Modelo de *Profit Testing*

e

Inmunización por Duraciones

en el Seguro de Vida

Ovidio Pilán Canorea

Abril, 2005

INDICE

1. INTRODUCCIÓN

De un modo general, se puede decir que distintos factores como la competencia, la presión de los inversores, la evolución de los productos, cada vez más financieros, y de la legislación, han contribuido a cambiar el entorno de trabajo de una Entidad de Seguros y también a utilizar nuevos métodos que permitan analizar la rentabilidad de los productos, su contribución a la creación de valor.

Por tanto, la interacción de la necesidad de capitales para el crecimiento de las Entidades unida a la dificultad de obtener recursos en capital hace necesaria la evaluación de la Entidad de Seguros, así como de sus productos. A su vez, la evolución del control normativo, la cada vez mayor libertad de tarifas y como consecuencia la cada vez mayor competencia, obligan a los actuarios a encontrar nuevos métodos con nuevas formas de diseño y desarrollo diferentes de la formulación actuarial tradicional, dónde es difícil fijar una serie de hipótesis y suponerlas inmutables durante un periodo de prologando. Es en este contexto asegurador, dónde la técnica del Profit Testing cobra una importancia definitiva.

Por otro lado, es indudable que ya desde el mismo momento del diseño del contrato de seguro se está delimitando tanto el grado de compromiso futuro en base a una rentabilidad mínima contractual que adquiere una Entidad Aseguradora como la remuneración que por el seguro ha de abonar el tomador del seguro. En este segundo apartado, titulado *"Inmunización por duraciones"*, se trata la estrategia inversora encaminada a respaldar estos compromisos de pago, adoptando como método de gestión integrado de Activos y Pasivos con el fin de eliminar el riesgo de interés y de insolvencia, el modelo de inmunización por duraciones previsto en la Orden Ministerial de 23 de diciembre de 1998, con el objetivo de establecer las condiciones que debe reunir una cartera de inversiones asignada a los productos de seguro comercializados por las Entidades Aseguradoras.

Ligado al objetivo anterior, también se desarrolla en este segundo apartado los conceptos de duración y convexidad esperada como parámetros a emplear en la gestión de Activos y Pasivos en el marco de las estrategias inmunizadoras y cuyo fin es el de controlar la exposición al riesgo de interés y, en su caso, cuantificar las posibles pérdidas que puede causar una variación adversa de los tipos de interés. Este conocimiento de la variación que experimente cada línea de negocio de la Entidad Aseguradora con respecto a la variación del tipo de interés permitirá diseñar estrategias de selección de inversiones más activas.

2. <u>PROFIT TESTING</u>

El *Profit Testing*, cuya traducción podría ser *modelo de análisis de rentabilidad.* El Profit Testing es una herramienta que permite determinar, durante la fase de diseño, la rentabilidad de las operaciones de seguros. Desde un punto de vista actuarial un modelo Profit Testing debe ser válido para cualquier modalidad de seguro.

También tiene una importancia extrema el modelo de Profit Testing en lo que se denomina *análisis de sensibilidad*, que es la respuesta del producto finalmente desarrollado y entregado, ante cambios más o menos imprevistos en los escenarios inicialmente escogidos como hipótesis (por ejemplo: un aumento de los gastos modifica sensiblemente o ligeramente el resultado).

2.1 Objetivos del Profit Testing

Se pueden reducir a dos los objetivos que persigue un modelo de Profit Testing:

- *<u>El análisis de la rentabilidad del producto y sus diferentes sensibilidades ante un cambio de hipótesis.</u>*

El Profit Testing es el método base para obtener y visualizar los beneficios de la cuenta de resultados. Una Compañía de Seguros antes de poner a la venta un nuevo producto quiere conocer cuál será el rendimiento que obtendrá del mismo, cuándo comenzarán a recuperar la inversión que representa e incluso que podría pasar si las cosas van peor o mucho peor de lo que se espera. El diseño de los nuevos seguros ha evolucionado rápidamente desde los tradicionales métodos de cálculo *estáticos* (ecuación de equilibrio de aportaciones y prestaciones, beneficio implícito en las tablas de mortalidad y en los recargos para gastos, cálculos de reservas con las mismas bases técnicas que se usaron para el cálculo de la prima, etc.) a métodos *dinámicos*, en los que el objetivo que condiciona todo el diseño es el beneficio que la empresa desea obtener como contraprestación a los recursos involucrados en el negocio, y dónde se asumen que las condiciones o hipótesis que le sirvieron de base varían con el paso del tiempo.

A partir de los beneficios de la Cuenta de Resultados, se aplican criterios de evaluación como es el criterio *VAN (Valor Actual Neto)* para juzgar los beneficios de la cuenta de resultados. Como ya se ha dicho, una vez que los beneficios de la Cuenta de Resultados son correctamente evaluados, examinaremos la sensibilidad de estos con la variación de los diferentes parámetros.

- *<u>La tarificación en la elaboración de los nuevos productos.</u>*

Se trata de calcular la *prima mínima* sin la cual el asegurador no puede pretender que la producción de un nuevo producto sea rentable. Para efectuar este cálculo, se fija: el margen de beneficio deseado; y los parámetros del seguro (tablas de mortalidad, gastos, …).

La prima mínima puede resultar elevada ya que los parámetros de seguros contienen los márgenes de solvencia. Además, el margen de beneficio exigido es el mayor posible. Sin embargo, la competencia exige vender contratos a mejores precios. Teniendo en cuenta este factor, la prima mínima va a bajar de forma que optimice el beneficio y mantenga el atractivo de una prima aceptable para el mercado en el cual hay que competir.

2.2 Estructura de un modelo de Profit Testing

Todo modelo de Profit Testing responde a un mismo esquema compuesto de tres fases: la primera fase es de *observación y de fijación de hipótesis*; la segunda fase es la idea de base del método, consiste en la *proyección de la cuenta de resultados*; y, por último, la tercera fase responde a la aplicación de *criterios de evaluación de la rentabilidad* para juzgar los beneficios de la cuenta de resultados.

2.2.1 Fase 1ª.: Observación y Fijación de Hipótesis

En la primera fase de observación y fijación de hipótesis, el actuario debe observar todas las influencias externas (teniendo en cuenta las consecuencias ligadas a la demografía o al entorno económico) e internas que pueda ocurrir en un producto de seguros. También debe tener en cuenta la solvencia de la Compañía y debe disponer de información histórica de los resultados de la entidad en un período de tiempo amplio, por ejemplo, 10 años. Partiendo de que los parámetros de los cálculos pueden ser controlables (comisiones a los agentes, por ejemplo) o no, como la inflación, por ejemplo, conservadores o agresivos, el actuario fija los parámetros de la tarifa (bases técnicas) tal como la prima, la frecuencia de la prima, la edad, el sexo, la duración, los gastos de adquisición, de cobro y de gestión sobre las pólizas, el capital asegurado para las pólizas standard.

Por tanto, en primer lugar hay que definir las bases de cálculo o *inputs* que junto con la descripción del contrato llevará a la obtención de la prima, y a partir de aquí a la obtención de las reservas, el rescate y por supuesto al cálculo de las prestaciones. Para ello es necesario resolver las ecuaciones actuariales que se plantean y que principalmente se refieren al cálculo de los distintos valores actuales actuariales.

La elección de un periodo de referencia para la determinación de los resultados es necesario. El periodo escogido es, en general, el año. A veces, se prefiere el mes para poder visualizar, con detalle, lo que supone la pérdida *(inversión –* I_0*)* en el punto de venta.

Para conocer la verdadera rentabilidad de un producto, hace falta comparar las bases técnicas, con la realidad contable tomando por tanto: la mortalidad real, las salidas voluntarias (rescates), el rendimiento de las inversiones, las tasas de actualización de los beneficios futuros, los gastos reales de adquisición, las tasas de inflación, participaciones en beneficios a los asegurados, todas estas hipótesis deben ser lo más realistas posible para que el análisis sea coherente.

Dado que se trata de fijar las tasas de un nuevo producto, se puede hacer variar también los distintos parámetros de la tarifa como los datos contables, realizando un análisis de sensibilidad de variación de la tarifa en función de las variaciones introducidas en los parámetros procedentes de la contabilidad.

2.2.2 Fase 2ª.: Proyección de la Cuenta de Resultados

La segunda fase es la idea base del método de Profit Testing, consiste en la proyección de flujos contables, esto es de los resultados futuros esperados.

Hasta aquí todo coincidía con cualquier proceso normal de diseño y desarrollo de un seguro de vida. Sin embargo, es al considerar las bases técnicas fundamentadas en la propia experiencia de la Compañía, donde se inicia el verdadero proceso de valoración, por adelantado, del resultado del contrato. El modelo vuelve a pasar por el tamiz de las probabilidades todo el proceso de entradas y salidas, (o de ingresos y gastos) que a la Compañía se le producen desde el momento mismo que se pone en marcha el contrato. Estas probabilidades son las de la propia operación de seguro, es decir la mortalidad, supervivencia, invalidez, etc. así como las probabilidades de anulación o rescisión que son las otras causas por las cuales el contrato puede no finalizar en el plazo previsto.

Las bases reales de las probabilidades, costes, gastos y comisiones ayudan, pues, a determinar unos valores ciertos (o mejor llamados *valores esperados*) de los distintos conceptos (primas, provisiones técnicas, rendimientos de provisiones, etc.) tanto desde el punto de vista de las entradas como de las salidas.

La determinación de los flujos futuros presenta una serie de peculiaridades en el caso de los seguros de vida, que son sobre los que se centrara este trabajo. Al respecto, debe considerarse que se debe evaluar el *flujo de caja disponible (CFD)*. En este sentido, a pesar de que la Compañía experimente entradas de fondos, éstos no siempre son de libre disposición. Así por ejemplo, aunque una Compañía cobre una prima única y se produzca un flujo de entrada, será necesario constituir provisiones legales y realizar aportaciones al margen de solvencia. También ocurrirá lo mismo si se cobran primas niveladas. De esta forma, la determinación del *cash flow* deberá tener en cuenta los ingresos financieros y por primas del ejercicio, de los que se deducirán los pagos por siniestros, rescates y vencimientos. Además, se le aplicarán los *gastos de gestión interna* y *externa* necesarios, así como el pago de impuestos. Por otra parte, habrá que deducir las provisiones que es necesario constituir y, una vez determinado el beneficio neto, será necesario detraer las cuantías destinadas al margen de solvencia. Además, si en el análisis se pretende considerar la amortización, habrá que considerar el ahorro impositivo al tratarse de un gasto deducible. En el siguiente cuadro se representa la estructura que presentan los flujos de caja:

El Flujo de Caja Disponible del Asegurador (FCD)

PAGOS	INGRESOS
(-) Prestación en caso de Fallecimiento (Mortalidad)	**(+) Cobro de Primas**
(-) Prestación en caso de Vida (Supervivencia)	**(+) Rendimientos Financieros de las Inversiones vinculadas**
(-) Prestación en caso de Salida Voluntaria (Rescates)	
(-) Gastos de Gestión Interna (Emisión, Mantenimiento)	
(-) Gastos de Gestión Externa (Promoción, Comisiones)	
(-) Participación en Beneficios	
(-) Amortización	
(+/-) BENEFICIOS O PÉRDIDAS ANTES DE IMPUESTOS (BAT)	
(+/-) Variación de Provisiones	
(-) Impuestos	
(+/-) BENEFICIOS DESPUÉS DE IMPUESTOS (BDT)	
(+/-) Margen de Solvencia	
(+) Amortización	
FLUJO DE CAJA DISPONIBLE (FCD)	

Los principales elementos integrantes son:

- *Cobro de primas:* La contraprestación o cantidad que la Compañía percibe a cambio de asumir el riesgo. Suele calcularse a partir de procedimientos actuariales, utilizando bases técnicas y sin tener en cuenta el rescate. Para ello es necesario conocer el tipo de interés técnico o rentabilidad mínima garantizada y la tabla de mortalidad. La dinámica de cobros es una variable necesaria para efectuar el análisis de beneficios y para el diseño de la estrategia inversora, así como para saber si las primas calculadas son suficientes, y se puede determinar a partir de la evolución prevista del colectivo y de la cuantía de la prima.

