

TEMA 9: ÓPTICA GEOMÉTRICA.

9. Introducción.

La longitud de onda de la luz visible suele ser muy pequeña en comparación con los objetos /agujeros reales de la vida cotidiana que se hallan en su camino, por lo que en general los efectos de la difracción no son observables. Es por ello que el modelo de rayos de luz de la óptica geométrica, que aplicamos en este tema es correcto.

La tecnología óptica ha tenido y tiene repercusiones muy importantes en la ciencia, al permitirnos explorar dominios inaccesibles a nuestros ojos, tanto en la astronomía (telescopios) y la física en general, como en la biología moderna con el microscopio.

9.1. Sistemas ópticos con superficies planas.

9.1.1. El espejo plano

En la **figura 1** se representa esquemáticamente un espejo plano, un rayo incidente procedente del objeto O, que se refleja sobre el espejo y es detectado por un observador, cuya apreciación es la imagen O'.

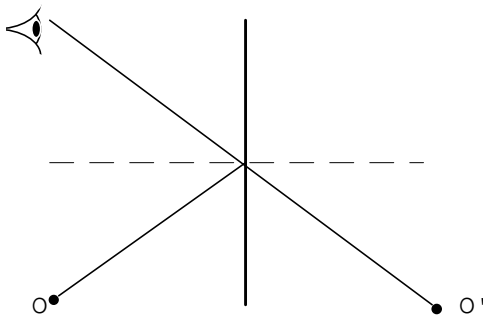


Figura 1. Formación de la imagen en un espejo plano.

Se define como **imagen** el conjunto de puntos contiguos donde se **originan o parecen originarse** los rayos reflejados, cuando éstos se prolongan en línea recta.

La **imagen** que se forma es **virtual** (no es real porque ningún rayo pasa por ella o proviene realmente de ella) y es **simétrica** al objeto respecto al plano del espejo. Podemos resaltar tres propiedades:

- i) Si el espejo se traslada una distancia t , la imagen se traslada $2t$.
- ii) Si el espejo gira α , la imagen gira 2α en el mismo sentido.
- iii) Si el rayo incidente gira α , el reflejado gira $-\alpha$.

Los espejos planos realizan una **inversión en profundidad**, transformando un sistema de referencia **dextrorsum** en otro **sinistrorsum** (figuras 34.3 y 34.4).

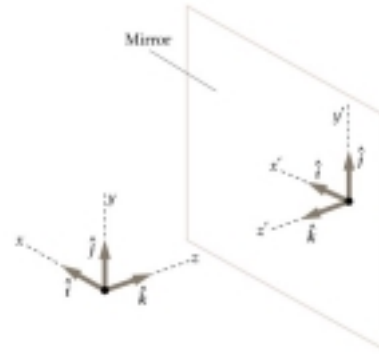
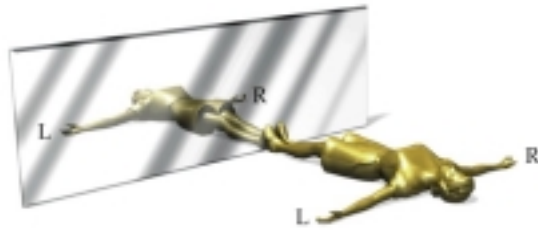


Figura 34.3. **Inversión en profundidad** por un espejo plano. En consecuencia, se invierte la derecha-izquierda en la imagen. $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$, mientras la imagen $\vec{i}' \times \vec{j}' = -\vec{k}$.

9.1.2. La lámina planoparalela.

Está constituida por dos **dioptrios¹ planos** y paralelos entre sí.

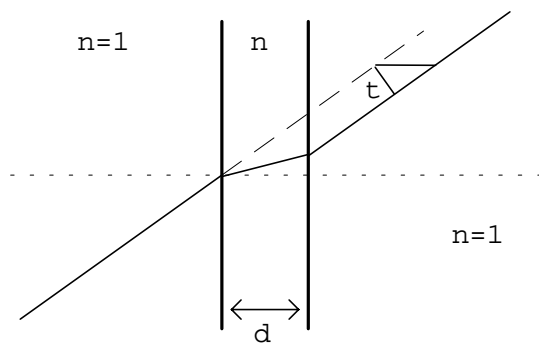


Figura 2. Lámina planoparalela, constituida por dos dioptrios planos. El rayo emerge paralelo al incidente pero desplazado una distancia t.

El rayo a la salida es paralelo al incidente si los índices extremos son iguales (en la **figura 2** la lámina está sumergida en aire). El valor del desplazamiento t vale (**ejercicio**)

$$t = d \frac{\sin(\epsilon_1 - \epsilon'_1)}{\cos \epsilon'_1}$$

$$\sin \epsilon_1 = n \sin \epsilon'_1$$

y si el ángulo de incidencia ϵ_1 es pequeño, de forma que podemos desarrollar en serie las funciones seno y coseno reteniendo términos sólo hasta primer orden (esto es lo que se denomina **aproximación paraxial** e insistiremos en ella más adelante), la expresión se simplifica a:

$$t = d(\epsilon_1 - \epsilon'_1) = d \left(1 - \frac{1}{n} \right) \epsilon_1$$

¹ Se denomina **dioptrio** la separación de dos superficies con características ópticas (índice de refracción) distintas. Véase la próxima sección.

