

TEMA 18. COMPORTAMIENTO DUAL DE LA MATERIA.

1.- Introducción.

La mecánica clásica es **determinista**: esto quiere decir que dadas las condiciones iniciales de un sistema, si además conocemos el conjunto de fuerzas que actúan sobre él, podemos predecir sin ninguna clase de ambigüedad el estado al que se llegará en un tiempo t posterior. Este resultado es indiscutiblemente aplicable al mundo físico a escala humana.

Por el contrario, **la mecánica cuántica**, que se aplica a escala microscópica, predice las **probabilidades** de que, dadas ciertas condiciones o estado inicial, **diferentes acontecimientos físicos alternativos** tengan lugar. En palabras de Einstein, es como si la naturaleza jugara a los dados.

Evidentemente, los fenómenos físico-cuánticos del mundo microscópico no estaban descritos por la mecánica clásica, e hizo falta una nueva mecánica para describir los experimentos efectuados a escala atómica. En este tema vamos a estudiar las propiedades ondulatorias, puestas de manifiesto en el mundo atómico.

2. Longitud de onda de De Broglie.

Los haces de partículas fundamentales como **e, n, p, k**, etc., se pueden preparar en el laboratorio y hacerlos **interferir**. Se observa experimentalmente, que estos presentan tanto los fenómenos de interferencia como de difracción **proprios de las ondas**. De hecho, la mecánica cuántica establece claramente la **longitud de onda** que hay que asociar a una partícula con momento p :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{Longitud de onda de De Broglie}$$

Cuando se hacen en el laboratorio experimentos dedicados al estudio de las propiedades ondulatorias, se pone de manifiesto que las **partículas con momento p** , se **comportan como las ondas** con su longitud de onda dada por la relación de De Broglie λ .

El enunciado anterior comporta que las partículas atómicas muestran una doble naturaleza en su comportamiento: **ondulatoria y corpuscular**.

Ejercicio: Calcular la longitud de onda asociada a una pelota de fútbol de 500 gr que viaja a 100Km/h. Explique por qué no se han visto nunca efectos cuántico-ondulatorios en este juego.

2.1. Evidencia experimental : filtración cuántica.

Davisson y Germer en 1927 estudiando la dispersión de los electrones en cristales de Ni encontraron que los haces de electrones sufrían el fenómeno de su **difracción e interferencia** (Figura 17.7).

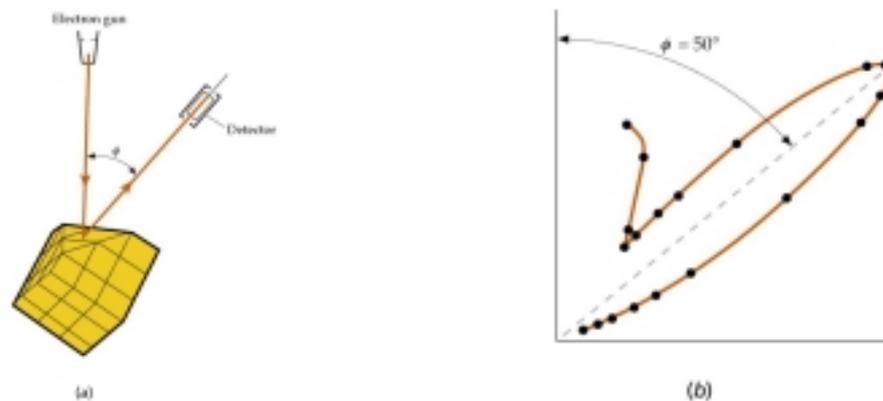


Figura 17.7. a) Experimento de Davisson y Germer en el que los electrones son dispersados por un cristal de Ni. b) Intensidad de los electrones difractados en función del ángulo de dispersión. **El máximo** corresponde al fenómeno de **dispersión para ondas** cuya longitud de onda viene dada por De Broglie.

Cuando las ondas de longitud de onda λ inciden y se reflejan sobre un cristal con diferentes planos paralelos de separación d , **la ley de Bragg** de la interferencia constructiva nos dice:

$$k(2d) \sin \theta = 2\pi n \rightarrow \lambda = \frac{2d}{n} \sin \theta$$

Davisson midió la distancia d de forma independiente, mediante rayos X, encontrando que $d=0.091$ nm. Después envió electrones de diferente energía sobre el cristal, observando el ángulo de dispersión máxima, determinando que el ángulo de dispersión estaba siempre de acuerdo con la longitud de onda λ dada por De Broglie: $\lambda = h/p$.

