



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, València

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

4 de septiembre de 2009

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) Si s es raíz cuarta de 81, entonces su conjugado \bar{s} también lo es.
(b) La derivada parcial respecto de x de la función definida por $f(x, y) = 4x^3y^2 + 2y^3 + y + 5$ viene dada por

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 12x^2 + 6y^2 + 1.$$

- (c) Sean A y B dos conjuntos finitos de modo que $|A| = n \geq 1 = |B|$. Sólo hay una aplicación $f : A \rightarrow B$ y es sobre.
(d) Todos los grafos simples conexos con 3 vértices son eulerianos.
(e) La probabilidad de que al lanzar una moneda no sesgada 5 veces salga siempre cara es $1/32$.

Ejercicio 2 (2.5 pts)

- (a) Descomponer en fracciones simples la función definida por

$$f(s) = \frac{s^2 + 3}{(s - 1)(s^2 - 1)}.$$

- (b) Desarrollar la función del apartado (a) en serie de potencias centrada en 0. ¿Cuál es su radio de convergencia?

Ejercicio 3 (2.5 pts)

Consideremos la función dada por $f(t) = \pi + t$ si $-\pi < t \leq \pi$ y $f(t + 2\pi) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Indicar su periodo y su frecuencia fundamentales y dibujarla en un intervalo de longitud al menos el doble de su periodo.
(b) Comprobar si la función f es par, impar o bien no es ni par ni impar.
(c) Calcular los coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier de f .
(d) ¿En qué puntos converge la serie de Fourier a la función dada?

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Consideremos la ecuación diferencial $x'' - 2ax' + a^2x = 2a^2$, donde $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Hallar dos soluciones linealmente independientes de la ecuación homogénea (demostrando que son linealmente independientes).
(b) Encontrar una solución particular y escribir la solución general de la ecuación completa.
(c) Calcular la solución particular de la ecuación completa que verifica $x(0) = 1$ y $x'(0) = 0$.