En cuanto al desplazamiento del rayo en la dirección axial, Δs , puede demostrarse (problema) que en aproximación paraxial vale

$$\Delta s = d \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

9.1.3. El prisma óptico

Es una asociación de superficies planas transparentes que forman un **ángulo α de refringencia**. (Figura 3)

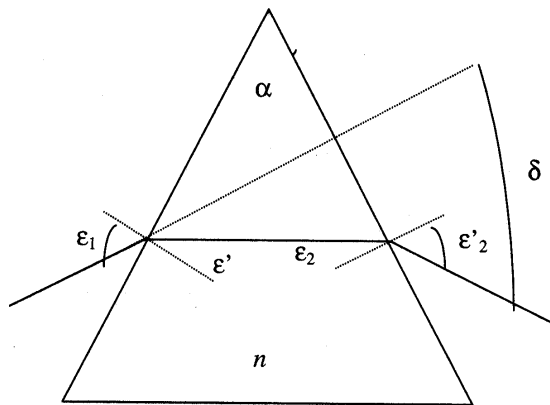


Figura 3. El prisma óptico.

Para estudiar la refracción en el prisma necesitamos un criterio de signos para los ángulos.

Criterio de signos:

- Cuando el ángulo se mida con respecto **a la normal a la superficie**, lo tomaremos **positivo si va en sentido horario** (negativo en caso contrario)
- y cuando se mida con respecto **a cualquier otra línea**, lo tomaremos **positivo si va en sentido antihorario**.
- Los ángulos de incidencia y refracción se miden respecto a la normal, la desviación δ se mide desde el rayo emergente al incidente y el ángulo de refringencia α se mide desde la cara en la que incide la luz a aquella por la que emerge.

Puede demostrarse (problema) que:

$$\begin{aligned} \delta &= \varepsilon_1 - \varepsilon'_1 - \alpha \\ \alpha &= \varepsilon'_1 - \varepsilon_2 \end{aligned}$$

y además sabemos que:

$$\begin{aligned} \sin \varepsilon_1 &= n \sin \varepsilon'_1 \\ n \sin \varepsilon_2 &= \sin \varepsilon'_2 \end{aligned}$$

Con todas las ecuaciones es posible obtener una relación del tipo:

$$\delta = \delta(\epsilon_1, \alpha, n)$$

que proporciona la desviación en función del prisma empleado (esto es, de α y n) y del ángulo de incidencia. Esta función presenta un mínimo:

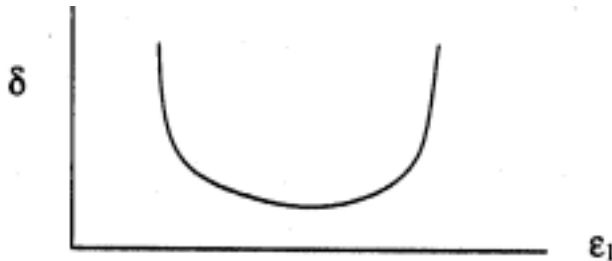


Figura 4. Dadas las características del prisma óptico en aire (n , α), el ángulo de desviación δ depende del incidente ϵ_1 , apareciendo un valor mínimo.

es decir, existe un valor del ángulo de incidencia para el cual la desviación producida por el prisma es mínima (**Figura 4**). Es fácil ver que esto ocurrirá cuando los ángulos ϵ_1 y ϵ'_2 sean iguales en valor absoluto. Para ello basta tener en cuenta que **la trayectoria de la luz es reversible**², es decir, para una trayectoria dada, si el rayo incide por la cara de salida tal y como sale cuando incide por la cara de entrada, la trayectoria es la misma. La única forma de que la desviación sea mínima tanto cuando se incide por una cara como cuando se incide por la otra, es que la trayectoria sea simétrica, es decir, que ϵ_1 y ϵ'_2 sean iguales en valor absoluto.

Es fácil demostrar (**problema**) que en este caso de desviación mínima se verifica que:

$$\sin \frac{\delta_m + \alpha}{2} = n \sin \frac{\alpha}{2}$$

9.2. Sistema óptico. Objeto e imagen.

9.2.1. Sistema óptico

Definiciones: Se denomina **sistema óptico** a cualquier conjunto de superficies reflectantes y /o refractantes. Cuando sólo hay superficies reflectantes se llama sistema **catóptrico, dióptrico** cuando sólo hay superficies refractantes y **catadióptrico** cuando hay de ambos tipos. Un grupo particularmente importante de los sistemas ópticos son los **sistemas centrados**, que son aquellos en los que los **centros de curvatura se encuentran todos sobre un mismo eje**, que recibe el nombre **de eje óptico**.