- *Rendimientos financieros de las inversiones vinculadas:* en este apartado hay que tener en cuenta que los ingresos financieros son el resultado del fondo que la Compañía invierte a principio del ejercicio. Este fondo estará constituido tanto por las primas que cobre la Compañía como por las provisiones técnicas acumuladas hasta esa fecha y las aportaciones que se realicen al margen de solvencia. La tasa de rentabilidad es facilitada por el departamento de inversiones, generalmente en función de la experiencia, de la coyuntura del mercado y de la posible rentabilidad que se pueda garantizar con las estrategias de inmunización de carteras.

- *Prestaciones en caso de fallecimiento (mortalidad) y en caso de vida (supervivencia):* el comportamiento real del colectivo asegurado generalmente diferirá del utilizado en las bases técnicas. Para efectuar las proyecciones se suele utilizar una tabla de mortalidad basada en la experiencia propia. Otras alternativas para efectuar las proyecciones pasan por establecer la mortalidad esperada como un porcentaje de la tabla utilizada en la valoración o generar aleatoriamente el comportamiento de estas variables. En todo caso, dado que se trata de una variable aleatoria será necesario construir diferentes escenarios para su determinación.

- *Prestaciones en caso de salida voluntaria (rescates):* la utilización por el asegurado de la opción del rescate implica que las salidas del colectivo pueden estar motivadas por causas diferentes al fallecimiento o la supervivencia, con el consiguiente aumento de la aleatoriedad del *cash flow*. La estimación de la tasa de rescate se puede hacer en función del juicio de la propia empresa o a partir de estudios que analicen las variables de las que depende. En muchos casos esa tasa se calcula mediante el juicio de expertos o por intuición de los responsables de las Compañías. Esto es debido a dos razones: para muchos de los productos no se dispone de una base de datos que recoja su comportamiento; el entorno actual es diferente del pasado y las funciones de rescate pueden general tasas inconsistentes.

Para proyectar el comportamiento futuro del asegurado respecto a la opción de rescate, el enfoque financiero propone la realización de estudios específicos sobre la experiencia de la empresa con la finalidad de identificar los factores que afectan a las salidas voluntarias. Si fuese posible se podría utilizar información histórica para calcular las funciones de demanda de la propia Compañía o de otras Compañías. En este sentido, para aquellos productos en los que el comportamiento de esta variable sea crítico, se puede determinar una función que estime la tasa de rescate. Esa función deberá tener en cuenta tanto factores financieros (traslado de los recursos a inversiones más atractivas) como no financieros (necesidad de recuperar los recursos aportados). Además, el incentivo de rescate se puede ver entorpecido por la aplicación de comisiones o por las consecuencias impositivas que se deriven de la liquidación de la operación. En este sentido, la función de rescate debe tener en consideración la presencia de cargas o de comisiones por rescate anticipado, la participación en beneficios, la duración y el tipo de producto, puesto que los de inversión pura pueden estar sometidos a una mayor tasa de rescate que los productos de riesgo.

- *Gastos de Gestión Interna y Externa:* se trata de los costes de la actividad, existen unos gastos iniciales (comisiones y otros gastos de adquisición), como son los gastos de gestión externa y de apertura y, posteriormente, las Compañías aplican una tarifa de gastos de administración con carácter anual. La proyección de esos gastos deberá tener en cuenta la mejora en la productividad que experimentará la Compañía ya que determinará la evolución del gasto por asegurado. Otro factor importante es la tasa de *inflación prevista* debido a los efectos que tiene sobre los gastos de mantenimiento.

- *Las provisiones técnicas y el margen de solvencia:* las provisiones técnicas están constituidas por los fondos que la Compañía habrá de mantener para hacer frente a los pagos futuros. Esta provisión surge por diferentes causas, pero principalmente porque el asegurador cobra de forma anticipada las primas destinadas a cubrir pagos que se producen en otros ejercicios. La provisión se determina calculando previamente los pagos futuros que tendrá que hacer la Compañía. Las previsiones se pueden realizar teniendo en cuenta tanto los pagos por prestaciones como los costes de gestión calculándose, por lo tanto, a prima de inventario. La tasa de descuento utilizada para su cálculo será la rentabilidad que es preciso obtener en la inversión de los fondos para que se produzca un equilibrio entre prestaciones y aportaciones.

El método aplicado para el cálculo de la *provisión matemática* es el *método prospectivo*, teniendo en cuenta la edad del asegurado en la fecha del cálculo y el tipo de interés que hay que utilizar en la valoración financiera, se expresa como la diferencia entre las obligaciones futuras del seguro de vida sobre los derechos de cobro futuros, definiendo la reserva matemática como la diferencia entre el valor actual de las obligaciones pendientes del asegurador y el valor actual de las primas que restan por pagar del asegurado.

Esta provisión, a pesar de que no supone una salida de caja, disminuye el flujo de caja disponible. La provisión se obtiene descontando las prestaciones al tipo de interés que publica la Dirección General de Seguros y que se ajusta anualmente a las condiciones de mercado, aunque esta provisión puede estimarse con un tipo de interés diferente si se utilizan técnicas de protección de carteras.

También es necesario considerar las necesidades de capital vinculadas a la cartera. La normativa española establece unos requerimientos de capital fijo y no proporcional al riesgo asumido, representados principalmente por el *margen de solvencia* que supone una inversión de fondos propios equivalentes al 4% de las reservas de vida más un 0,3% de los capitales en riesgo.

El penúltimo paso sería, entonces, enfrentar estas dos corrientes de valores esperados para obtener la cadena de flujos de caja o *cash flow* de la operación.

2.2.3 Modelo esquemático de *Cash Flow* para Seguros de Vida

En este apartado se presenta un esquema sencillo de cómo funciona el modelo teórico de flujos de caja o *cash flow*[1].

En primer lugar, y dando nombre a las variables, por el lado de las entradas de capital para la Compañía están, tal como se definieron en el apartado anterior:

INGRESOS

(+) Cobro de Primas: π_t , prima pagada al principio del año *t.*

(+) Rendimientos Financieros de las Inversiones vinculadas: $RC_t = i_t \cdot (\pi_t - CT_t + R_{t-1})$, donde RC_t son los rendimientos del capital del periodo *t;* R_{t-1} *es* todo lo que represente obligaciones como provisiones, márgenes de solvencia, etc. al final del año *t-1;* por CT_t se denotan los costes totales según definición de las variables de salida. Se representa por i_t , el tipo de interés según bases reales en el momento *t*, el realmente esperado.

[1] El método del Profit Testing, es un método abierto, es decir que todos los *inputs* deben ser tratados de forma coherente. Por ejemplo, cuando un contrato es importante y necesita reaseguro, hace falta integrar este factor y sus cargos y abonos como inputs adicionales.

Los ingresos en un momento *t* para la Compañía serían: el cobro de las primas del periodo (π_t) más los rendimientos financieros de las inversiones del periodo anterior (RC_{t-1}), esto es, analíticamente:

$$I_t = \pi_t + R_{t-1} = \pi_t + \left[i_{t-1} \cdot \left(\pi_{t-1} - CT_{t-1} + R_{t-2}\right)\right]$$

Y por el lado de las salidas de la Compañía:

PAGOS

(-) Prestación en caso de Fallecimiento (Mortalidad)

(-) Prestación en caso de Salida Voluntaria (Rescates)

Representando ambas prestaciones como ${}_jL_t$, prestación causada por la causa de eliminación *j* en el periodo *t*, siendo *j* cualquiera de las causas de eliminación contempladas: fallecimiento o rescate. A su vez, se define ${}_jq_t$ como la probabilidad de que se dé para una entrada la causa de eliminación *j* en el periodo $[t, t+1]$.

(-) Prestación en caso de Vida (Supervivencia)

Por S_t se representará la prestación a abonar en caso de supervivencia; siendo p_t la probabilidad de supervivencia en el periodo $[t, t+1]$

(-) Gastos de Gestión Interna (Emisión, Mantenimiento)

(-) Gastos de Gestión Externa (Promoción, Comisiones)

Los gastos de gestión interna y externa se denotaran, para simplificar el modelo, como CT_t, costes totales del período *t.*

De esta forma, las salidas de la Compañía quedarían definidas por: los costes totales del periodo CT_t, y los valores esperados de las prestaciones en el periodo: $L_t = \sum_{j=1} {}_jL_t \cdot {}_jq_{t-1} + S_t \cdot p_{t-1}$, es decir, $C_t = CT_t + L_t$

En conjunto se define el *cash flow* del periodo *t* como:

$$CF_t = I_t - C_t = \pi_t + \left[i_{t-1} \cdot \left(\pi_{t-1} - CT_{t-1} + R_{t-2}\right)\right] - CT_t - \sum_{j=1} {}_jL_t \cdot {}_jq_{t-1} + S_t \cdot p_{t-1} = \pi_t + RC_t - CT_t - L_t$$

Por otro lado, la *variación en el crecimiento de las obligaciones de reservas*, solvencia, etc. se define como la diferencia: $\Delta R_t = (\cdot p_{t-1} \cdot R_t) - R_{t-1}$. Con todo lo anterior, se puede definir el *resultado* (B_t) como:

$$B_t = CF_t - \Delta R_t = \pi_t + RC_t - CT_t - L_t - \Delta R_t = \pi_t + RC_t - CT_t - L_t - \left[(\cdot p_{t-1} \cdot R_t) - R_{t-1}\right]$$

Tomando en cuenta la *probabilidad de supervivencia ($_tP_x$),* se define el valor del *cash flow esperado* en *t* visto desde el comienzo del seguro como: $\widetilde{CF}_t = {}_tP_x \cdot CF_t$, y haciendo lo mismo con el resultado: $\widetilde{B}_t = {}_tP_x \cdot B_t$

2.2.4 Fase 3ª.: Criterios de evaluación de rentabilidad

A partir de la obtención de los flujos esperados de caja, se analiza la rentabilidad para lo cual existen diferentes maneras de determinarla en función del interés que se tenga siendo, por tanto, los criterios de evaluación de beneficios de la Cuenta de Resultados no siempre fiables. En este apartado se estudian dos herramientas de evaluación: el *margen de beneficio* y, más generalmente aceptado, el *Embedded Value (Valor Intrínseco).*

- *Margen de Beneficio*

El concepto de margen de beneficios ($\widetilde{MB}_t$) se define como la relación entre el valor neto actual de los beneficios futuros esperados ($\widetilde{B}_t$), entendidos como flujos de caja disponibles, y el valor actual neto de las primas (π_t). Dicho de otra forma y expresado en porcentaje diría cuánto gana la Compañía por cada 100 u.m. de prima que ingresa.