Se han realizado experimentos de difracción e interferencia sobre otras partículas, como por ejemplo neutrones y protones (ver **figura 41.3** de *P.Fishbane*). La simplicidad de los **resultados obtenidos**, que son simplemente **diagramas de interferencia para las partículas**, no nos debe hacer olvidar el resultado extraordinario que representa. Así, los protones **se comportan como partículas** que obedecen la segunda ley de Newton, al ser acelerados en un ciclotrón, y al mismo tiempo muestran de forma indiscutible **un comportamiento ondulatorio**.

2.2 El efecto túnel o la filtración cuántica.

En mecánica clásica las barreras de potencial son absolutamente infranqueables: las partículas no pueden atravesar regiones en las que su energía debería de tener valores negativos. Así, una partícula clásica sometida a un potencial esférico como el de la **figura 36.17**, no puede nunca escapar de la región $r < R$, si su energía mecánica E es menor que la altura de la barrera: en la región $R < r < r_1$, ¡la partícula debería tener E_c negativa!.

Por el contrario, la mecánica cuántica, aplicable a los sistemas submicroscópicos, permite que la partícula atraviese la barrera y escape a la región $r > r_1$, fenómeno que recibe el nombre de **penetración de barrera o tunelización**. Ejemplos de penetración de barreras los encontramos en la desintegración nuclear α (ver **figura 36.17**) y en el microscopio de efecto túnel.

El efecto túnel es totalmente inexplicable mediante el concepto clásico de partícula, pero sí que se puede explicar con las propiedades de las ondas.

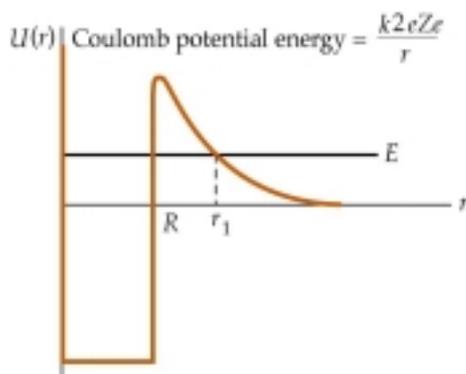


Figura 36.17. Aproximación del potencial con simetría esférica que siente una partícula α en un núcleo radioactivo. R es el radio nuclear. Fuera del núcleo se aplica el potencial repulsivo de Coulomb. La mecánica cuántica explica la desintegración α de los núcleos pesados, mediante el fenómeno de tunelización.

Las ondas e.m. presentan efecto túnel, como se ve al colocar dos prismas a pequeña distancia, efectuándose en el primero reflexión interna total (**Figura 36.15**).

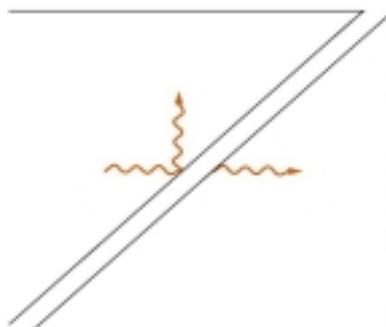


Figura 36.15. En el primer prisma la luz sufre reflexión interna total, al superar el ángulo crítico. Al colocar un segundo prisma **muy cerca** del primero el haz de luz atraviesa la interfase de aire, por efecto túnel.

La explicación es que la función de onda e.m. de los campos E y B , en la región de aire, **no desaparece abruptamente**, sino de forma

exponencial decreciente. Ahora bien, si el espacio entre los dos vidrios es relativamente pequeño, habrá función de onda e.m. en el segundo vidrio y en consecuencia, propagación del haz luminoso, como se explica en la **figura 41.6**.

Las ondas luminosas han sufrido el **efecto túnel**, o lo que es equivalente, **se han filtrado** a través de la interfase de aire dado que los campos eléctrico y magnético disminuyen exponencialmente, y la interfase es estrecha. Si la separación de la interfase crece suficientemente, no hay ondas electromagnéticas en el segundo vidrio.

Las partículas, por su doble **comportamiento ondulatorio** y corpuscular, exhiben la propiedad de **la filtración cuántica** a través de barreras de potencial.