Dentro de los **sistemas centrados** podemos distinguir entre sistemas en los que las **superficies son de revolución** y aquellos que no los son. Los sistemas más importantes, en cuanto a que son los más comunes, son los

² Razónese esta afirmación a la luz del principio de Fermat. Se volverá sobre éste concepto más tarde.

sistemas de revolución en que las superficies son esféricas, si bien hay sistemas muy importantes que no son de revolución (e.g. las lentes oftálmicas esfero-tóricas que se utilizan para corregir el astigmatismo no son superficies de revolución).

9.2.2. Objeto e imagen

Si todos los rayos de luz provenientes de un punto emisor se cruzan (real o virtualmente) tras reflejarse o refractarse en las superficies ópticas del sistema, el punto en que los rayos se cruzan **se denomina imagen**. **Los objetos, al igual que las imágenes, pueden ser reales o virtuales.** Veamos ejemplos de imagen real e imagen virtual de un objeto real (en los gráficos de la figura 5, las dos superficies representan las caras de entrada y salida del sistema óptico).

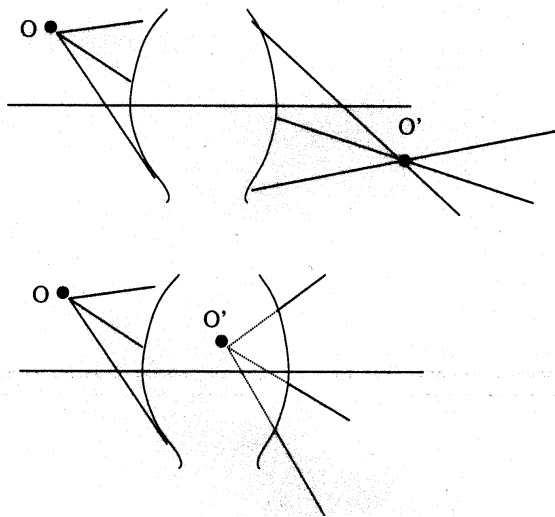


Figura 5. La figura superior representa **una imagen real O'** Del objeto O, también real, pues los rayos físicamente pasan por ambos.

En la figura inferior los rayos no proceden físicamente del punto O' (son sus prolongaciones), por lo que **la imagen es virtual**.

A su vez, **una imagen virtual puede ser objeto de un segundo sistema óptico** situado a la derecha del primero, en cuyo caso podemos hablar de **objeto virtual**. Nótese que los objetos virtuales han de ser, lógicamente, objetos luminosos. (Ponga el lector un ejemplo).

9.2.3. Sistema óptico perfecto.

Definición: **Un sistema óptico es perfecto** si cumple las condiciones:

- Ha de cumplir **que la imagen de un punto sea un punto**, es decir, ha de verificar que **todos** los rayos que provienen de un punto O se cruzan en un único punto O'.
- Además, el sistema óptico ha de representar todo el espacio objeto estableciendo una **correspondencia homográfica completa** que sea **una semejanza** para dos figuras conjugadas cualesquiera (esto es, imagen la una de la otra). Estos sistemas son idealizaciones y no existen en la realidad.

A lo más que se puede aspirar es a diseñar un sistema óptico que sea perfecto para una pareja de puntos dada. A este **sistema** se le denomina **estigmático**. Pero, en general, los sistemas reales son imperfectos, es decir, presentan **aberraciones**.

Desde un punto de vista teórico, no obstante, comprobaremos en el siguiente apartado que las superficies esféricas son perfectas siempre y cuando adoptemos **la aproximación paraxial**, esto es, supongamos que todos los rayos ópticos formen ángulos muy pequeños respecto al eje óptico. En este límite de ángulos pequeños podemos desarrollar en serie de Taylor las funciones angulares

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} + \dots \\ \cos \alpha &= 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} + \dots\end{aligned}$$

y quedarnos únicamente con el primer término del desarrollo en serie.

Como se ha mencionado, en este límite de aproximación la superficie esférica es perfecta. Para un tratamiento analítico de las aberraciones, se tiene en cuenta términos de orden superior del desarrollo en serie (óptica de 3^{er} orden, óptica de 5^o orden, etc.). Aquí adoptaremos la aproximación paraxial.

9.2.4. Aumentos.

Para caracterizar la **relación entre objeto e imagen** se introducen los **aumentos lateral, angular y axial**:

$$\begin{aligned}\beta' &\equiv \frac{y'}{y} ; \text{ aumento lateral.} \\ \gamma' &\equiv \frac{\phi'}{\phi} ; \text{ aumento angular.} \\ \alpha' &\equiv \frac{\Delta z'}{\Delta z} ; \text{ aumento axial.}\end{aligned}$$

donde y' (y) es el tamaño lateral de la imagen (del objeto), ϕ' (ϕ) es el ángulo subtendido por la imagen (el objeto) y $\Delta z'$ (Δz) es la profundidad (tamaño axial) de la imagen (del objeto).