La definición analítica del margen de beneficio vendría dada como: $$\widetilde{MB} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \widetilde{B}_t \cdot v^t}{\sum_{t=1}^{n} \pi_t \cdot {}_{t-1}P_x \cdot v^{t-1}}$$

- *Embedded Value (EV) o Valor Intrínseco (VI)*

La aplicación de las herramientas clásicas de valoración de inversiones al seguro ha desembocado en el denominado valor intrínseco o *embedded value*, que realmente no es otra cosa que el *Valor Actual Neto (VAN)* tomando como *inputs* los beneficios futuros esperados ($\widetilde{B}_t$) y una determinada tasa de descuento (k_t). Este criterio es un buen indicador de la creación de valor. Cuando un producto es rentable presenta un valor intrínseco positivo, indicando que ese producto genera una rentabilidad que excede la de la tasa de descuento y, además, el valor creado se cuantifica en una cantidad igual al propio valor intrínseco. En este sentido, si se quiere orientar la actividad aseguradora hacia la creación de valor, se habrá de apostar por productos con valor intrínseco positivos y cuanto mayores mejor.

El cálculo del valor intrínseco (*VI*) analíticamente se determina como: $VI = \sum_{t=0}^{n} \frac{\widetilde{B}_t}{(1+k)^t}$, si se cumple que: $k_1 = k_2 = ... = k_n = k$

Como se ha visto, en ambos casos, *margen de beneficio* y *valor intrínseco*, la medida de la rentabilidad viene dada por la tasa de descuento empleada (k). Si la Compañía cotiza en bolsa es usual utilizar el *Capital*

Asset Pricing Model (CAPM), respondiendo su cálculo a la siguiente expresión: $k = r_f + \beta \cdot (r_m - r_f)$, donde r_f es el rendimiento libre de riesgo; r_m es el rendimiento de mercado; y β es el riesgo de mercado de la empresa, esto es, la relación entre la rentabilidad de la empresa y la del mercado, su formulación estadística para su estimación podría ser: $\beta_i = \dfrac{\sigma(r_{it}, r_{mt})}{\sigma^2_{mt}}$. Se puede estimar por M.C.O. este valor de $\hat{\beta}$ utilizando el *Modelo de Regresión Lineal Simple de Sharpe,* a partir de la siguiente ecuación: $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \cdot r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}$, donde el rendimiento de la empresa para un periodo *t*, ($r_{i,t}$) se entiende como el logaritmo del cociente de cotizaciones; $r_{i,t} = \ln \dfrac{P_{i,t}}{p_{i,t-1}}$, el rendimiento del mercado ($r_{m,t}$) para el mismo periodo t de observación como el logaritmo del cociente del valor del índice bursátil en el que cotiza el valor de la empresa (por ejemplo, el IBEX-35) en dos periodos de tiempo diferentes:: $r_{m,t} = \ln \dfrac{I_{i,t}}{I_{i,t-1}}$; α_i, es el término independiente que recoge la parte de la rentabilidad del activo de la empresa que no depende del mercado; y, por último, $\varepsilon_{i,t}$ perturbación aleatoria del modelo.

De no poder ser de alguna de las formas anteriores, se puede utilizar como tasa de descuento la de una entidad similar que cotice en bolsa o bien determinar esa tasa de forma subjetiva, considerando el nivel de riesgo asumido en la inversión y que estará en función de la exigencia de la propia Compañía y de sus accionistas en particular: a una mayor exigencia en los resultados mayor será la tasa de descuento que se tendrá que utilizar y mayor serán los esfuerzos en el diseño del producto para contentar a las tres partes fundamentales interesadas en el mismo: accionistas, clientes y fuerza de ventas.

2.3 Análisis de sensibilidad

Una vez que los beneficios de la cuenta de resultados son correctamente evaluados, dado que el análisis se realiza a partir de proyecciones esperadas y que en su configuración intervienen diferentes variables, suele ser habitual realizar un análisis de sensibilidad y de escenarios para evaluar los resultados ante diferentes situaciones de las variables. Las variables utilizadas con mayor frecuencia son la tasa de mortalidad o la de supervivencia, la tasa de rescate y la de rentabilidad, pero el análisis puede extenderse a cualquiera de las variables que intervienen en la formación del beneficio.

2.4 Análisis práctico de un modelo Profit Testing para Seguros de Vida

Con el fin de ilustrar el empleo de un modelo de Profit Testing así como su utilidad, se propone a continuación un caso práctico. Se analiza un seguro temporal de 10 años de prima anual para un colectivo de 10.000 hombres de 50 años y que garantiza un pago de un capital de 50.000 euros en caso de fallecimiento y de

100.000 euros en caso de invalidez. El resto de variables técnicas consideradas se recogen en el siguiente cuadro, en el que se considera el escenario de partida. Además, se incluyen una serie de variables financieras, ya que es preciso considerar la rentabilidad que se obtendrá sobre los fondos, la tasa de descuento o coste de capital, la tasa de inflación y el tipo impositivo.

VARIABLES TÉCNICAS PRODUCTO	
Tipo de Producto	Seguro Fallecimiento e Invalidez. Este producto de riesgo considera el abono de una indemnización al fallecimiento o la invalidación del asegurado si ocurre antes de que el asegurado cumpla los 60 años de edad.
Edad Colectivo Asegurado	50 años.
Núm. Asegurados Colectivo	10.000 asegurados
Duración Seguro	Temporal. 10 años
Periodicidad Pago Primas	Prima anual prepagable
Suma Asegurada Fallecimiento (L^m)	50.000 euros (pagadera a final del ejercicio de ocurrencia)
Suma Asegurada Invalidez (L^i)	100.000 euros (pagadera a final del ejercicio de ocurrencia)
Tablas de Mortalidad	GRM-95 para fallecimiento y EVKM-90 para Invalidez
Tipo Int. Técnico (Bases Técnicas)	2,89%
Margen de Solvencia	Inversión de fondos propios equivalentes al 4 % de las reservas de vida
Prima Inventario	20 % sobre Prima Pura

GASTOS DE GESTIÓN INTERNA PRODUCTO (GGI)	
Emisión	5 % sobre Prima de Inventario con actualización anual a la tasa de inflación, pagadera a final de ejercicio.
Mantenimiento	2 % sobre Prima de Inventario con actualización anual a la tasa de inflación, pagadera a final de ejercicio.
GASTOS DE GESTIÓN EXTERNA PRODUCTO (GGE)	
Adquisición	5 % sobre Prima de Inventario para primer ejercicio, pagadera a final de ejercicio.
Promoción	1 % sobre Prima de Inventario para ejercicios siguientes, pagadera a final de ejercicio.

VARIABLES FINANCIERAS AFECTAS	
TIR Inversiones	5,00 %
Coste de Capital (*k*)	8,00 %
Tasa Inflación Anual	2,50 %
Tipo Impositivo Imp. Soc.	35,00 %

Con estos inputs se procede al cálculo de la prima, provisiones y margen de solvencia y a la determinación del el modelo teórico de flujos de caja disponibles (*CFD*) o *cash flow*.

2.4.1 Cálculo de la prima

De forma general , el valor actuarial de la prima pura anual, temporal y constante de un seguro temporal cualquiera, suele denotarse como: $\pi_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}}$, donde, en términos generales, $A_{x:n}$, es el valor de un seguro cuya prestación consiste en el abono de un capital en el momento en el que ocurra el hecho causante y en un plazo máximo de *n* años. La prestación es conocida y el momento de pago es desconocido, pero dependerá de las probabilidades de ocurrencia dentro del intervalo de *n* años. A su vez, $\ddot{a}_{x:n}$, es el valor actual actuarial de una renta temporal, prepagable y unitaria. Se trata de una renta actuarial porque el pago de las primas del seguro se pacta mientras el asegurado permanezca con vida, esto es la prima es pagadera mientras viva el asegurado y como máximo *n* años.

En símbolos de conmutación, el valor de esta prima puede expresarse abreviadamente como:

$$\pi_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}} = \frac{\dfrac{M_x - M_{x+n}}{D_x}}{\dfrac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

En el caso de un seguro temporal en el que se abona una indemnización si ocurre el fallecimiento o invalidez del asegurado, como en el ejemplo práctico, las expresiones anteriores se ven ligeramente modificadas, al tener en cuenta ambos sucesos, en vez de un tanto independiente.

La salida de un asegurado del colectivo asegurado puede ocurrir en cualquier momento entre la edad *x* y *x+1.* Su tanto de salida independiente es conocido por las tablas de mortalidad o invalidez y su medida está relacionada a un período anual, mientras que la probabilidad de que ocurra el hecho causante dentro de un periodo es menor a medida que pasa el tiempo, pues existe otro tanto de ocurrencia que impide a los asegurados estar expuestos a un único riesgo durante todo un año.

En el ejemplo práctico que se analiza se trabaja bajo la hipótesis de que *tanto el fallecimiento como la invalidez tienen la misma prioridad de ocurrencia*, es decir, que se puede dar el fallecimiento o invalidez de un asegurado de forma uniforme a lo largo del periodo contemplado. El fallecimiento del asegurado no tiene por qué ser el primero en darse, ni tampoco la invalidez, sino que cada una de ellas tendrá la misma probabilidad de ocurrencia.

Suponiendo las dos hechos causantes de ocurrencia del colectivo asegurado: *mortalidad (m)* e *invalidez(i)*. Si se denota por $l_x^{(T)}$ al colectivo de edad *x* que está expuesto a ambas causas de ocurrencia *(T)*. Considerando en primer lugar la ocurrencia de invalidez, se puede determinar el número de asegurados que se invalidan, estando expuestos también al fallecimiento, $d_x^{i(m)}$, como: $d_x^{i(m)} = \frac{1}{2} \cdot l_x^{(T)} \cdot q_x^{i}$, donde la probabilidad de que de dos causas de salida la invalidez sea la primera en darse es 0,5. El tanto independiente de salida por invalidez se representa por q_x^{i}, y es el valor que aparece en las tablas de invalidez EVKM-90. El colectivo que queda expuesto a la causa de fallecimiento lo constituyen el resto de asegurados del colectivo, esto es: $l_x^{(T)} - d_x^{i(m)} = l_x^{(T)} - \frac{1}{2} \cdot l_x^{(T)} \cdot q_x^{i} = l_x^{(T)} \cdot \left(1 - -\frac{1}{2} \cdot q_x^{i}\right)$. A su vez, el número de asegurados del colectivo que fallecen serán los siguientes: $d_x^{m(i)} = l_x^{(T)} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot q_x^{i}\right) \cdot q_x^{m}$, donde el tanto independiente de fallecimiento se representa por q_x^{m}, que también es un valor que devuelve las tablas de mortalidad GRM-95.

