

# Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

10 de febrero de 2006

Tiempo: 2.30 horas.

Poner el nombre y los apellidos (**CON MAYÚSCULAS**) en cada hoja. No escribir con lápiz ni con bolígrafo de color rojo.

## Ejercicio 1

Encontrar todos los valores de la expresión

$$\sqrt[3]{-125}$$

## Ejercicio 2

Estudiar si la siguiente sucesión definida por recurrencia es convergente y, en caso afirmativo, calcular su límite

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$$

## Ejercicio 3

Estudiar la continuidad de la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = |x|e^{-|x-1|} \quad (x \in \mathbb{R})$$

## Ejercicio 4

Utilizar el método de Simpson para hallar el valor aproximado de

$$\int_0^\pi (\cos x + \sin x) dx$$

dividiendo el intervalo  $[0, \pi]$  en cuatro subintervalos. Calcular una cota del error cometido.

# Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

9 de Junio de 2006

Tiempo: 3 horas.

Poner el nombre y los apellidos (CON MAYÚSCULAS) en cada hoja. No escribir con lápiz ni con bolígrafo de color rojo.

## Ejercicio 1

(a) Encontrar todos los valores de la expresión

$$\sqrt[3]{-64}$$

(b) Estudiar si la siguiente sucesión definida por recurrencia es convergente y, en caso afirmativo, calcular su límite

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$$

## Ejercicio 2

Encontrar el área común a los círculos  $x^2 + y^2 = 9$  y  $(x-3)^2 + y^2 = 9$ .

## Ejercicio 3

Consideremos

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^4 + y^4}}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

(a) Estudiar la continuidad en  $(0, 0)$ . (b) Calcular las derivadas parciales en  $(0, 0)$ . (c) Comprobar que no es de clase  $C^1$ .

## Ejercicio 4

Hallar la serie de Fourier de la función definida por

$$f(t) = \begin{cases} -1, & \text{si } -\frac{T}{2} < t < 0; \\ 0, & \text{si } t = 0, \pm \frac{T}{2}; \\ 1, & \text{si } 0 < t < \frac{T}{2}; \end{cases} \quad f(t) = f(t+T), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Comprobar que la serie de Fourier converge a la función dada.

## Ejercicio 5

Hallar la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & \text{si } -\pi \leq t \leq \pi; \\ 0, & \text{si } |t| > \pi; \end{cases}$$

**Atención:** Los estudiantes que se examinen de toda la asignatura deberán contestar las preguntas 1, 2, 4 y 5. Los que sólo se examinen del segundo parcial deberán contestar las preguntas 3, 4 y 5.

---

# Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería. TELEMÁTICA

6 de Septiembre de 2006

Tiempo: 3 horas.

Poner el nombre y los apellidos (**CON MAYÚSCULAS**) en cada hoja. No escribir con lápiz ni con bolígrafo de color rojo.

## Ejercicio 1

(a) Encontrar todos los valores de la expresión

$$\sqrt[3]{27}$$

(b) Estudiar si la siguiente sucesión definida por recurrencia es convergente y, en caso afirmativo, calcular su límite

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$$

## Ejercicio 2

Consideremos la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{x^4+y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estudiar si existen las derivadas direccionales de  $f$  en el punto  $(0, 0)$  y, en caso afirmativo, calcularlas. ¿Es continua  $f$  en ese punto?

## Ejercicio 3

Sea  $T > 0$ . Hallar la serie de Fourier de la función definida por

$$f(t) = |t| \quad \text{si} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad \text{y} \quad f(t) = f(t+T), \quad \text{para todo } t \in \mathbb{R}.$$

Comprobar que la serie de Fourier converge a la función dada.

## Ejercicio 4

Hallar la transformada de Fourier de la función

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } 0 < t < 2; \\ 0, & \text{si } t = 0; \\ -1, & \text{si } -2 < t < 0; \\ 0, & \text{si } |t| \geq 2; \end{cases}$$

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería (I.T.T.T)  
Febrero 2007

Escribir vuestro nombre en cada una de las hojas.

Contestar a cada pregunta en una hoja diferente.

1. (1+1+1 ptos.)

a) Calcular la parte real e imaginaria de una de las raíces cúbicas de  $1 + j$ .

b) Probar que  $1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .

c) Recordar qué suma  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}$ . Probar que la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1}{n!}$  es convergente y calcular su suma.

2. (1.25+1.25 ptos.)

a) Razonar si  $f(x) = |x|$ ,  $g(x) = x^2$  y  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$  son derivables.

b) Calcular la pendiente en el punto  $(1, 1)$  de la función  $f(x, y) = x^2 + xy$  en las direcciones  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$  y  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ . Dar una dirección de norma uno en el que la pendiente de  $f$  en el punto  $(1, 1)$  sea mayor que las anteriores (razonar si dicha dirección es óptima).