9.3. Espejos.

En la **figura 6** se representa esquemáticamente un espejo cóncavo. **Relación de conjugación**: Vamos a hallar **la relación de conjugación** (es decir, la relación entre la **posición del objeto y la de la imagen**) para un **espejo esférico**. Consideremos en primer lugar el espejo cóncavo de la

figura anterior y analicemos el rayo que partiendo de P pasa por P'. Sumando los ángulos internos del triángulo de vértices PAC tenemos que:

$$\alpha + \theta + (\pi - \beta) = \pi \rightarrow \beta = \alpha + \theta,$$

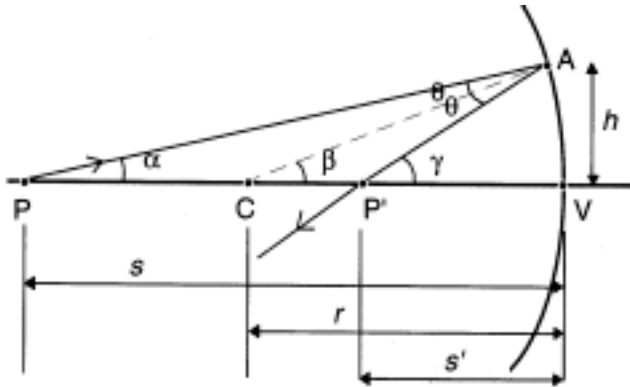


Figura 6. Espejo esférico (cóncavo). P' es el punto imagen de P. C es el centro de la esfera. s es la distancia del objeto, s' la de la imagen y r del radio.

y a partir del triángulo de vértices PAP' tenemos que:

$$\alpha + 2\theta + (\pi - \gamma) = \pi \rightarrow \gamma = \alpha + 2\theta,$$

con lo que:

$$2\beta = \alpha + \gamma.$$

Por otra parte es claro a partir de la figura que

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{h}{s}; \quad \text{tg}(\beta) = \frac{h}{r}; \quad \text{tg}(\gamma) = \frac{h}{s'}$$

Con las dos ecuaciones anteriores obtenemos una relación entre s y s'. Nótese que, en esa relación, para un valor dado de s la distancia s' **depende del valor de h**, es decir, no todos los rayos que salen (o pasan) por el punto P pasan tras la reflexión por P'. Consideremos ahora que el valor de h es pequeño. En este caso todos los ángulos son pequeños y podemos aplicar la **aproximación paraxial** que ya comentamos anteriormente. En este caso:

$$\text{tg}(\alpha) \approx \alpha \approx \frac{h}{s}; \quad \text{tg}(\beta) \approx \beta \approx \frac{h}{r}; \quad \text{tg}(\gamma) \approx \gamma \approx \frac{h}{s'}$$

y sustituyendo en $2\beta = \alpha + \gamma$ se tiene que:

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$	Espejos esféricos: relación de conjugación
--	---

que es una relación entre s y s' **que es independiente de h**.

Es decir, **dentro de la aproximación paraxial**, el espejo esférico se comporta **como un sistema óptico perfecto**. Añadamos que esto es así también para puntos P situados fuera del eje óptico siempre y cuando la distancia al mismo sea pequeña.

Para deducir la relación anterior, todas las distancias se han tomado positivas. ¿Qué ocurre si el **espejo** no es cóncavo sino **convexo**? (Figura 7)

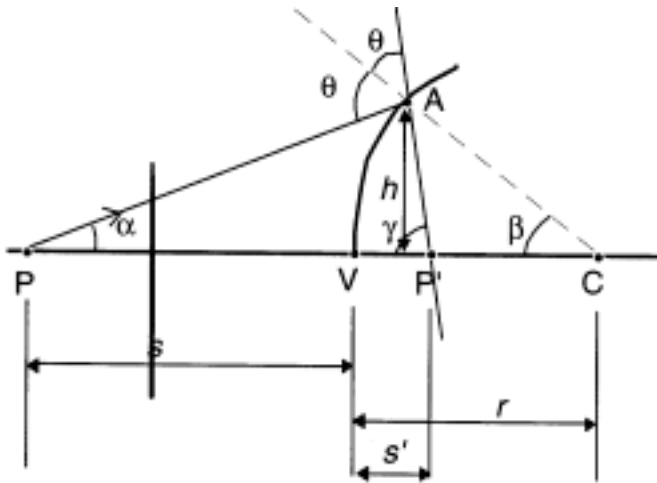


Figura 7. Espejo **esférico convexo**. El radio de curvatura cambia su dirección respecto del cóncavo.