Finalmente, las probabilidades dependientes asociadas a partir de los tantos independientes de las tablas son: $q_x^{(m)} = q_x^{\,m} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot q_x^{\,i}\right)$, *probabilidad de que un asegurado fallezca tras haber estado expuesto al riesgo de invalidez*. Igualmente, se obtiene la *probabilidad dependiente de invalidez del asegurado tras haber estado expuesto al riesgo de fallecimiento* como: $q_x^{(i)} = q_x^{\,i} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot q_x^{\,m}\right)$.

Como se puede comprobar, el resultado es un valor de las probabilidades dependientes ligeramente inferior al de los tantos independientes según tablas de fallecimiento e invalidez:

Comparativa Valores Independientes GRM-95 y Valores Dependientes Mortalidad con exposición al riesgo de Invalidez

	VALORES INDEP. MORTALIDAD GRM-95				VALORES DEPEND. MORTALIDAD / INV.			
X	l^m_x	d^m_x	p^m_x	q^m_x	$l^{m(i)}_x$	$d^{m(i)}_x$	$p^{(m)}_x$	$q^{(m)}_x$
50	94.067.036	396.737	0,995782	0,004218	94.068.504	396.351	0,995787	0,004213
51	93.670.299	428.804	0,995422	0,004578	93.672.154	428.302	0,995428	0,004572
52	93.241.495	462.254	0,995042	0,004958	93.243.851	461.598	0,995050	0,004950
53	92.779.241	497.538	0,994637	0,005363	92.782.254	496.671	0,994647	0,005353
54	92.281.703	535.095	0,994202	0,005799	92.285.583	533.935	0,994214	0,005786
55	91.746.608	575.325	0,993729	0,006271	91.751.648	573.754	0,993747	0,006253
56	91.171.283	618.606	0,993215	0,006785	91.177.894	616.464	0,993239	0,006761
57	90.552.677	665.291	0,992653	0,007347	90.561.429	662.354	0,992686	0,007314
58	89.887.386	715.692	0,992038	0,007962	89.899.075	711.666	0,992084	0,007916
59	89.171.694	770.096	0,991364	0,008636	89.187.409	764.566	0,991427	0,008573
60	88.401.598	-	0,990626	0,009374	88.422.843	-	0,990714	0,009286

Comparativa Valores Inde. EVKM-90 y Valores Dependientes Invalidez con exposición al riesgo de Fallecimiento

	VALORES INDEP. INVALIDEZ EVKM-90				VALORES DEPEND. INVALIDEZ/MORT.			
x	l^i_x	d^i_x	p^i_x	q^i_x	$l^{i(m)}_x$	$d^{i(m)}_x$	$p^{(i)}_x$	$q^{(i)}_x$
50	987.938	1.956	0,998020	0,001980	987.953	1.952	0,998024	0,001976
51	985.982	2.346	0,997621	0,002379	986.001	2.341	0,997626	0,002374
52	983.636	2.843	0,997110	0,002890	983.661	2.836	0,997117	0,002883
53	980.793	3.482	0,996450	0,003550	980.825	3.473	0,996459	0,003541
54	977.311	4.320	0,995580	0,004420	977.352	4.308	0,995593	0,004407
55	972.991	5.419	0,994431	0,005569	973.044	5.402	0,994448	0,005552
56	967.572	6.841	0,992930	0,007070	967.642	6.818	0,992954	0,007046
57	960.731	8.666	0,990980	0,009020	960.824	8.635	0,991013	0,008987
58	952.065	10.958	0,988490	0,011510	952.189	10.916	0,988536	0,011464
59	941.107	13.844	0,985290	0,014710	941.273	13.787	0,985353	0,014647
60	927.263	-	0,981130	0,018870	927.486	-	0,981219	0,018781

En los anteriores cuadros comparativos se puede apreciar cómo para el intervalo de edad de 50 a 60 años y, en general, para cualquiera, siempre los valores de estas probabilidades dependientes son inferiores. La razón es que cualquiera de las causas, fallecimiento o invalidez, afecta a todo el colectivo, menos a los que ya ha ocurrido el hecho causante, por lo efectivamente, por una determinada causa, abandonan menos individuos el colectivo de asegurados.

Debido a lo anterior, la expresión de cálculo de la prima pura original se ve ligeramente modificada para tener en cuenta las causas de fallecimiento e invalidez, esto es, dar cabida a las probabilidades dependientes, con lo que resultaría, en símbolos de conmutación:

$$\pi^{(T)}{}_{x:n} = L^m \cdot \frac{A^{(m)}{}_{x:n}}{\ddot{a}^{(m)}{}_{x:n}} + L^i \cdot \frac{A^{(i)}{}_{x:n}}{\ddot{a}^{(i)}{}_{x:n}} = L^m \cdot \frac{\dfrac{M^{(m)}{}_x - M^{(m)}{}_{x+n}}{D^{(T)}{}_x}}{\dfrac{N^{(m)}{}_x - N^{(m)}{}_{x+n}}{D^{(T)}{}_x}} + L^i \cdot \frac{\dfrac{M^{(i)}{}_x - M^{(i)}{}_{x+n}}{D^{(T)}{}_x}}{\dfrac{N^{(i)}{}_x - N^{(i)}{}_{x+n}}{D^{(T)}{}_x}}$$

$$\pi^{(T)}{}_{x:n} = L^m \cdot \frac{M^{(m)}{}_x - M^{(m)}{}_{x+n}}{N^{(m)}{}_x - N^{(m)}{}_{x+n}} + L^i \cdot \frac{M^{(i)}{}_x - M^{(i)}{}_{x+n}}{N^{(i)}{}_x - N^{(i)}{}_{x+n}} = 50.000 \cdot \frac{0{,}050617}{8{,}631117} + 100.000 \cdot \frac{0{,}049978}{8{,}685682}$$

$$\pi^{(T)}{}_{x:n} = \pi^{(m)}{}_{x:n} + \pi^{(i)}{}_{x:n} = 293{,}23 + 575{,}41 = 868{,}63$$

Este es el valor (868,63 euros) de la prima pura individual, anual y constante del seguro analizado pagadera por los asegurados del colectivo de edad actual 50 años y hombres, mientras vivan y como máximo en 10 años, calculada con las tablas de mortalidad e invalidez dependientes al 2,89% que es el tipo de interés técnico utilizado en la equivalencia financiero-actuarial que determina la prima del producto.

En los inputs técnicos iniciales, se determinó que el valor de la prima de inventario será igual al 20% sobre la prima pura, por tanto, el valor de la prima de inventario será igual:

$$P_{inv} = \pi^{(T)}{}_{x:n} \cdot (1 + 0{,}20) = 868{,}63 \cdot (1{,}20) = 1.042{,}36 \text{ euros}$$

2.4.2 Cálculo de la provisión matemática y margen de solvencia

La provisión matemática calculada por el método prospectivo queda definida como el *exceso del valor actual actuarial de las prestaciones futuras sobre las primas futuras actualizadas*. Es el método que reglamentariamente exige la administración para su cálculo y que adicionalmente está influenciado por el riesgo de interés. Además, la base de cálculo que debe ser utilizada para la dotación de la provisión matemática es la prima de inventario devengada en el ejercicio.

La formulación de la provisión matemática (PM_{x+t}) para un ejercicio intermedio *t* del producto de riesgo que se analiza sería la siguiente:

$$PM_{x+t} = {}_tV\left(A^{(T)}{}_{x:n}\right) = \left(A^{(m)}{}_{x+t:n-t} + A^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right) - \left(P^{(m)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(m)}{}_{x+t:n-t} + P^{(i)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right)$$

donde, $PM_{x+t} = {}_tV\left(A^{(T)}{}_{x:n}\right)$, es el valor de la provisión matemática calculada en *x+t.* En otras palabras, se representa el valor de la póliza en su aniversario, inmediatamente después del pago de la prima del momento *t.* El primer término de la diferencia, $\left(A^{(m)}{}_{x+t:n-t} + A^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right)$, representa el *valor actual actuarial en x+t* de las prestaciones futuras a abonar a los asegurados, ya sea por fallecimiento ($A^{(m)}{}_{x+t:n-t}$) o por invalidez ($A^{(i)}{}_{x+t:n-t}$), se trata de los compromisos probables asumidos en *x+t,* el *pasivo actuarial.* A su vez, al realizar el contrato de seguro, los tomadores del seguro se comprometen a abonar las primas que correspondan siempre que no se dé alguna de las contingencias, el fallecimiento o la invalidez, que les excluya del abono. Como la póliza prevé el pago de *n* primas tal que *n > t,* el segundo término de la diferencia, $\left(P^{(m)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(m)}{}_{x+t:n-t} + P^{(i)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right)$, recoge el compromiso de los tomadores en *t* será pagar las *n-t* primas restantes si viven o no se invalidan, lo que constituye una renta actuarial sobre los asegurados en *x+ t.* Como *t* es un valor entero, las primas son pagaderas inmediatamente, y por lo tanto dicha renta es prepagable. Se trata de los ingresos probables en *x+ t* que ha de tener en cuenta la Entidad Aseguradora, el *activo actuarial.*

Como se ha dicho en el apartado anterior de cálculo de la prima, en las operaciones de seguro de vida, el tipo de interés técnico es el utilizado para la realización de la equivalencia actuarial entre prestaciones e ingresos por primas, siendo posteriormente empleado para fijar las provisiones matemáticas. Para el cálculo de la provisión matemática de este ejemplo práctico en cada periodo se ha considerado que este tipo de interés técnico es constante, es decir, se supone una estructura de tipos de interés plana, e igual al tipo empleado en la equivalencia financiero-actuarial para el cálculo de la prima del 2,89%.