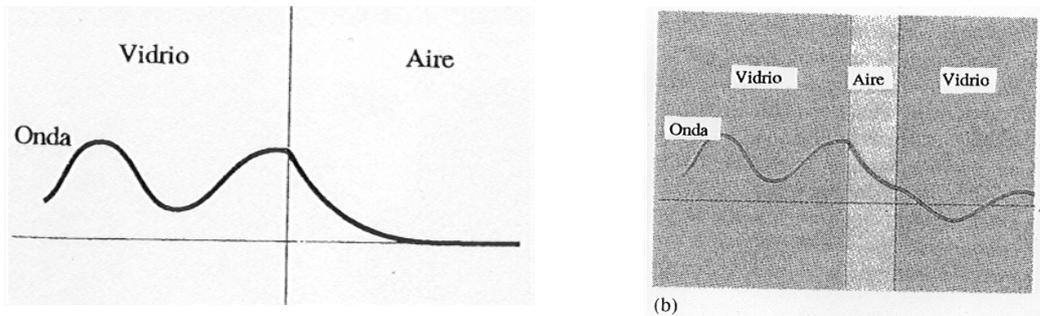


Figura 41.6. a) Campo eléctrico en una interfase vidrio-aire, para el caso de reflexión total interna. b) Se observa el efecto túnel del campo eléctrico cuando la interfase de aire es pequeña entre los dos vidrios.

Como ya se ha dicho, la mecánica cuántica es probabilística, y como en el caso del haz luminoso, en el que una parte se propaga y otra se refleja, algunas partículas filtrarán y otras se reflejarán. Sea pues, una barrera de potencial como la de la **figura 36.12 a**, de altura U_0 y amplitud a . Se puede calcular la fracción de partículas que pasan la barrera, que obviamente debe depender de la amplitud **a** de la barrera y de la altura α que la partícula debe superar en unidades de h :

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}$$

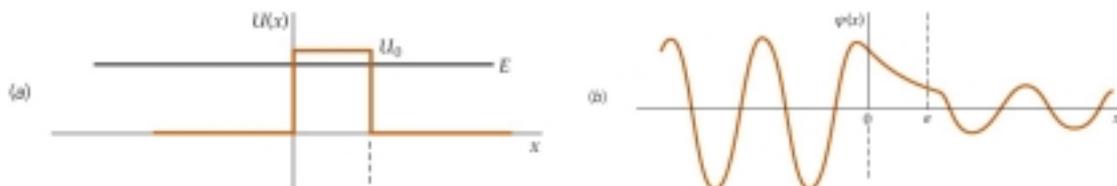


Figura 36.12. a) Barrera de potencial rectangular. b) Efecto de tunelización para una onda con energía E menor que la altura de la barrera U_0 . Una parte de la onda se transmite, aunque clásicamente no puede penetrar la partícula en la región $x > a$. Otra parte de la onda se refleja (no se ha dibujado en la figura).

El factor de transmisión T , nos da la probabilidad de que una partícula atraviese la barrera de potencial, como:

$$T \cong e^{-2\alpha a}$$

que representa un coeficiente de transmisión T extremadamente pequeño, dado el valor de la constante de Planck \hbar , lo que explica que en la vida cotidiana no se observen los efectos de las filtraciones cuánticas.

3. Relación de incertidumbre.

Las relaciones de incertidumbre de Heisenberg, son una consecuencia directa de la dualidad onda-corpúsculo, aplicable a las partículas. Estas relaciones se presentan generalmente mediante dos enunciados que son:

La determinación de la ubicación de una partícula en un intervalo de posición Δx , comporta necesariamente una limitación en la determinación simultánea de su momento conjugado Δp_x , de manera que se verifica que

$$\Delta x \Delta p_x > \hbar$$

que representa la relación de incertidumbre *posición-cantidad de movimiento conjugado*.

Existe otra relación de incertidumbre denominada de tiempo-energía:

La determinación de la energía de un sistema durante una duración temporal Δt , viene afectada por una indeterminación en la energía ΔE , que cumple:

$$\Delta E \Delta t > \hbar$$

En el mundo clásico no nos habíamos percatado de la existencia de estas relaciones, dado el valor tan pequeño de la constante de Planck \hbar .

Ejercicio: Calcular la incertidumbre mínima en el momento de una pelota de tenis de 30 gr de masa y que viaja a 100 km/h, de acuerdo con el principio de Heisenberg, si su incertidumbre en la posición es de 10^{-6} m.

Al hacer este ejercicio nos apercibimos que para los cuerpos macroscópicos, los errores experimentales son mucho mayores que el valor predicho por el principio de incertidumbre y así difícil ver su existencia.

