



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, Valencia

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Plan Telemática

5 de febrero de 2010

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Ejercicio 1 (2.5 pts)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

- (a) Dado el número complejo s , $s \neq 0$, consideramos dos de sus raíces cúbicas: w_1 y w_2 . Entonces hay argumentos de w_1 y w_2 que se diferencian en $2\pi/3$.
(b) En una función racional la cantidad de sus ceros y polos coinciden.

(c)
$$\begin{pmatrix} 2 & -3j & -1 \\ 4j & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3j & -1 \\ 4j & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- (d) El límite de la sucesión definida por

$$a_1 = 0 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{a_n}), \quad n \geq 1$$

es 4.

- (e) Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $|f''(x)| \leq 12$ para todo $x \in [0, 1]$. Si dividimos el intervalo en 10 subintervalos y aplicamos la regla del trapecio, entonces el error cometido es menor que 0.01.

Ejercicio 2 (2.5 pts)

Sean $a, b \in \mathbb{C}$. Demostrar por inducción

(a)
$$\sum_{k=0}^{n-1} a^k = \frac{a^n - 1}{a - 1} \quad \text{si } a \neq 1.$$

(b)
$$\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-k-1} = \frac{a^n - b^n}{a - b} \quad \text{si } a \neq b.$$

Ejercicio 3 (2.5 pts)

Escribir el círculo $x^2 + y^2 \leq 1$ como una región verticalmente simple y como una región horizontalmente simple.

Evaluar alguna de las integrales iteradas de la función $f(x, y) = y^2 - 2x^3$ en esa región.

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Descomponer en fracciones simples y desarrollar en serie de potencias centradas en 0 las siguientes funciones

(a) $f(s) = \frac{s-1}{s^2-4s+3}$ (b) $f(s) = \frac{s+j}{s^2+1}$.

¿Cuáles son sus radios de convergencia?