



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot. Valencia

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería (ITT Telemática)

13 de Junio de 2008

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** y el grupo en cada hoja.

Tiempo: 2.30 horas.

Contestar **PROBLEMAS DIFERENTES EN HOJAS DIFERENTES**.

Los estudiantes que se examinen de **TODA LA ASIGNATURA** deberán contestar los PROBLEMAS 1 (apartados (a), (b), (c), (d) y (e)), 2, 3, 4 y 5. Los que sólo se examinen del **SEGUNDO PARCIAL** deberán contestar los PROBLEMAS 1 (apartados (c), (d), (e), (f) y (g)), 2, 3, 4 y 6.

Problema 1 (2.5 puntos)

Justifica brevemente si las siguientes afirmaciones son o no verdaderas:

a) La función definida por

$$f(s) = \frac{s^2 + 1}{(s + 1)^2}$$

tiene como ceros $\pm j$ y como polo -1 .

b) La siguiente función es continua en $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

c) Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0.5$ y $P(B) = 0.5$. Si $P(A \cap B) = 0.5$, los sucesos son independientes.

d) Si un grafo de 6 vértices es hamiltoniano, entonces es también euleriano.

e) Supón que en cualquier cabeza humana hay entre uno y medio millón de pelos. Entonces, si una ciudad tiene 1.200.000 habitantes, se puede asegurar que hay al menos 3 personas en esa ciudad con el mismo número de pelos en la cabeza.

f) El cardinal del conjunto de números impares es mayor que el cardinal del conjunto de múltiplos de tres.

g) El periodo fundamental de la función $f(t) = \cos(\pi t)$ es $T = 2$.

Problema 2 (1 punto)

Encuentra la solución general de la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$x'' + 4x' = 0$$

y encuentra la solución particular cuando $x(0) = 0$ y $x'(0) = 1$.

Problema 3 (2 puntos)

a) Encuentra la transformada de Fourier de la función $f(t)$ dada por

$$f(t) = u(3+t) \cdot u(3-t),$$

donde u denota la función de Heaviside (también llamada función escalón unitario).

b) Encuentra la transformada inversa de $G(w) = \mathcal{F}(f)(w)$.

c) Calcula la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 3w}{w} dw.$$

Problema 4 (2.5 puntos)

Resuelve las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuántos números de 4 cifras existen con todos sus dígitos impares?
- b) ¿Cuántos números de 4 cifras distintas existen con todos sus dígitos impares?
- c) ¿Cuántos números capicúa de 4 cifras existen con todos sus dígitos impares?
- d) ¿Cuántos cuadriláteros distintos puedo dibujar con 10 puntos sobre una circunferencia?
- e) ¿Cuántos n -ágonos distintos puedo dibujar con $n+1$ puntos sobre una circunferencia?

Problema 5 (Examen Final, 2 puntos)

Escribir las series de potencias centradas en 0 de las siguientes funciones e indicar, en cada caso, cuál es su radio de convergencia:

$$a) \quad f(s) = \frac{1}{1 - js^2} \qquad b) \quad f(s) = \frac{1}{(j - s)^2}.$$

Problema 6 (Examen Segundo Parcial, 2 puntos)

Una red de 5 ordenadores C_1, C_2, C_3, C_4 y C_5 está conectada de forma bidireccional de la siguiente manera: $C_1 - C_2, C_1 - C_4, C_1 - C_5, C_2 - C_5$ y $C_3 - C_5$.

- a) Representa el digrafo correspondiente y encuentra su matriz de adyacencias M .
¿La matriz M es simétrica? ¿Por qué?
- b) Encuentra M^2 . ¿Cuál es el número mínimo de caminos para conectar C_2 y C_3 ? ¿De cuántas formas se puede conectar C_2 y C_3 con ese número de caminos? Utiliza el digrafo para indicar cuáles son esas conexiones.
- c) La matriz M^4 viene dada por

$$M^4 = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 5 & 2 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 4 & 7 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 7 & 7 & 2 & 5 & 12 \end{pmatrix}$$

¿De cuántas formas se puede conectar C_1 y C_4 mediante cuatro caminos? Utiliza el digrafo para indicar cuáles son estas conexiones.