Ejercicio: Calcule ahora la incertidumbre en el momentum de un electrón de masa 10^{-27} gr ubicado en el interior de un átomo, de radio 10^{-8} cm.

Sabiendo que las velocidades de los electrones en los átomos son del orden de 10^6 m/s, observamos que la incertidumbre en el momento, dado por la fórmula de Heisenberg, es del orden del valor del momento.

La **relación de incertidumbre energía-tiempo**, que se acaba de enunciar tiene implicaciones muy interesantes en el mundo de las partículas fundamentales. Así ocurre por ejemplo cuando se trata de medir la masa del bosón neutro Z, mediador de la fuerza débil. Este bosón tiene una vida muy corta, por lo que su energía (masa en reposo) viene afectada por la incertidumbre de Heisenberg. En los experimentos de LEP se producen copiosamente estas partículas y se ha reportado que el valor de su masa, así como el de su amplitud (indeterminación ΔE) es:

$$M(Z) = 91.1882 \pm 0.0026 \text{ GeV}/c^2$$

$$\Delta E = 2.4592 \pm 0.0022 \text{ GeV}/c^2$$

Aunque no lo parezca, no hay ninguna incongruencia en los dos resultados anteriores. Los físicos experimentales han determinado la masa del Z con extraordinaria precisión, habiendo medido de forma ingeniosa muchas de estas partículas en el laboratorio. Ahora bien, si se quiere determinar la masa $M(Z)$ midiendo tan solo **una** partícula en el laboratorio, ésta vendrá afectada por la incertidumbre de Heisenberg. Es decir, la indeterminación inherente de un estado de vida corta Δt , toma el valor ΔE dado por Heisenberg, cuyo valor es muy superior a la determinación experimental de la masa de la partícula. (Ver **Figura Delphi**).

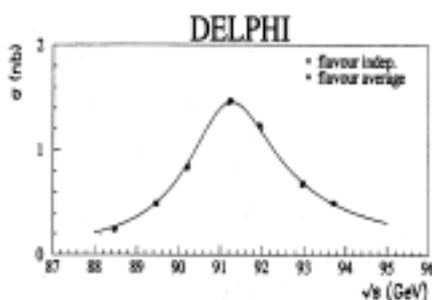


Figura Delphi. Determinación experimental de los parámetros del bosón Z. Obsérvese que los errores experimentales de los puntos obtenidos son mucho menores que los predichos por el principio de indeterminación energía-tiempo de Heisenberg.

4. El experimento de Young (revisado).

Los experimentos de difracción que se han descrito para la luz, se han aplicado también para las partículas, como p, n, e, átomos y moléculas, etc., comprobándose que éstas exhiben el **comportamiento ondulatorio** enunciado por la mecánica cuántica, lo que puede inducir a dificultades conceptuales o paradojas, como la siguiente:

Recordemos brevemente el experimento de Yonug, cuyo resultado ha sido descrito y puede verse en la **figura 35.7 y 35.8**.

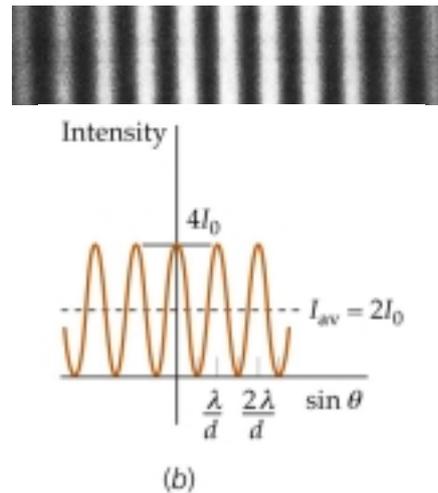
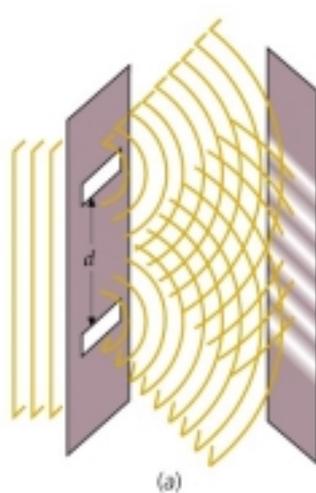


Figura 35.7. Dos ranuras actúan como fuentes coherentes de luz para la observación de la interferencia.

