

## ***PRACTICA 2: Series y Transformadas de Fourier***

### **SERIES DE FOURIER**

1. Recuerda de teoría qué es lo que representa la serie de Fourier de una determinada señal periódica.
2. Representar 5 periodos completos de la función temporal diente de sierra de periodo  $T_0 = 1$  s y amplitud 1.
3. Halla la descomposición en serie de Fourier de una señal en diente de sierra anterior.
4. Generar una función en matlab  $y = \text{reconstruir}(t, \text{arm}, T)$  para reconstruir la señal original a partir de su serie correspondiente, donde  $t$  es el vector de tiempos sobre el que se desea trabajar,  $\text{arm}$  representa el número de armónicos que se desea incluir en la reconstrucción y  $T$  representa el periodo de la señal original.
5. Usa la función anterior para reconstruir usando los 12 primeros armónicos. Elimina de forma selectiva determinados armónicos y visualiza gráficamente el resultado. Qué diferencias observas y qué conclusiones se pueden deducir de los resultados obtenidos?.

### **TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DTF)**

6. Recuerda de teoría qué es lo que representa la Transformada Discreta de Fourier de una señal.
7. Genera una señal senoidal de amplitud 1 y frecuencia 20 Hz durante 0.5 s y represéntala gráficamente.
8. Obtén un vector de  $N$  muestras de la señal anterior muestreada a  $f=128$  HZ.
9. Calcula la Transformada Discreta de Fourier de la señal utilizando las muestras obtenidas en el apartado anterior. Consulta usando el comando Help los parámetros de la función `fft` (Transformada Rápida de Fourier),  $N$  potencia de 2.

Los valores del dominio de la frecuencia calculados por la función `fft` (que en general serán números complejos) corresponden a frecuencias separadas  $1/(NT)$  Hz, de manera que la  $k$  ésima componente devuelta por la `fft` corresponde a una frecuencia de  $k/NT$  Hz. Teniendo en cuenta este hecho, representa gráficamente (puedes usar para ello entre otras las funciones `abs()` y `ítem()` de matlab) el vector devuelto por la `fft` (en ordenadas el módulo de cada componente y en abcisas el componente dentro del vector). Comprueba que se corresponde realmente lo obtenido con lo esperado.

10. Generalmente es conveniente a la hora de representar la `fft` que el eje de abcisas no sea el orden del elemento dentro del vector, sino que represente el eje de frecuencias en Hz. Cambia lo que consideres en el apartado anterior para representar la `fft` en función de la frecuencia.

11. Se denomina frecuencia de Nyquist a la mitad de la frecuencia de muestreo o a la mitad de la máxima frecuencia presente en la señal a muestrear y representa la máxima frecuencia que puede estar contenida en la señal digital. Generalmente no es interesante representar frecuencias superiores a la de Nyquist porque estas se deben a que la fft es periódica y no a que hayan componentes de más alta frecuencia en la señal. Modifica entonces los programas anteriores para incluir este hecho.
12. Suponga que la frecuencia de la señal senoidal original es de 19 Hz en vez de 20 Hz. Repita los pasos anteriores, compruebe qué es lo que sucede e intente deducir el porqué (a este hecho se le denomina fenómeno de fugas).
13. La función `ifft()` calcula la Transformada inversa de Fourier para calcular la señal en el dominio del tiempo a partir de los valores complejos del dominio de la frecuencia devueltos por la `fft()`. Calcule la Transformada inversa de Fourier usando como datos los devueltos por la `fft` de la señal de 20 Hz y compare la señal obtenida con la señal original (muestreada, claro).
14. Generar y obtener gráficas de 128 muestras de las siguientes señales usando una frecuencia de muestreo de 1 KHz. Luego obtener gráficas de los primeros 64 elementos de la salida de la función `fft()` tomando una escala en Hz para el eje de abscisas. Verificar que los picos ocurran en el lugar esperado.

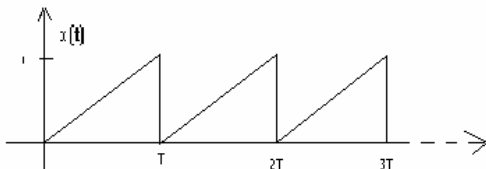
$$f[k] = 2 \sin(2 \pi 50 kT) \quad (1)$$

$$g[k] = \cos(250 \pi kT) - \sin(200 \pi kT) \quad (2)$$

$$h[k] = 5 - \cos(1000 kT) \quad (3)$$

$$m[k] = 4 \sin(25^\circ \pi kT - \pi/4) \quad (4)$$

### 3. Hallar la descomposición en serie de Fourier de una señal en diente de sierra (FS trigonométrica para una onda diente de sierra)



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] e^{jk\omega_0 t} \quad ; \quad X[k] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad ; \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} ; \omega_0 T = 2\pi$$

$$X[0] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{t}{T} dt = \frac{1}{T^2} \int_0^T t dt = \frac{1}{T^2} \left[ \frac{t^2}{2} \right]_0^T = \frac{1}{2}$$

$$X[k] = \frac{1}{T^2} \int_0^T t e^{-jk\omega_0 t} dt \Rightarrow u = t ; dv = e^{-jk\omega_0 t} dt \Rightarrow v = \int e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{-1}{jk\omega_0} e^{-jk\omega_0 t}$$

$$X[k] = \frac{-1}{jk\omega_0 T^2} \left\{ t e^{-jk\omega_0 t} \Big|_0^T - \int_0^T e^{-jk\omega_0 t} dt \right\} = \frac{-1}{jk\omega_0 T^2} \{T\} = \frac{j}{2\pi k}$$

$$x(t) = B[0] + \sum_{k=1}^{\infty} \{ B[k] \cos(k\omega_0 t) + A[k] \sen(k\omega_0 t) \}$$

$$B[0] = X[0] = \frac{1}{2} \quad ; \quad k \neq 0, \quad B[k] = X[k] + X[-k] = \frac{j}{2\pi k} - \frac{j}{2\pi k} = 0$$

$$A[k] = j(X[k] - X[-k]) = j \left( \frac{j}{2\pi k} + \frac{j}{2\pi k} \right) = \frac{-1}{\pi k}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \left[ \sen(\omega_0 t) + \frac{1}{2} \sen(2\omega_0 t) + \frac{1}{3} \sen(3\omega_0 t) + \dots \right]$$