Un razonamiento análogo al anterior (tomando de nuevo todas las distancias positivas) nos llevaría a la ecuación

$$\frac{1}{s} + \left(-\frac{1}{s'}\right) = -\frac{2}{r}$$

que difiere de la anterior en signos.

Para conseguir que la forma de la ecuación no dependa de dónde está situado el objeto o de si el espejo es cóncavo o convexo conviene adoptar **un criterio de signos**. Nótese que entre el segundo y el primer caso lo que no ha cambiado es la posición del objeto (que es real y está situado antes del espejo) y lo que ha cambiado es la posición de la imagen (que en el primer caso es real y en el segundo caso es virtual) y la posición del centro del espejo. Así, si en segundo caso consideramos que r y s' son negativas, la ecuación es la misma en ambos casos. Así pues adoptaremos el siguiente criterio de signos (suponemos que la luz incide por la izda):

- **distancia objeto (s):** positiva si el objeto es real (situado a la izquierda del espejo) y negativa si es virtual (situado a la derecha del espejo).
- **distancia imagen (s'):** positiva si la imagen es real (situada a la izquierda del espejo) y negativa si es virtual (situada a la derecha del espejo).
- **radio del espejo (r):** positivo si es cóncavo y negativo si es convexo.

Ahora ya tenemos una ecuación universal para el espejo:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f} \quad \text{Ecuación de los espejos esféricos}$$

Definición de foco: Nótese que cuando $s \rightarrow \infty$, $s' = r/2$ (es decir, todos los rayos que entran paralelos al eje, pasan por un punto equidistante entre el vértice del espejo y su centro). También se verifica que para $s' \rightarrow \infty$, $s = r/2$ (todos los rayos que entran por el punto equidistante entre el vértice del espejo y su centro, salen reflejados paralelos al eje). Ese punto recibe el nombre de **foco del espejo**, y lo representamos por F (figura 8). La distancia f a la que se halla el foco F es: **$f = r/2$**

Por otra parte, si $s = r$, entonces $s' = r$, es decir, si un rayo pasa por el centro del espejo, entonces vuelve a pasar por él tras reflejarse en el espejo.

Representaciones gráficas: Estos dos hechos nos ayudan a **encontrar imágenes** de forma gráfica (ver figura 8): dado un punto objeto, para encontrar gráficamente su imagen sólo hemos de **trazar dos rayos** que partiendo del objeto pasen, uno por el foco y otro por el centro del espejo. Tras reflejarse estos rayos salen paralelo al eje el primero y por el centro el segundo. Donde se cruzan se forma la imagen del punto objeto. Por ejemplo,

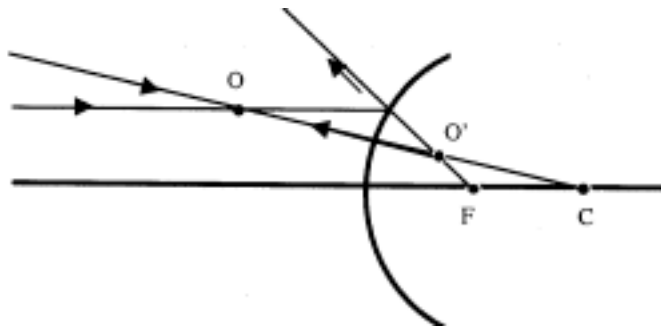


Figura 8. O' es la imagen de O , y se obtiene gráficamente por medio del rayo paralelo, que reflejado ha de pasar (él o su prolongación por el foco) y el rayo radial, que se refleja sobre sí mismo

En este caso tanto el foco F como la imagen O' , son virtuales. (Hacer también los casos de objeto virtual con espejo convexo y de objeto real y objeto virtual con espejo cóncavo).

Aberración esférica: ¿Qué ocurre cuando los rayos no son todos paraxiales? Aparece la **aberración esférica**: en este caso el foco imagen ya no es un único punto. Es decir, los rayos que entran en el espejo paralelos al eje del sistema no pasan todos por F' sino que sólo lo hacen aquellos que son paraxiales. Los rayos que inciden en el espejo pasan por un punto distinto de F' al reflejarse, tal y como indica la figura 9. El resultado es que no tenemos un único punto imagen, sino una “mancha” imagen.

En la figura 9 se representa cómo los rayos paraxiales se reflejan pasando todos por el mismo punto (el foco) pero los rayos que inciden más alejados del eje no salen todos por el mismo punto, de hecho salen por un punto que está entre el foco y el espejo. Esto es la **aberración esférica**, que también aparece en dioptrios y lentes (que estudiaremos después).