Figura 35.8. Diagrama de interferencia (exp. de Young) y representación de la intensidad resultante.

Consideremos ahora, de forma paralela, que hacemos pasar un haz de electrones **monocromáticos** a través de dos rendijas separadas una distancia d , como en el experimento de Young. Podemos imaginar que los electrones, al ser partículas, deberán pasar por una de las dos rendijas. Y ocurre así, si mantenemos abierta una sola de las rendijas y la otra cerrada: se observa en el detector los máximos característicos de la propagación de partículas (figura 41.8 a).

Ahora bien, si **ambas rendijas se mantienen abiertas** durante el paso del haz de electrones, se observa en la pantalla **una figura de interferencia** muy similar a la de la luz, cuando se cumplen las condiciones experimentales adecuadas (Figura 41.8 b). Se comprueba así, sin ningún tipo de duda, el comportamiento ondulatorio de las partículas.

Podríamos complicar aún más el experimento desde el punto de vista conceptual, e imaginar la existencia de un observador que pudiera predecir por qué rendija va a pasar cada uno de los electrones y en consecuencia cerrara la otra. En este caso, no se observa la figura de interferencia. El saber, o **determinar por cual de las dos rendijas va a pasar el electrón destruye la figura de interferencia.** Esta es la **paradoja**.

Para que la mecánica cuántica sea una teoría creíble, debe describir correctamente la interferencia de la doble rendija y los máximos separados cuando únicamente hay una rendija, o determinar por cual de las dos rendijas pasa cada electrón.

La **explicación de la paradoja** consiste en introducir el efecto de la alteración sobre el sistema que representa el hecho de medir o determinar la posición. Así, la posición del electrón se mide mediante **un detector**, el más simple de los cuales puede consistir en un emisor-receptor de fotones. El

fotón es absorbido por el electrón, que vuelve a emitir con menor energía (por efecto Compton), y finalmente es detectado (figura 41.9).

Por el solo hecho de medir, **se imparte** obligatoriamente **momento** al electrón, suficiente para deshacer la **condición necesaria de coherencia**, para la observación de la figura de interferencia. Como consecuencia, la figura de interferencia se borra y desaparece.

Podemos concluir que **no hay ningún tipo de paradoja**: el experimento de la doble rendija y el experimento con el detector que determina la trayectoria de los electrones, son conceptualmente distintos y así lo son los resultados que se obtienen. La perturbación introducida en el sistema al medirlo, **elimina la evidencia** del comportamiento ondulatorio del haz de electrones monocromáticos.

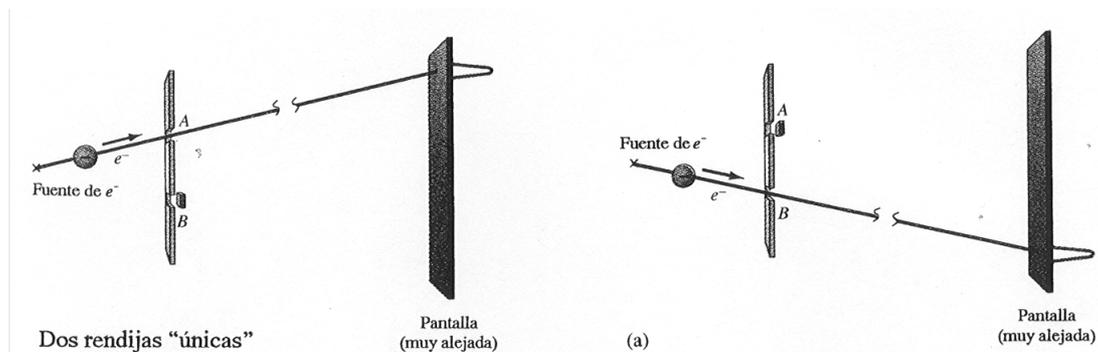


Figura 41.8 (Fishbane). Frecuencia de llegada de electrones a un detector: a) cuando hay sólo una rendija abierta y b) cuando ambas rendijas están abiertas, donde se observa la figura de interferencia.