Partiendo de las anteriores premisas, la provisión matemática o fondo idóneo que debe tener constituido la Entidad Aseguradora en cada momento para acometer sus compromisos son:

Valores actuales actuariales de las prestaciones futuras en cada periodo – Pasivo Actuarial

EJERCICIO	PASIVO ACT. FALL.	PASIVO ACT. INV.	TOTAL PASIVO ACT.
1	30.370.343,77	59.973.620,89	90.343.964,66
2	28.663.009,46	59.085.508,40	87.748.517,86
3	26.701.108,09	57.696.367,78	84.397.475,87
4	24.470.288,53	55.671.556,13	80.141.844,66
5	21.954.083,30	52.834.768,68	74.788.851,97
6	19.134.460,02	48.942.831,55	68.077.291,57
7	15.993.506,53	43.681.165,79	59.674.672,32
8	12.515.560,32	36.665.869,45	49.181.429,77
9	8.689.835,05	27.425.915,54	36.115.750,59
10	4.514.280,08	15.425.887,84	19.940.167,92

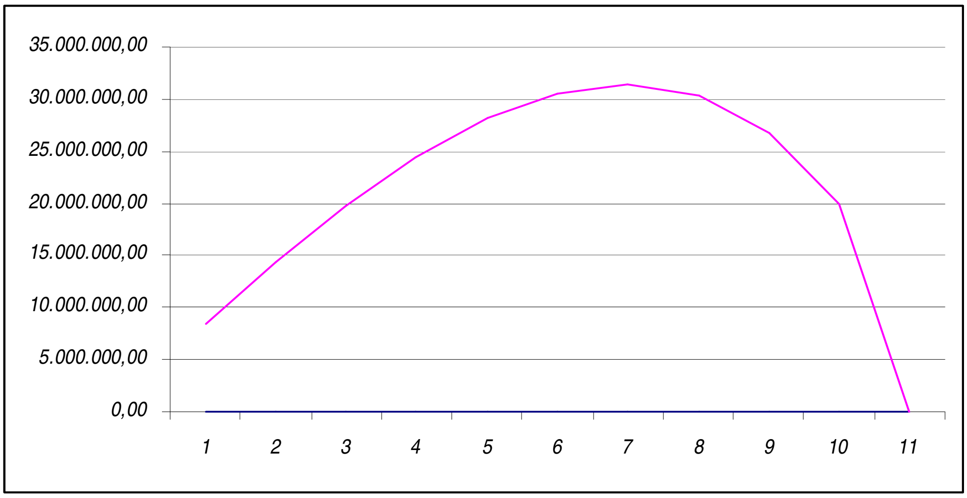
Valores actuales actuariales de las primas futuras en cada periodo – Activo Actuarial

EJERCICIO	ACTIVO ACT. FALL.	ACTIVO ACT. INV.	TOTAL ACTIVO ACT.
1	27.572.837,50	54.371.905,35	81.944.742,85
2	24.712.629,62	48.658.747,88	73.371.377,51
3	21.790.509,20	42.839.815,10	64.630.324,30
4	18.808.059,05	36.921.969,88	55.730.028,93
5	15.767.922,74	30.913.689,41	46.681.612,14
6	12.674.742,01	24.825.648,67	37.500.390,67
7	9.536.297,27	18.671.318,44	28.207.615,71
8	6.364.591,47	12.467.551,53	18.832.143,01
9	3.177.470,69	6.235.269,35	9.412.740,04
10	-	-	-

Valores de la Provisión Matemática en cada periodo – Método Prospectivo

EJERCICIO	TOTAL PASIVO ACT.	TOTAL ACTIVO ACT.	PROV. MATEMATICA
1	90.343.964,66	81.944.742,85	8.399.221,81
2	87.748.517,86	73.371.377,51	14.377.140,35
3	84.397.475,87	64.630.324,30	19.767.151,57
4	80.141.844,66	55.730.028,93	24.411.815,74
5	74.788.851,97	46.681.612,14	28.107.239,83
6	68.077.291,57	37.500.390,67	30.576.900,89
7	59.674.672,32	28.207.615,71	31.467.056,61
8	49.181.429,77	18.832.143,01	30.349.286,76
9	36.115.750,59	9.412.740,04	26.703.010,55
10	19.940.167,92	-	19.940.167,92

Evolución de la Provisión Matemática en cada periodo – Método Prospectivo



En el gráfico se observa que la provisión matemática sufre un incremento paulatino desde el primer periodo en el que se efectúa la equivalencia financiero-actuarial. En cualquier edad intermedia entre los 50 y los 60 años, la provisión matemática toma valores positivos al contemplar tanto el riesgo que pueda ocurrir alguna contingencia como las aportaciones que todavía pueden realizar los tomadores del seguro. Es precisamente el balance entre los compromisos periódicos de tanto los tomadores del seguro como los compromisos de la Entidad Aseguradora los que delimitan el valor positivo de la provisión matemática a cada edad intermedia, creciendo inicialmente para tender a cero al ir acercándose al momento de extinción del contrato, al ser en ese momento el valor de las prestaciones futuras nulo, al no existir riesgo futuro de ocurrencia de las contingencias y siendo el valor de la provisión también nulo.

También es preciso considerar las necesidades de capital vinculadas al producto. Éstas están representadas principalmente por el margen de solvencia que supone una inversión en fondos propios que asciende, tal y como se indicaba en los inputs iniciales, a la suma del 4% de las provisiones matemáticas de cada ejercicio. De esta forma, el margen de solvencia en cada periodo se recoge en el siguiente cuadro:

Evolución del Margen de Solvencia en cada periodo

EJERCICIO	PROV. MATEMATICA	FONDO SOLVENCIA
1	8.399.221,81	335.968,87
2	14.377.140,35	575.085,61
3	19.767.151,57	790.686,06
4	24.411.815,74	976.472,63
5	28.107.239,83	1.124.289,59
6	30.576.900,89	1.223.076,04
7	31.467.056,61	1.258.682,26
8	30.349.286,76	1.213.971,47
9	26.703.010,55	1.068.120,42
10	19.940.167,92	797.606,72

2.4.3 Proyección de los flujos de caja o *cash flow*

Se trata de la determinación de los flujos futuros realizando una proyección de la Cuenta de Resultados. Es importante destacar, que los valores que se obtienen de la Cuenta de Resultados en cada periodo son valores estimados del futuro y no valores reales del pasado, por lo que en la estimación de estos valores futuros, ha intervenido el cálculo actuarial anterior con parámetros contables. Es decir, con las bases técnicas, se ha llegado al principio de equivalencia financiero-actuarial para la determinación de la prima y la estimación de la evolución de la provisión matemática y margen de solvencia, con el resto de inputs iniciales, como las variables financieras, gastos, … (bases contables) se llega al resultado futuro de cada año.

El desarrollo de este modelo práctico de proyección de flujos de caja, se ha desarrollado según el modelo esquemático explicado en el apartado anterior número 1.2.3, *"Modelo esquemático de Cash Flow para Seguros de Vida".*

Detalle Entradas por Primas y Rdo. Financieros y Prestaciones en cada periodo

t	PRIMAS	RDO. FINANC.	TOTAL INGRESOS	INDEMNIZ. FALLEC.	INDEMNIZ. INV.	TOTAL INDEMNIZ.
0	10.423.586,99	-	10.423.586,99	-	-	-
1	10.359.074,05	957.938,88	11.317.012,93	-2.106.712,41	-1.975.706,15	-4.082.418,57
2	10.287.117,21	1.265.565,00	11.552.682,21	-2.272.027,50	-2.359.215,25	-4.631.242,75
3	10.206.532,38	1.542.247,74	11.748.780,12	-2.442.811,22	-2.845.385,22	-5.288.196,45
4	10.115.758,03	1.779.741,04	11.895.499,07	-2.620.805,74	-3.466.940,54	-6.087.746,29
5	10.012.646,48	1.967.364,37	11.980.010,85	-2.807.410,93	-4.277.315,05	-7.084.725,98
6	9.894.444,19	2.090.631,17	11.985.075,36	-3.003.402,72	-5.333.081,11	-8.336.483,83
7	9.757.827,62	2.131.009,15	11.888.836,77	-3.208.946,33	-6.688.590,93	-9.897.537,26
8	9.598.765,82	2.066.054,29	11.664.820,11	-3.423.362,15	-8.413.070,11	-11.836.432,27
9	9.412.740,04	1.868.494,84	11.281.234,88	-3.644.930,99	-10.556.756,36	-14.201.687,35
10	0,00	1.507.525,73	1.507.525,73	-3.870.618,98	-13.226.413,33	-17.097.032,31

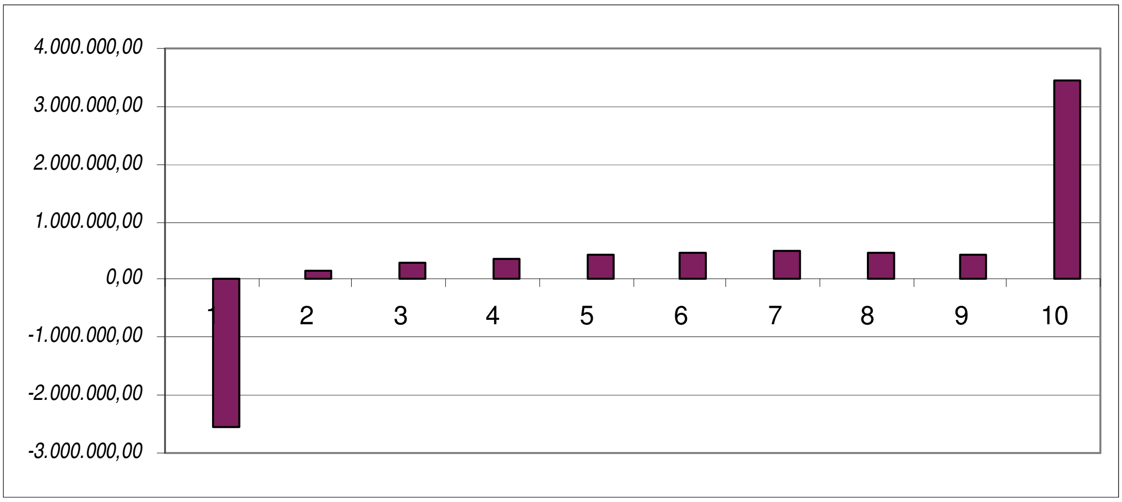
Resultado en cada ejercicio antes de Impuestos y Var. Prov. Técnicas y Margen de Solvencia

t	INGRESOS	PRESTACIONES	GGI	GGE	BAT
0	10.423.586,99	-	-	-	-
1	11.317.012,93	-4.082.418,57	-521.179,35	-521.179,35	6.192.235,67
2	11.552.682,21	-4.631.242,75	-212.361,02	-103.590,74	6.605.487,70
3	11.748.780,12	-5.288.196,45	-210.885,90	-102.871,17	6.146.826,60
4	11.895.499,07	-6.087.746,29	-209.233,91	-102.065,32	5.496.453,54
5	11.980.010,85	-7.084.725,98	-207.373,04	-101.157,58	4.586.754,25
6	11.985.075,36	-8.336.483,83	-205.259,25	-100.126,46	3.343.205,81
7	11.888.836,77	-9.897.537,26	-202.836,11	-98.944,44	1.689.518,96
8	11.664.820,11	-11.836.432,27	-200.035,47	-97.578,28	-469.225,89
9	11.281.234,88	-14.201.687,35	-196.774,70	-95.987,66	-3.213.214,83
10	1.507.525,73	-17.097.032,31	-192.961,17	-94.127,40	-15.876.595,15