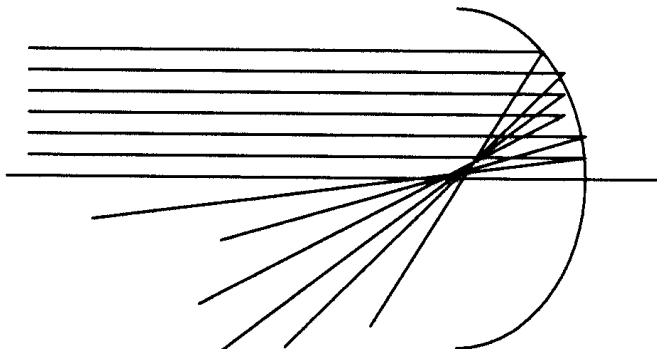


Figura 9. **Aberración esférica**, para rayos que no cumplen la propiedad de ser paraxiales.

9.4. El dioptrio esférico.

Consideremos ahora que la superficie esférica es **refractante** en lugar de reflectante. Hablamos en este caso de **dioptrio esférico**.

Relación de conjugación: El trazado de rayos es ahora el de la figura 10:

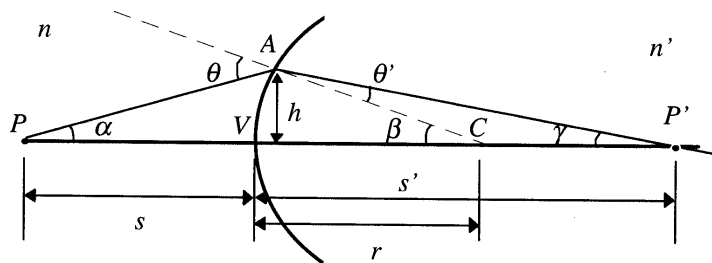


Figura 10. **Dioptrio esférico**, constituido por una superficie esférica, índice de refracción n.

Los ángulos θ y θ' están relacionados por la ley de Snell:

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'$$

Por otra parte, del triángulo ACP' resulta que:

$$\beta = \gamma + \theta',$$

y del triángulo PAC resulta que:

$$\theta = \alpha + \beta.$$

Finalmente tenemos que:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{s} ; \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{r} ; \operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{s'}$$

Combinando las ecuaciones anteriores obtenemos **la relación de conjugación** (s en función de s'). Pero al igual que cuando analizábamos el espejo, **esta relación depende de h** , es decir, no todos los rayos que pasan por P pasan también por P' . Sin embargo si nos limitamos a **la zona paraxial**, desaparece la dependencia en h . En este caso podemos tomar las siguientes aproximaciones:

$$\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha \approx \frac{h}{s} ; \operatorname{tg}\beta \approx \beta \approx \frac{h}{r} ; \operatorname{tg}\gamma \approx \gamma \approx \frac{h}{s'}$$

$$n\theta \approx n'\theta'$$

Sustituyendo estas relaciones en $\beta = \gamma + \theta'$ y $\theta = \alpha + \beta$ se obtiene:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r}$$

Para que la forma de la relación de conjugación no dependa de la posición de objeto e imagen o del centro de curvatura del dioptrio, es necesario adoptar un **criterio de signos**. El criterio que adoptamos es el siguiente (nótese que es distinto al utilizado en reflexión):

- **distancia objeto (s):** positiva si el objeto es real (situado a la izda del dioptrio) y negativa si es virtual (situado a la dcha del dioptrio)
- **distancia imagen (s'):** positiva si la imagen es real (situada a la dcha del dioptrio) y negativa si es virtual (situada a la izda del dioptrio)
- **radio del dioptrio (r):** positivo si es convexo y negativo si es cóncavo

Podemos también encontrar la relación entre objeto e imagen a partir de las distancias axiales. Es fácil de demostrar que el aumento lateral vale:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{n s'}{n' s}$$

En efecto:

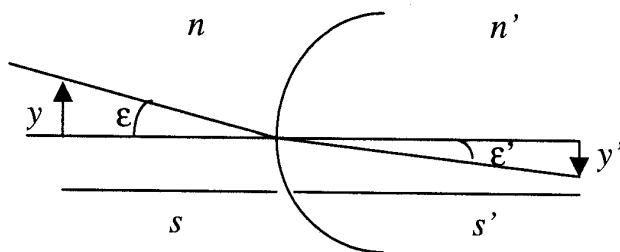


Figura 11. Cálculo del aumento lateral en un dioptrio mediante semejanza de triángulos.

en **aproximación paraxial** tenemos que

$$\varepsilon = \frac{y}{s} ; \varepsilon' = \frac{y'}{s'} ; n\varepsilon = n'\varepsilon'$$

de lo que se deduce la expresión del aumento lateral. El signo menos indica la inversión de la imagen.

Focos del dioptrio: Podemos encontrar la posición de los focos del dioptrio esférico. Nótese que el **dioptrio tiene dos focos**, y no uno sólo como el espejo.