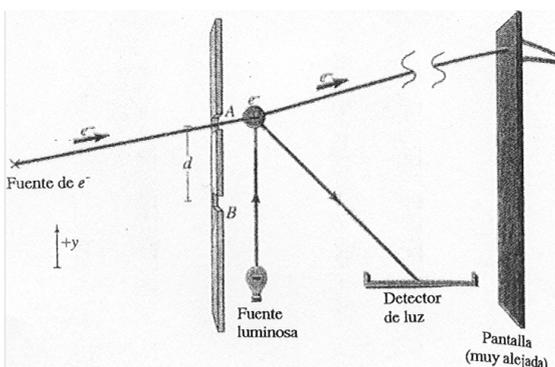


Figura 41.9. Esquema simple de un detector en el experimento de la doble rendija. El fotón interactúa con el electrón, transfiriéndole una cantidad de movimiento Δp_y que altera sus propiedades, en particular su longitud de onda (pérdida de coherencia).

Lectura recomendada: *Las ecuaciones de incertidumbre y los estimadores numéricos* (Fishbane pag 1209.)

5. Mecánica cuántica y probabilidad.

Los fenómenos descritos en este tema difieren mucho de lo que nos enseña nuestra experiencia en el mundo a escala humana. Estas diferencias son más espectaculares para el experimento del haz de electrones con dos rendijas. Cuando las dos rendijas se hallan abiertas para los electrones, observamos en la pantalla la figura de interferencia (como en el experimento de Young). Y esta se forma incluso en el caso de que se redujera mucho la intensidad del haz, de manera que el paso de electrones se hiciera individualmente, sin ningún tipo de conexión causa / efecto con la llegada de otro¹.

Está claro pues, que cada electrón debe llevar y transportar con él la información que le permita producir la figura de interferencia.

La mecánica cuántica incorpora toda la información de la difracción de los electrones a través de la rendija, y así de la interferencia, mediante la función de onda, asociada al electrón.

Estrictamente hablando, el cuadrado de la función de onda representa en mecánica cuántica la densidad de probabilidad de encontrar al electrón en una región del espacio. La probabilidad es máxima cuando el valor de la función (cuadrado) es máximo y viceversa. Así, las áreas donde se forma la interferencia constructiva, son debidas a que la probabilidad de llegada de los electrones de una y otra rendija es máxima y viceversa. De esta forma recalcamos el concepto probabilístico de la mecánica cuántica: no sabemos el camino que verdaderamente toma el electrón en el viaje, solamente podemos hablar de la probabilidad de su llegada.

Lectura recomendada: *Paso de la luz polarizada a través de un analizador* (Fishbane, pg.1217).

La mecánica cuántica introduce un nuevo ingrediente en la manera en que ocurren los acontecimientos: no es determinista como la clásica, en la que dadas unas C.I. y las ecuaciones de Newton, la predicción de evolución del sistema es única. La M.C. predice las probabilidades de los diferentes resultados.

Como ejemplo esclarecedor, podemos considerar el fenómeno de la radiactividad nuclear. Existen núcleos atómicos en la naturaleza que son inestables y se desintegran mediante la emisión de partículas, por ejemplo α , γ etc. Imaginemos que en el instante $t=0$, disponemos de una muestra radioactiva con N_0 núcleos, por ejemplo de estaño (^{113}Sn). Mediante un detector de NaI del laboratorio de nuclear podemos medir las

¹¿Se formaría la figura de interferencia si enviáramos un solo electrón? Discúptalo el lector.

desintegraciones γ por segundo que se producen. Si repetimos las medidas en meses posteriores, veremos que el número de desintegraciones disminuye, de acuerdo con la ley:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

donde τ representa la **vida media** de los núcleos. Este parámetro, característico de los núcleos radioactivos, nos ilustra de nuevo el concepto probabilístico de la Mecánica Cuántica.

Obsérvese que la ley de desintegración es la misma un instante después de haber preparado la muestra radioactiva, que dentro de una semana, que dentro de un año. En efecto, el número de núcleos radioactivos será diferente: N_0' y N_0'' en el transcurso del tiempo, pero la **ley es la misma: la probabilidad de desintegración de cada núcleo individualmente permanece constante**, independientemente del tiempo que haya transcurrido desde el momento que preparamos la muestra. Como los núcleos se encuentran aislados, su función de onda nos debe predecir la probabilidad de que cada núcleo se desintegre por unidad de tiempo, ya que no puede decirnos el instante en que lo hará.

Esto no ocurre, por ejemplo en una población humana: la probabilidad de muerte de una población de jóvenes de 20 años no es la misma que para gente de 80 años. Las poblaciones vivas se hacen viejas, los núcleos no.

Lectura recomendada: *La datación radioactiva del ^{14}C* . Fishbane Pág.1218.