3. (2 ptos.) Calcular la siguiente integral con una de las iteradas, y dar una interpretación geométrica del resultado,

$$\int \int_D (x + y) dx dy,$$

donde  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2x^2\}$ .

4. (1+1.5 ptos.)

a) Calcular es el radio de convergencia de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$ .

b) Escribir la serie de potencias centrada en 0 de la función  $f(s) = \frac{1}{s^2 - s - 2}$ . ¿Cuál el radio de convergencia de dicha serie?





DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA  
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
Carrer Doctor Moliner 50  
46100 Burjassot. Valencia

## Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería (ITT Telemática)

13 de Junio de 2008

Poner el nombre y los apellidos **con mayúsculas** y el grupo en cada hoja.  
Tiempo: 2.30 horas.

Contestar **PROBLEMAS DIFERENTES EN HOJAS DIFERENTES**.

Los estudiantes que se examinen de **TODA LA ASIGNATURA** deberán contestar los PROBLEMAS 1 (apartados (a), (b), (c), (d) y (e)), 2, 3, 4 y 5. Los que sólo se examinen del **SEGUNDO PARCIAL** deberán contestar los PROBLEMAS 1 (apartados (c), (d), (e), (f) y (g)), 2, 3, 4 y 6.

### Problema 1 (2.5 puntos)

Justifica brevemente si las siguientes afirmaciones son o no verdaderas:

a) La función definida por

$$f(s) = \frac{s^2 + 1}{(s + 1)^2}$$

tiene como ceros  $\pm j$  y como polo  $-1$ .

b) La siguiente función es continua en  $(0, 0)$ :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

c) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos tales que  $P(A) = 0.5$  y  $P(B) = 0.5$ . Si  $P(A \cap B) = 0.5$ , los sucesos son independientes.

d) Si un grafo de 6 vértices es hamiltoniano, entonces es también euleriano.

e) Supón que en cualquier cabeza humana hay entre uno y medio millón de pelos. Entonces, si una ciudad tiene 1.200.000 habitantes, se puede asegurar que hay al menos 3 personas en esa ciudad con el mismo número de pelos en la cabeza.

f) El cardinal del conjunto de números impares es mayor que el cardinal del conjunto de múltiplos de tres.

g) El periodo fundamental de la función  $f(t) = \cos(\pi t)$  es  $T = 2$ .

### Problema 2 (1 punto)

Encuentra la solución general de la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$x'' + 4x' = 0$$

y encuentra la solución particular cuando  $x(0) = 0$  y  $x'(0) = 1$ .

**Problema 3 (2 puntos)**

- a) Encuentra la transformada de Fourier de la función  $f(t)$  dada por

$$f(t) = u(3+t) \cdot u(3-t),$$

donde  $u$  denota la función de Heaviside (también llamada función escalón unitario).

- b) Encuentra la transformada inversa de  $G(w) = \mathcal{F}(f)(w)$ .

- c) Calcula la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 3w}{w} dw.$$

**Problema 4 (2.5 puntos)**

Resuelve las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuántos números de 4 cifras existen con todos sus dígitos impares?
- b) ¿Cuántos números de 4 cifras distintas existen con todos sus dígitos impares?
- c) ¿Cuántos números capicúa de 4 cifras existen con todos sus dígitos impares?
- d) ¿Cuántos cuadriláteros distintos puedo dibujar con 10 puntos sobre una circunferencia?
- e) ¿Cuántos  $n$ -ágonos distintos puedo dibujar con  $n+1$  puntos sobre una circunferencia?

**Problema 5 (Examen Final, 2 puntos)**

Escribir las series de potencias centradas en 0 de las siguientes funciones e indicar, en cada caso, cuál es su radio de convergencia:

$$a) \quad f(s) = \frac{1}{1-j s^2} \qquad b) \quad f(s) = \frac{1}{(j-s)^2}.$$

**Problema 6 (Examen Segundo Parcial, 2 puntos)**

Una red de 5 ordenadores  $C_1, C_2, C_3, C_4$  y  $C_5$  está conectada de forma bidireccional de la siguiente manera:  $C_1 - C_2, C_1 - C_4, C_1 - C_5, C_2 - C_5$  y  $C_3 - C_5$ .

- a) Representa el digrafo correspondiente y encuentra su matriz de adyacencias  $M$ .  
¿La matriz  $M$  es simétrica? ¿Por qué?
- b) Encuentra  $M^2$ . ¿Cuál es el número mínimo de caminos para conectar  $C_2$  y  $C_3$ ? ¿De cuántas formas se puede conectar  $C_2$  y  $C_3$  con ese número de caminos? Utiliza el digrafo para indicar cuáles son esas conexiones.
- c) La matriz  $M^4$  viene dada por

$$M^4 = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 5 & 2 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 4 & 7 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 7 & 7 & 2 & 5 & 12 \end{pmatrix}$$

¿De cuántas formas se puede conectar  $C_1$  y  $C_4$  mediante cuatro caminos? Utiliza el digrafo para indicar cuáles son estas conexiones.