



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot. Valencia

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería (ITT Telemática)

4 de Septiembre de 2008

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas**. El tiempo del examen es de 3h.
No escribir con lápiz ni bolígrafo rojo.

Escribir en folios distintos, por una parte los apartados a), b) y c) de P1 y el P2 y, por otra, el apartado d) de P1 y los problemas P3, P4 y P5.

Problema 1 (2 puntos)

Justifica brevemente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) $\sqrt{3} + j$ es raíz quinta de $-16\sqrt{3} + 16j$.

b) Se tiene que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1) + \log \log n}{\log \sqrt{n} + 2} = 2.$$

c) Existen series de potencias que convergen sólo en los puntos s que cumplen $|\Re s| \leq 1$.

d) Un grafo euleriano de 5 vértices ha de ser necesariamente hamiltoniano.

Problema 2 (2 puntos)

Calcula las dos integrales iteradas de la función definida por $f(x, y) = x^2y - xy^2$ en el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(2, 1)$ y $(2, 0)$.

Problema 3 (2 puntos)

Considera la función dada por

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < t < 3\pi \\ 0 & \text{si } t = 0, \pm 3\pi \\ -1 & \text{si } -3\pi < t < 0 \end{cases}$$

que se repite periódicamente en todo \mathbb{R} .

a) ¿Cuál es el periodo fundamental T de f ? ¿Y su frecuencia fundamental ω ?

b) Encuentra los coeficientes de Fourier a_n y b_n de la serie trigonométrica de f .

c) Escribe la serie de Fourier de f . ¿En qué puntos $t \in [-3\pi, 3\pi]$ se cumple que $f(t)$ coincide con su serie de Fourier?

Problema 4 (2 puntos)

Doña Eulogia tiene 5 amigos. Es bien sabido que a Eulogia le gusta invitar a sus amigos a cenar *SIEMPRE* en grupos de 3 personas. Responde a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántas grupos distintos de amigos puede formar Eulogia para una cena?
- b) Eulogia pretende hacer una cena un viernes y otra un sábado con la particularidad de que los dos grupos de amigos sean distintos. ¿Cuántas formas distintas tiene de hacerlo?
- c) Si pretende hacer 5 cenas de lunes a viernes con la misma particularidad de que los 5 grupos de amigos también sean distintos, ¿Cuántas formas distintas tiene de hacerlo?

Problema 5 (2 puntos)

Considera la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$x''' + 10x'' + 25x' = 50t + 45.$$

- a) Demuestra que las funciones $x_1(t) = 1$, $x_2(t) = e^{-5t}$ y $x_3(t) = te^{-5t}$ forman un sistema independiente de soluciones de la ecuación diferencial homogénea.
- b) Encuentra la solución general de la ecuación completa.
- c) Encuentra la solución particular de la ecuación completa que verifica $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$ y $x''(0) = 0$.