Proyección del Flujo de Caja Disponibles Probables

t	BAT	(+/-) PROV. MAT.	IMPTOS.	BDT	(+/-) MARGEN SOLV.	CFD
0	-	-	-	-	-	-
1	6.192.235,67	-8.399.221,81	0,00	-2.206.986,14	-335.968,87	-2.542.955,02
2	6.605.487,70	-5.977.918,54	-219.649,21	407.919,95	-239.116,74	168.803,21
3	6.146.826,60	-5.390.011,22	-264.885,38	491.930,00	-215.600,45	276.329,55
4	5.496.453,54	-4.644.664,16	-298.126,28	553.663,10	-185.786,57	367.876,53
5	4.586.754,25	-3.695.424,09	-311.965,56	579.364,60	-147.816,96	431.547,64
6	3.343.205,81	-2.469.661,06	-305.740,66	567.804,09	-98.786,44	469.017,64
7	1.689.518,96	-890.155,72	-279.777,13	519.586,11	-35.606,23	483.979,88
8	-469.225,89	1.117.769,85	-226.990,38	421.553,57	44.710,79	466.264,36
9	-3.213.214,83	3.646.276,21	-151.571,48	281.489,90	145.851,05	427.340,95
10	-15.876.595,15	19.940.167,92	-1.422.250,47	2.641.322,30	797.606,72	3.438.929,02

Evolución de los Resultados del Producto Probables



La anterior representación permite visualizar la evolución de los resultados a simple golpe de vista, a esta representación se le llama *"perfil de resultados"*. Como se puede observar, la pérdida esperada en el momento inicial es importante considerada como el coste de la inversión en el producto ($CFD_1 = -I_0$). El resto de flujos (CFD_t) son los resultados que provienen de la Cuenta de Resultados proyectada al final de cada año, son flujos esperados durante el año, independientemente del momento en el que se produzcan dentro de éste. Se puede comprobar que el comportamiento de los flujos no es constante, destacando el flujo del último ejercicio en el que la desviación al alza es comprensible al haber realizado la aplicación de la provisión matemática y de los fondos constituidos como margen de solvencia puesto llegado el vencimiento del seguro, no existirá riesgo futuro de ocurrencia de las contingencias cubiertas (inexistencia de riesgo futuro).

2.4.4 *Evaluación de la rentabilidad del producto*

Una vez realizada la proyección del flujo de caja disponible, ésta podrá utilizarse para comprobar si el producto, con una determinada prima, contribuye suficientemente a generar valor para la empresa; en el caso contrario, se procederá a revisar su precio o sus características.

Tal como se vio en uno de los apartados anteriores, existen diferentes herramientas de medida de la rentabilidad del producto a partir de las proyecciones sobre los flujos de caja, como la *tasa interna de retorno,* el *margen de beneficio* o el *valor intrínseco (VI,* en inglés, *Embedded Value – EV).* En la aplicación de estas herramientas clásicas de valoración de inversiones, por lo menos en las dos últimas, la medida de la rentabilidad vendrá determinada en relación inversa por la tasa de descuento que se emplee, por el *coste de capital (k).*

Debido a la importancia de la determinación del coste de capital como una tasa de descuento apropiada, en este ejercicio práctico se obtendrá un valor aproximado a partir de la obtención de una tasa de descuento de una entidad similar que cotiza en Bolsa, en este caso *Corporación MAPFRE*, utilizando el modelo *CAPM (Capital Asset Pricing Model).* Su cálculo respondería a la siguiente expresión: $k = r_f + \beta \cdot (r_m - r_f)$, tal como se explicó en su momento, r_f, es el rendimiento libre de riesgo. Este rendimiento libre de riesgo, puede asimilarse como el rendimiento que puede ofrecer un emisor de la más alta calificación crediticia (activos con rating AAA), para el caso del mercado español únicamente los títulos del Tesoro Público, y que presente realmente para un inversor racional una alternativa de inversión en plazo al producto asegurador. Un activo que satisfaga las anteriores condiciones sería, por ejemplo, una Obligación del Tesoro a 10 años y, por tanto, el rendimiento de dicho activo podría suponerse el rendimiento libre de riesgo a incorporar al modelo. El tipo de interés marginal de una Obligación del Estado a 10 años a fecha 17 de marzo de 2005 era igual al 3,681%, (luego $r_f = 3{,}681\%$ en el modelo[2]).

r_m es el rendimiento de mercado, al estar determinando una tasa de descuento similar a la de una entidad que cotiza en el selectivo índice IBEX-35, el rendimiento de mercado puede asimilarse a la rentabilidad compuesta anualizada que, a pesar de conocer el problema que presenta la insuficiencia de datos por la reciente incorporación de este valor al IBEX-35, puede extraerse a partir del valor de cierre de este índice en los últimos tres meses:

Evolución cierre IBEX-35 y cálculo de su Tasa de Rentabilidad Simple Mensual[3]

t.	Fecha	Cierre IBEX-35	Tasa Rent. Simple (r_s)
1	31/03/2005	9.258,80	-1,4077%
2	28/02/2005	9.391,00	1,8116%
3	31/01/2005	9.223,90	1,0938%
4	30/12/2004	9.124,10	-

Tasa de Rent. Simple Media Mensual, Volatilidad Mensual y Coef. Variación Riesgo del IBEX-35[4]

T.R. Simple Media Mens. (r_s^m)	Volat. Rent. Mens. (s_s^m)	Coef. Var. Riesgo
0,4992%	0,0169	3,3853

---

[2] Se supondrá que el rendimiento del activo libre de riesgo es igual al tipo de interés de la Obligación del Estado a 10 años, lo que implica que el activo se ha comprado a la par y se mantendrá hasta vencimiento.

[3] La expresión de la *Tasa de Rentabilidad Simple Mensual* (r_s) se define como: $r_s = \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}} \cdot 100$

[4] La formulación de la *Tasa de Rentabilidad Simple Media Mensual* $(\bar{r}_s{}^m)$ es igual a: $\bar{r}_s{}^m = \frac{\sum_{t=1}^{3} r_s}{3}$. El cálculo de la *Volatilidad de la Rentabilidad Mensual* como: $\sigma_r{}^m = \left[\frac{\sum_{t=1}^{3}\left(r_s - \bar{r}_s{}^m\right)}{N-1}\right]^{\frac{1}{2}}$; por último, el *Coeficiente de Variación del Riesgo,* definido como: $\delta_r^m = \frac{\sigma_r{}^m}{\bar{r}_s^m}$, indica la cantidad de riesgo asumida por unidad de rentabilidad, aunque, en este caso, no indica nada al no tener otros coeficientes de variación de otros activos con los que comparar.

A partir de la *Tasa de Rentabilidad Simple Media Mensual* ($\bar{r}_s^m$) igual a 0,4992%, se puede determinar la *Tasa de Rentabilidad Continua Media Anual* ($\bar{r}_{cc}^A$) a partir de la siguiente formulación: $\bar{r}_{cc}^A = \ln(1+\bar{r}_s^m \cdot m) = \ln(1+0{,}4992\% \cdot 12) = 5{,}8181\%$; a su vez, la *Volatilidad Anual de la Rentabilidad* (σr_r^A) sería igual a: $\sigma r_r^A = \sigma r_r^m \cdot \sqrt{m} = 0{,}0169 \cdot \sqrt{12} = 0{,}0585$. La razón por la que se ha anualizado la tasa de rentabilidad del IBEX-35 y su volatilidad atiende al hecho de que se trata de índice de cotización diaria y, por tanto, se tienen rentabilidades diarias; la anualización permite comparar su rentabilidad con activos de rentabilidad anual, como es el caso de la Obligación del Estado anterior. Por tanto, para nuestro ejemplo práctico el valor del rendimiento del mercado cumple que: $r_m = \bar{r}_{cc}^A = 5{,}8181\%$.

El último componente del modelo CAPM es β que mide la relación entre la rentabilidad de la empresa y la del mercado (estadísticamente su valor puede definirse como: $\hat{\beta}_i = \dfrac{Cov(r_{it}, r_{mt})}{S^2{}_{mt}}$). Para la estimación de su valor, en este ejemplo práctico se utilizará el *Modelo de Regresión Lineal Simple de Sharpe.* De esta forma, definido por la ecuación: $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \cdot r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}$ donde α_i , es el término independiente que recoge la parte de la rentabilidad del activo de la empresa que no depende del mercado; β_i , el parámetro a estimar; $\varepsilon_{i,t}$ la perturbación aleatoria no explicada por el modelo; $r_{i,t}$, el rendimiento de la empresa en un período t ($r_{i,t} = \ln \dfrac{P_{i,t}}{p_{i,t-1}}$); y, por último, $r_{m,t}$, el rendimiento del mercado ($r_{m,t}$) para el mismo periodo t de observación explicado por el valor del índice bursátil IBEX-35 ($r_{m,t} = \ln \dfrac{I_{i,t}}{I_{i,t-1}}$).

Partiendo de los precios de cierre en los últimos tres meses del valor de *Corporación MAPFRE* y del IBEX-35 y calculando el valor de $r_{i,t}$ y $r_{m,t}$, tal como aparece en el párrafo anterior:

Evolución cierre valor Corp. MAPFRE e IBEX-35

T	Fecha	Cierre (Pt)	$r_{i,t}$	Cierre (It)	$r_{m,t}$
1	31/03/2005	11,88	**-0,0266**	9.258,80	**-0,0142**
2	28/02/2005	12,20	**0,0855**	9.391,00	**0,0180**
3	31/01/2005	11,20	**0,0327**	9.223,90	**0,0109**
4	30/12/2004	10,84	-	9.124,10	-

Estimando por M.C.O. el valor de $\hat{\alpha}_i$ y $\hat{\beta}_i$ a partir de la ecuación de regresión ajustada $\hat{r}_{i,t} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \cdot r_{m,t}$, tal que se cumpla que: $\min \sum_{\forall t} (r_{i,t} - \hat{r}_{i,t})^2 = \min \sum_{\forall t} e_i^2$, es decir, se trata de encontrar un valor para los parámetros $\hat{\alpha}_i$ y $\hat{\beta}_i$ que minimicen la diferencia entre el valor observado de la ecuación del Modelo de Sharpe y la recta de regresión ajustada, conocido el inconveniente de que la fiabilidad de esta estimación será muy limitada debido al escaso número de observaciones, el valor de estos parámetros estimados sería igual a:

Estimación por M.C.O. del valor de los parámetros del modelo

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Signif. Est. t
$\hat{\alpha}_i$	0,0149	0,013404838	1,114597557	0,46553303
$\hat{\beta}_i$	3,1927	0,916562274	3,483394753	0,17797241

Aceptada la estimación[5] para los parámetros aplicando el *Test de la t de Student* contrastando la nulidad de los parámetros, dado que la significatividad del estadístico t para cada parámetro es superior a un nivel de significación del 5% *($\alpha = 0,05$),* el modelo ajustado quedaría como: $\hat{r}_{i,t} = 0,0149 + 3,1927 \cdot r_{m,t}$, siendo el valor de $\hat{\beta}_i$, relación entre la rentabilidad de la empresa y la del mercado igual a: $\hat{\beta}_i = \dfrac{\sigma(r_{it}, r_{mt})}{\sigma^2{}_{mt}} = 3,1927$.

