



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot. Valencia

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Plan Telemática

17 de junio de 2010

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** en cada hoja
No escribir con lápiz ni con bolígrafo rojo.

Tiempo: 2.30 horas.

Contestar preguntas diferentes en hojas diferentes.

Los estudiantes que se examinen de toda la asignatura deberán contestar las preguntas 1 (apartados (a), (b), (c), (e) y (f)), 2, 3 y 5. Los que sólo se examinen del segundo parcial deberán contestar las preguntas 1 (apartados (d), (e), (f), (g) y (h)), 3, 4 y 5.

Ejercicio 1 (2.5 ptos)

Justificar brevemente si las siguientes afirmaciones son o no ciertas.

(a) Hay exactamente dos soluciones de $s^6 + 64 = 0$ cuya parte real es negativa.

(b) El sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ ax - y + z = 0 \end{cases}$$

tiene solución única si $a = 2$.

(c) Si $\sum_{n=0}^{\infty} a_n s^n$ es el desarrollo en serie de potencias centrada en 0 de la función $f(s) = \frac{s+2}{1-s}$, entonces $a_n = 2$ para todo $n \geq 0$.

(d) La función definida por $f(t) = \sin(\pi t)$ es periódica de periodo fundamental $T = \pi$.

(e) Los términos en el desarrollo de $(x - y + 2z)^4$ que contienen el factor x^3 son $-4x^3y$ y $8x^3z$.

(f) Si un experimento aleatorio consiste en lanzar un dado y dos monedas legales, su espacio muestral consta de 12 sucesos elementales.

(g) Existe un grafo simple cuyos 15 vértices tienen grado 5.

(h) La función definida por $x(t) = \frac{e^t + 1}{2 + \sin t}$ es solución de la ecuación $(2 + \sin t)x' + x \cos t = e^t$.

Ejercicio 2 (2.5 ptos)

Calcular la siguiente integral mediante una de las iteradas

$$\iint_D e^{-x^2} dx dy,$$

donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$. Dar una interpretación geométrica del resultado.

Ejercicio 3 (2.5 ptos)

Consideremos la función definida por

$$f(t) = \begin{cases} e^{-t/2}, & t \geq 2; \\ 0, & t < 2. \end{cases}$$

(a) Hallar $\mathcal{F}[f]$.

(b) ¿En qué puntos la transformada inversa de $\mathcal{F}[f]$ coincide con f ?

Ejercicio 4 (2.5 pts)

Una bolsa contiene 20 bolas de las que 7 son rojas, 5 son blancas y 8 son negras.

- (a) ¿De cuántas formas distintas pueden extraerse 3 bolas sin reemplazamiento?
- (b) ¿De cuántas formas pueden extraerse 2 rojas y 1 blanca?
- (c) ¿De cuántas formas pueden extraerse para tener una de cada color?
- (d) ¿De cuántas formas pueden extraerse para tener todas del mismo color?

Ejercicio 5 (2.5 pts)

Dada la ecuación diferencial $x'' - 3x' + 2x = 4t$,

- (a) Escribir la solución general de la ecuación homogénea asociada.
- (b) Encontrar una solución particular de la ecuación completa y escribir la solución general.
- (c) Calcular la solución particular que cumple las condiciones iniciales $x(0) = 0$ y $x'(0) = 0$.