



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, Valencia

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

6 de febrero de 2009

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) Existen infinitos números complejos s que cumplen $e^s = 0$.
- (b) Sea $P(n)$ una propiedad que depende de $n \geq 2$. Supongamos que $P(2)$ se verifica y que $P(n)$ cierta implica que $P(n+2)$ es verdadera. Entonces $P(n)$ se cumple para todo $n \geq 2$.
- (c) El radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n s^n$ es -1 .
- (d) Hay una mayor cantidad de números reales que de números racionales.
- (e) En el grafo cuya matriz de adyacencia es

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

todos los vértices tienen grado 2.

Ejercicio 2 (2.5 pts)

Desarrollar en serie de potencias centradas en 0 las siguientes funciones

$$(a) \quad f(s) = \frac{s}{(1-s)^2} \qquad (b) \quad f(s) = \frac{2s+1}{1-2s}.$$

¿Cuáles son sus radios de convergencia?

Ejercicio 3 (2.5 pts)

Tomemos la función dada por $f(t) = -t$ si $t \in [-2\pi, 0]$, $f(t+2\pi) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Indicar su periodo y su frecuencia fundamentales y dibujarla en un intervalo de longitud al menos el doble de su periodo.
- (b) Comprobar si la función f es par, impar o bien no es ni par ni impar.
- (c) Calcular los coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier de f .
- (d) ¿En qué puntos converge la serie de Fourier a la función dada?

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Consideremos la ecuación diferencial $x'' - 3x' - 4x = 0$.

- (a) Demostrar que las funciones definidas por $x_1(t) = e^{4t}$ y $x_2(t) = e^{-t}$ son soluciones linealmente independientes de la ecuación.
- (b) Escribir la solución general y hallar la solución particular que verifica $x(0) = 1$ y $x'(0) = -1$.