Una conclusión inmediata de este valor estimado de $\hat{\beta}_i$, dado que $\hat{\beta}_i > 1$, es que el comportamiento del valor *Corporación MAPFRE* es muy agresivo, variaciones del índice implican variaciones mayores proporcionalmente en el valor, lo que supone que es un valor mucho más volátil que el índice IBEX-35.

Obtenidos en los apartados anteriores los siguientes parámetros del modelo CAPM:

Parámetros obtenidos Modelo CAPM

r_f	r_m	β
3,6810%	5,8181%	3,1927

Sustituyendo para determinar una tasa de descuento apropiada a la que valorar la rentabilidad del producto, el resultado de su cálculo sería, como se ha denominado, un *coste de capital (k)* igual a:

$$k = \hat{r}_f + \hat{\beta} \cdot (\hat{r}_m - \hat{r}_f) = 3,6810 + 3,1927 \cdot (5,8181 - 3,6810) = 10,5041\%$$

A partir de la proyección de flujos del apartado anterior y aplicando el coste de capital obtenido a herramientas de evaluación de la rentabilidad del producto, se obtienen los siguientes resultados:

- <u>*Tasa Interna de Retorno (TIR),*</u> equivale a la tasa de interés producida por el producto a partir de sus pagos (valores negativos) e ingresos (valores positivos).

[5] Como medidas de bondad del ajuste de la regresión se ha obtenido el *coeficiente de determinación (R^2),* definido como cociente entre la varianza explicada por la regresión y la varianza total con variación entre 0 y 1. El coeficiente de determinación de esta regresión es igual a 0,9239; se trata de un valor muy próximo a 1, por lo que el porcentaje explicado por los parámetros estimados es muy alto. Sin embargo, debido a que el coeficiente de determinación es un estimador sesgado del coeficiente de determinación poblacional, también se ha obtenido el *coeficiente de determinación corregido ($\overline{R}^2$),* siendo su valor igual 0,8477.
Como ya se ha indicado, el modelo construido adolece de una falta de fiabilidad al disponer únicamente de 3 observaciones,; por tanto, cabe recordar que el valor estimado de los parámetros debe tomarse únicamente como ligeramente indicativos, puesto que no se ha comprobado que se trata de estimadores *ELIO (Estimadores Lineales, Insesgados y Óptimos),* para lo que el modelo debe cumplir con las hipótesis de *homocedasticidad, incorrelación* y *normalidad* de los residuos [es decir, los residuos siguen una distribución Normal, $e_i \sim N(0,\sigma^2)$ $\forall$ i, con lo que el vector de residuos debe poseer una esperanza matemática nula; las varianzas de los residuos se suponen iguales, condición de homocedasticidad; y las componentes residuales se encuentran incorreladas, es decir, la cov(ei,ej) es nula ($\forall$ i,,j)].

Resolviendo de su definición para el producto del ejemplo: $\sum_{t=1}^{10} \frac{\widetilde{CFD}_t}{(1+i_{TIR})^t} = 0 \quad \rightarrow \quad i_{TIR} = 15{,}27\%$,

puesto que se cumple que $i_{TIR} = 22{,}4788\% > k = 10{,}5041\%$, la rentabilidad que genera el producto es superior a la exigida, el coste de capital.

- *Valor Intrínseco (VI, o Embedded Value - EV)*, simplificado su cálculo[6] en este ejemplo práctico como el valor actual neto de los flujos proyectados (*CFD*) y como tasa el coste de capital. Su resultado es: $VI = \sum_{t=0}^{n} \frac{\widetilde{CFD}_t}{(1+k)^t} = 698.749{,}04€$

El valor intrínseco del producto en el escenario esperado es positivo y se eleva a 698.749,04 euros, que es la cuantía en la que añade valor a la Compañía, es decir, la comercialización de este producto devuelve un resultado que supera el coste de los recursos aportados por la Entidad.

- *Margen de Beneficio (MB)*, definido como la relación entre el valor actual neto de los flujos esperados y el valor actual de las primas, en este ejemplo práctico, devuelve el siguiente resultado: $MB = \frac{\sum_{t=1}^{n} \widetilde{CFD}_t \cdot (1+k)^t}{\sum_{t=1}^{n} \pi_t \cdot {}_{t-1}P_x \cdot (1+k)^{t-1}} \cdot 100 = 1{,}0417\%$, expresado de otra forma indica que la Compañía gana 1,04 euros por cada 100 euros de prima que ingresa.

Por tanto, considerando que las tres herramientas de evaluación de la rentabilidad del producto conducen a los mismos resultados (el margen de beneficio que también es positivo, así como la TIR y el valor intrínseco del producto, superior al coste de capital y positivo, respectivamente), si se cumplen las hipótesis establecidas en el análisis de partida, el producto ejemplificado es rentable, crea valor para la Compañía.

Comparación Criterios Rentabilidad Producto – Coste de Capital

Coste de Capital (*lk*)	Tasa Interna Retorno (TIR)	Valor Intrínseco (VI)	Margen Beneficio (MB)
10,50%	15,27%	698.749,04€	1,04%

[6] Realmente el método del *Valor Intrínseco* representa una estimación del valor del conjunto de negocios en curso de la Compañía, los beneficios que va a proporcionar la cartera a la Compañía, así como los recursos de ésta.

2.4.5 *Análisis de sensibilidad del producto*

Por último, una vez evaluados correctamente los resultados, dado que estos resultados se basan en hipótesis de partida, proyecciones esperadas, es preciso someterlo a un análisis de sensibilidad. En este apartado se examinará la sensibilidad de los resultados a través de los criterios de evaluación de la rentabilidad propuestos en el punto anterior, en relación con una variación de la misma magnitud sobre: en primer lugar, de los *gastos*, suponiendo una variación paralela tanto para todos conceptos de gastos de gestión interna (GGI) y de gestión externa (GGE); de la *rentabilidad de las inversiones*, medida a través de variaciones de su Tasa Interna de Retorno; del *tipo de interés técnico*, muy importante al ser el tipo de interés utilizado para la realización de la equivalencia actuarial entre prestaciones e ingresos para obtener la prima y siendo posteriormente empleado para fijar las provisiones matemáticas; el *coste de capital*, el coste de los recursos aportados por la Entidad y la tasa de descuento utilizada por las herramientas de evaluación de la rentabilidad; y, por último, la *mortalidad e invalidez del colectivo asegurado*, el comportamiento del colectivo diferirá del devuelto por las tablas de mortalidad (GRM-95) y de invalidez (EVKM-90) como un porcentaje de variación sobre los valores de estas tablas.

Sensibilidad sobre Gastos

Sensibilidad de la rentabilidad del producto ante variaciones de los Gastos de Gestión Internos y Externos

Δ G	GGI Emisión	GGI Mant.	GGE Contrat.	GGE Promoc.	TIR	ΔTIR%	Valor Intrínseco	ΔVI%	Margen Beneficio	ΔMG%
-25,00%	3,75%	1,50%	3,75%	0,75%	19,24%	26,02%	1.188.671,94	70,11%	1,77%	70,11%
-10,00%	4,50%	1,80%	4,50%	0,90%	16,78%	9,92%	894.718,20	28,05%	1,33%	28,05%
-5,00%	4,75%	1,90%	4,75%	0,95%	16,01%	4,88%	796.733,62	14,02%	1,19%	14,02%
-1,00%	4,95%	1,98%	4,95%	0,99%	15,41%	0,97%	718.345,96	2,80%	1,07%	2,80%
0,00%	**5,00%**	**2,00%**	**5,00%**	**1,00%**	**15,27%**	**0,00%**	**698.749,04**	**0,00%**	**1,04%**	**0,00%**
1,00%	5,05%	2,02%	5,05%	1,01%	15,12%	-0,96%	679.152,12	-2,80%	1,01%	-2,80%
5,00%	5,25%	2,10%	5,25%	1,05%	14,54%	-4,74%	600.764,46	-14,02%	0,90%	-14,02%
10,00%	5,50%	2,20%	5,50%	1,10%	13,84%	-9,36%	502.779,88	-28,05%	0,75%	-28,05%
25,00%	6,25%	2,50%	6,25%	1,25%	11,84%	-22,47%	208.826,14	-70,11%	0,31%	-70,11%

Sensibilidad sobre Rentabilidad de las Inversiones

Sensibilidad de la rentabilidad del producto ante variaciones de la rentabilidad de las inversiones

ΔTIR Inv.	TIR Inv.	TIR Prod.	ΔTIR%	Valor Intrínseco	ΔVI%	Margen Beneficio	ΔMG%
-25,00%	3,75%	4,05%	-73,46%	-988.419,80	-241,46%	-1,47%	-241,46%
-10,00%	4,50%	10,68%	-30,06%	25.822,38	-96,30%	0,04%	-96,30%
-5,00%	4,75%	12,95%	-15,18%	362.285,71	-48,15%	0,54%	-48,15%
-1,00%	4,95%	14,80%	-3,06%	631.456,37	-9,63%	0,94%	-9,63%
0,00%	**5,00%**	**15,27%**	**0,00%**	**698.749,04**	**0,00%**	**1,04%**	**0,00%**
1,00%	5,05%	15,74%	3,07%	766.041,71	9,63%	1,14%	9,63%
5,00%	5,25%	17,63%	15,49%	1.035.212,37	48,15%	1,54%	48,15%
10,00%	5,50%	20,05%	31,33%	1.371.675,70	96,30%	2,04%	96,30%
25,00%	6,25%	27,66%	81,19%	2.381.065,70	240,76%	3,55%	240,76%

Sensibilidad sobre Tipo de Interés Técnico

Sensibilidad de la rentabilidad del producto ante variaciones del tipo de interés técnico

ΔTipo Int. Téc.	Tipo Int. Técnico	TIR	ΔTIR%	Valor Intrínseco	ΔVI%	Margen Beneficio	ΔMG%
-25,00%	2,17%	16,77%	9,83%	1.050.516,52	50,34%	1,54%	47,82%
-10,00%	2,60%	15,93%	4,36%	840.466,06	20,28%	1,24%	19,47%
-5,00%	2,75%	15,61%	2,25%	769.766,16	10,16%	1,14%	9,79%
-1,00%	2,86%	15,34%	0,46%	712.977,16	2,04%	1,06%	1,97%
0,00%	**2,89%**	**15,27%**	**0,00%**	**698.749,04**	**0,00%**	**1,04%**	**0,00%**
1,00%	2,92%	15,19%	-0,47%	684.508,79	-2,04%	1,02%	-1,97%
5,00%	3,03%	14,90%	-2,41%	627.428,79	-10,21%	0,94%	-9,90%
10,00%	3,18%	14,50%	-4,99%	555.819,22	-20,46%	0,83%	-19,92%
25,00%	3,61%	13,16%	-13,83%	339.388,06	-51,43%	0,51%	-50,60%

Sensibilidad sobre Coste de Capital

Sensibilidad de la rentabilidad del producto ante variaciones del coste de capital

Δ*k*	Coste Capital (*k*)	TIR*	ΔTIR%	Valor Intrínseco	ΔVI%	Margen Beneficio	ΔMG%
-25,00%	7,88%	15,27%	0,00%	1.238.246,38	77,21%	1,69%	62,12%
-10,00%	9,45%	15,27%	0,00%	898.728,22	28,62%	1,29%	24,22%
-5,00%	9,98%	15,27%	0,00%	796.286,53	13,96%	1,17%	12,01%
-1,00%	10,40%	15,27%	0,00%	717.876,57	2,74%	1,07%	2,39%
0,00%	**10,50%**	**15,27%**	**0,00%**	**698.749,04**	**0,00%**	**1,04%**	**0,00%**
1,00%	10,61%	15,27%	0,00%	679.807,51	-2,71%	1,02%	-2,38%
5,00%	11,03%	15,27%	0,00%	605.862,56	-13,29%	0,92%	-11,80%
10,00%	11,55%	15,27%	0,00%	517.388,25	-25,96%	0,80%	-23,41%
25,00%	13,13%	15,27%	0,00%	276.247,46	-60,47%	0,45%	-57,06%

*El valor de la TIR – Tasa Interna de Retorno del producto siempre es el mismo por la definición de la propia TIR que es independiente del valor que tome el coste de capital.

