicar, en cada caso, cuál es su radio de convergencia.