El foco objeto (F) es el punto objeto para el que **su imagen** se encuentra en el infinito, i.e.:

$$s' = \infty \rightarrow s_F \equiv f = \frac{n}{n' - n} r ;$$

El foco imagen (F') es aquel en el que se encuentra la imagen de un **objeto** situado en el infinito, i.e.:

$$s = \infty \rightarrow s'_{F'} \equiv f' = \frac{n'}{n' - n} r$$

Teniendo en cuenta esta expresión, podemos escribir **la relación de conjugación** para el dioptrio esférico de la forma:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'}{f'}$$

o de la forma:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n}{f}$$

Señalemos finalmente que la relación obtenida para el dioptrio esférico es válida, en particular, para el dioptrio plano (en esta caso el radio es infinito y por tanto las distancias focal objeto, f , y focal imagen, f' , son infinitas también). En este caso particular, la relación de conjugación es:

$$n's = -ns' \quad \text{Relación de conjugación del dioptrio plano.}$$

9.5. Lentes delgadas.

Una **lente** es la combinación de dos dioptrios esféricos. Una **lente delgada** es aquella en la que el espesor (separación entre los dioptrios) es despreciable (esto es, mucho menor que los radios de curvatura. Vamos a hallar **la relación de conjugación** de la lente delgada.

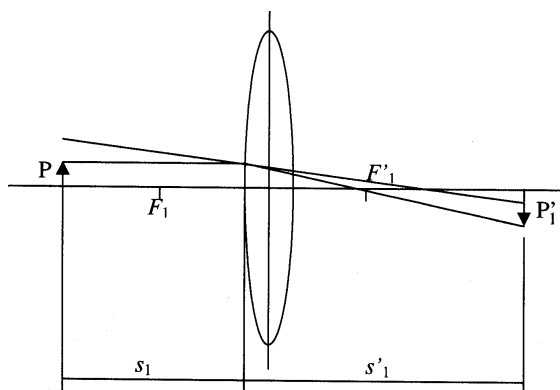


Figura 12. Lente delgada, constituida por dos dioptrios, el primero convexo y el segundo cóncavo.

Supongamos que la distancia del objeto al primer dioptrio es mayor que la distancia focal objeto de este (véase la **figura 12**). En este caso, el primer

dioptrio formará una imagen real del objeto, a la que llamaremos P_1' . Podemos calcular la posición en que estaría esa imagen

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_1'} = \frac{n_2}{f_1'} \Rightarrow \frac{n_2}{s_1'} = \frac{n_2}{f_1'} - \frac{n_1}{s_1}$$

Ahora bien, esa imagen no llega a formarse porque al salir del primer dioptrio, los rayos se encuentran con el segundo dioptrio. Podemos entender que P_1' es un **objeto virtual** para el segundo dioptrio y aplicando la relación de conjugación para éste, hallar la posición de la imagen final, P' . Ahora pasamos a medir desde la posición del segundo dioptrio (que es la segunda cara de la lente) pero como estamos suponiendo que la lente es delgada, podemos despreciar la separación entre dioptrios. Así, la distancia objeto s_2 coincide con la distancia imagen s_2' **sólo que cambiada de signo**, porque ahora P_1' es un **objeto virtual**. (Figura 13).

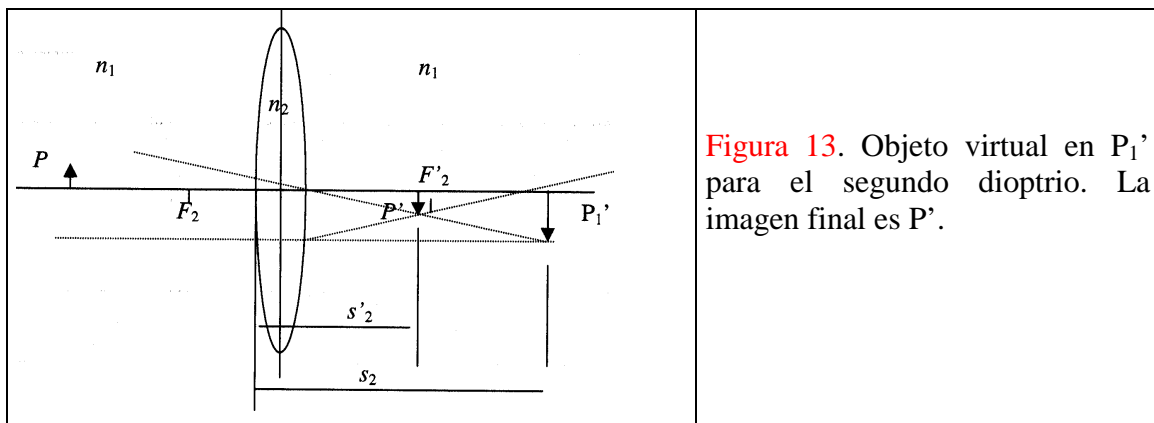


Figura 13. Objeto virtual en P_1' para el segundo dioptrio. La imagen final es P' .

La ecuación de conjugación para el segundo dioptrio es:

$$\frac{n_2}{s_2} + \frac{n_1}{s_2'} = \frac{n_1}{f_2'} \Rightarrow \frac{n_1}{s_2'} = \frac{n_1}{f_2'} - \frac{n_2}{s_2}$$

que teniendo en cuenta que **$s_2 = -s_1'$** se convierte en:

$$\frac{n_1}{s_2'} = \frac{n_1}{f_2'} + \frac{n_2}{s_1'} = \frac{n_1}{f_2'} + \frac{n_2}{f_1'} - \frac{n_1}{s_1}$$

Finalmente identificamos $s_1 = s$ y $s_2' = s'$, con lo que tenemos **la relación de conjugación**:

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_1}{s'} = \frac{n_1}{f_2'} + \frac{n_2}{f_1'}$$

ecuación que podemos escribir en la forma:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$$

donde se ha introducido **la distancia focal imagen** de la lente:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_2} + \frac{n_2}{n_1} \frac{1}{f'_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Para escribir esta última ecuación se ha tenido en cuenta que:

$$f'_1 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r_1 \quad f'_2 = \frac{n_1}{n_1 - n_2} r_2$$

Así pues, vemos que la **relación de conjugación para la lente delgada** tiene exactamente la misma forma que para un dioptrio esférico (y se aplica el mismo criterio de signos). Además hemos obtenido un valor para la **distancia focal imagen** de la lente. A la inversa de la distancia focal imagen se la denomina **potencia de la lente** y se mide en **dioptrías** cuando la distancia focal está expresada en metros. Dado que el foco imagen es el lugar en que se cortan los rayos que inciden paralelamente al eje óptico sobre la lente, una distancia focal imagen corta indica un gran poder refractor de la lente (potencia grande) y viceversa. A las lentes que tienen **potencia positiva** (es decir foco imagen real) se las llama **convergentes**, y **divergentes** a las de **potencia negativa** (foco imagen virtual).

Al igual que hemos obtenido la distancia focal imagen, podemos obtener la **distancia focal objeto**, f , que recordemos es la distancia a la que se encuentra la posición objeto cuya imagen está en el infinito. En nuestro caso (lente delgada) se verifica, obviamente que $f=f'$.

Método gráfico: La relación de conjugación que hemos deducido (y que se denomina ecuación de Gauss) permite determinar analíticamente la posición de la imagen dadas la posición del objeto y la potencia de la lente. Pero también, como en el caso de los espejos, podemos utilizar un **método gráfico**. Para ello basta con utilizar dos rayos: uno que pase por el foco objeto (que sabemos que sale paralelo al eje) y otro que entre paralelo al eje (que sabemos que sale por el foco imagen). Veamos algunos ejemplos.

- i) lente convergente con objeto antes del foco objeto. La imagen es real e invertida. (figura 14).
- ii) lente convergente con objeto O entre el foco objeto F y la lente. La imagen es virtual y derecha. (Figura 15).
- iii) lente divergente con objeto situado antes del foco (figura 34.33).

Se recomienda hacer todos los casos posibles: objetos reales y virtuales y lentes convergentes y divergentes.

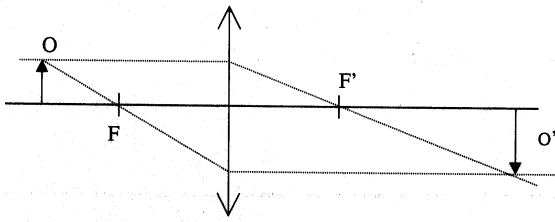


Figura 14. Imagen real e invertida de un objeto a distancia superior a la focal en una lente delgada convergente.

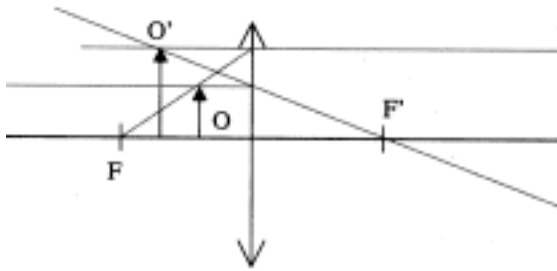


Figura 15. Imagen virtual y derecha de un objeto O situado entre el foco objeto F y la lente convergente.

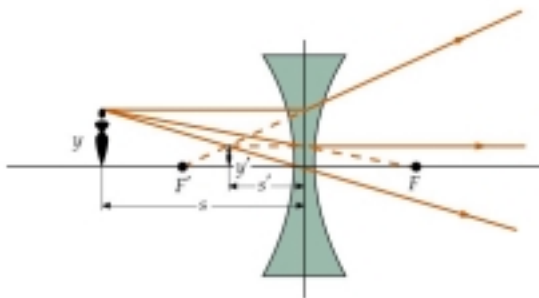


Figura 34.33. Diagrama de rayos para una lente divergente. El rayo paralelo se desvía alejándose del eje como si procediera del foco objeto F'. El rayo dirigido al foco imagen F, emerge paralelo al eje.

Lecturas recomendadas.

Lentes múltiples. P. Tipler, página 1130.