Sensibilidad sobre Mortalidad e Invalidez

Sensibilidad de la rentabilidad del producto ante variaciones de la mortalidad e invalidez de tablas (GRM-95 / EVKM-90)

Δ Mort./ Inv.	Nº. Fallecidos	Nº. Inválidos	TIR	ΔTIR%	Valor Intrínseco	ΔVI%	Margen Beneficio	ΔMG%
-25,00%	441	444	79,00%	417,46%	8.608.520,87	1131,99%	12,83%	1131,99%
-10,00%	529	532	36,73%	140,58%	3.862.657,77	452,80%	5,76%	452,80%
-5,00%	559	562	25,83%	69,23%	2.280.703,41	226,40%	3,40%	226,40%
-1,00%	582	586	17,39%	13,90%	1.015.139,91	45,28%	1,51%	45,28%
0,00%	**588**	**591**	**15,27%**	**0,00%**	**698.749,04**	**0,00%**	**1,04%**	**0,00%**
1,00%	594	597	13,13%	-14,02%	382.358,17	-45,28%	0,57%	-45,28%
5,00%	617	621	3,87%	-74,67%	-922.667,26	-232,05%	-1,38%	-232,05%
10,00%	647	651	<0	-	-2.723.122,83	-489,71%	-4,06%	-489,71%
25,00%	735	739	<0	-	-9.212.803,04	-1418,47%	-13,73%	-1418,47%

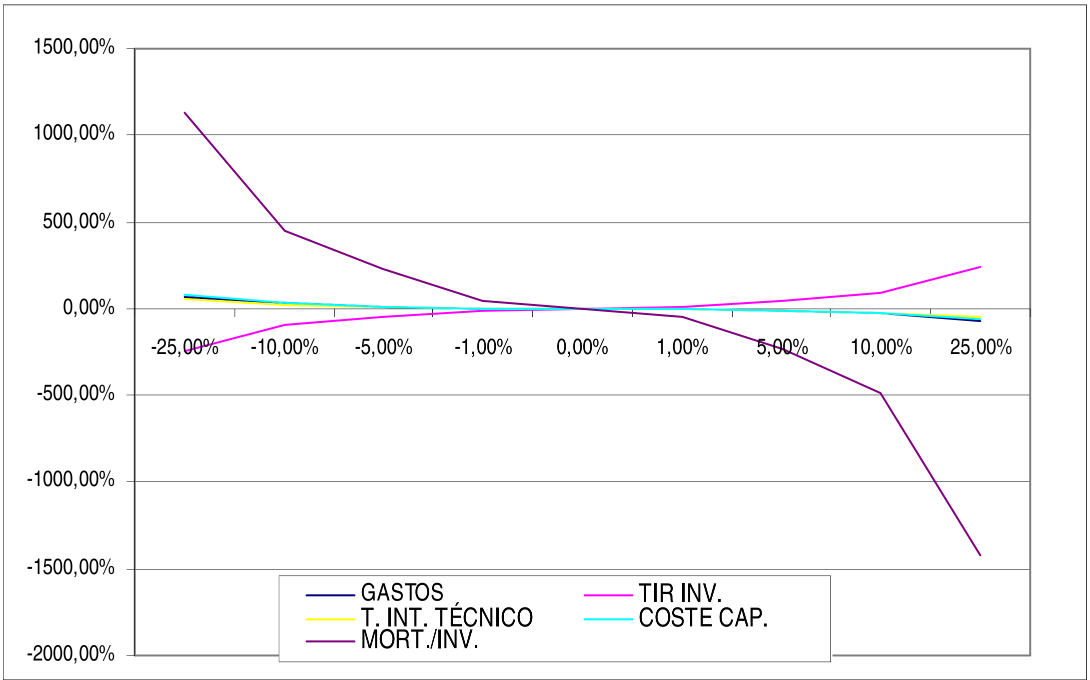
Del análisis de la sensibilidad del producto a diferentes escenarios suponiendo la variación de los diferentes parámetros anteriores, se puede comprobar a través de la variación en el Valor Intrínseco respecto a su valor bajo las hipótesis de partida, que el producto estudiado es muy sensible al comportamiento del colectivo asegurado en cuanto a variaciones en sus tasas de mortalidad e invalidez y, en segundo lugar, a las variaciones en la rentabilidad de las inversiones en las que proceda, por ejemplo, invertir las provisiones matemáticas.

Comparativa análisis de sensibilidad del valor intrínseco

	GASTOS	TIR INV.	T. INT. TÉCNICO	COSTE CAP.	MORT./INV.
Δ	**ΔVI%**	**ΔVI%**	**ΔVI%**	**ΔVI%**	**ΔVI%**
-25,00%	70,11%	-241,46%	50,34%	77,21%	1131,99%
-10,00%	28,05%	-96,30%	20,28%	28,62%	452,80%
-5,00%	14,02%	-48,15%	10,16%	13,96%	226,40%
-1,00%	2,80%	-9,63%	2,04%	2,74%	45,28%
0,00%	**0,00%**	**0,00%**	**0,00%**	**0,00%**	**0,00%**
1,00%	-2,80%	9,63%	-2,04%	-2,71%	-45,28%
5,00%	-14,02%	48,15%	-10,21%	-13,29%	-232,05%
10,00%	-28,05%	96,30%	-20,46%	-25,96%	-489,71%
25,00%	-70,11%	240,76%	-51,43%	-60,47%	-1418,47%

Gráficamente también se puede comprobar estas conclusiones sobre la sensibilidad del producto:

Análisis de sensibilidad del valor intrínseco



3. INMUNIZACIÓN POR DURACIONES

Una Entidad Aseguradora puede operar de forma más sólida y rentable si coordina adecuadamente su *Gestión de Activos y Pasivos*. La Gestión de Activos y Pasivos puede definirse como el proceso continuo de formular, poner en práctica, supervisar y revisar las estrategias relacionadas con los Activos y Pasivos, con el fin de alcanzar los objetivos financieros fijados para un conjunto dado de tolerancias o restricciones de riesgo.

Estas estrategias inversoras consisten en la creación de una cartera de inversiones (Activos) de forma que generen los suficientes flujos económicos para que se haga frente a un compromiso o varios compromisos de pago futuros (Pasivos), independientemente de las variaciones que experimente el tipo de interés de mercado.

En España, ante la caída reciente de los tipos de interés, y la falta de expectativas de alcanzar los niveles de hace unos años, el riesgo se ha disparado y la Administración ha obligado a las Compañías a utilizar estos métodos por los cuales se asuma un riesgo casi nulo. La Gestión de Activos y Pasivos ha sido desarrollada por la Orden Ministerial de 23 de diciembre de 1998. Dicha Orden autoriza dos métodos: el primero se refiere a la adecuación suficiente entre los flujos de ingresos y pagos, conocido como *"Criterio de armonización del flujo de caja", "Método de Cash Flow Matching" o congruencia absoluta;* el segundo método, conocido como *"Método de Inmunización por duraciones", "Positive Matching" o congruencia por duraciones,* estructura una cartera de tal forma que el valor actual de los Activos sea igual o superior al de los Pasivos y el período medio de los cobros sea igual al período medio de los pagos. Esto es equivalente a exigir que la duración de los Activos sea igual a la de los Pasivos. Además de estos requisitos, la dispersión de los vencimientos de los cobros alrededor del período medio debe ser mayor que la dispersión de los vencimientos de los pagos.

3.1 Tipo de interés técnico

La importancia del tipo de interés técnico es vital, no sólo porque es imprescindible para determinar el valor de los compromisos asumidos por las partes en el seguro de vida, especialmente el valor presente de las prestaciones futuras, sino que es fundamental la determinación de este tipo de interés pues concreta el nivel económico a tener respaldado financieramente por la cartera de activos financieros de la Entidad Aseguradora, siendo un exponente de su solvencia futura.

Pese a que se debe permitir la posibilidad de que el tipo de interés varíe en el tiempo debido a circunstancias económicas que concurran en el seguro y en su entorno más cercano, es normal considerar el tipo de interés constante atendiendo a que permite deducir expresiones actuariales básicas tanto en el valor actuarial de las prestaciones como en el valor actuarial de las primas, así como, facilita el empleo de los símbolos de conmutación más habituales.

De forma genérica y teórica, el tipo de interés técnico total está integrado por los siguientes conceptos: un *tipo de interés puro*, entendido como aquel que prevalece si no existe la inflación, y la inversión de los capitales es sin riesgo, tanto en lo referido al nominal de la inversión, como a los rendimientos esperados. las cantidades consideradas suelen estar en torno al intervalo del 1 al 3%; un *diferencial del riesgo de la inversión,* aquel diferencial de interés que está inherente en la cartera de inversiones actual o futura. Para cada tipo de inversión se puede asociar un tipo de riesgo diferente, variando los rendimientos en función de este riesgo; y, por último, un *componente de inflación.*

Así y todo, en las operaciones de seguros de vida suele ser habitual que se fije por la Administración un tipo de interés máximo a aplicar[7]. La fijación de este tipo de interés técnico máximo no obliga a la empresa a utilizar este tipo. Normalmente, se utiliza un tipo de interés técnico inferior, incluso inferior al tanto de rendimiento más bajo esperado en las inversiones de la cartera de inversiones[8]. El tipo de interés máximo determina precisamente el valor máximo con el que se puede determinar la provisión matemática del producto comercializado, no la obligación de calcularla bajo el valor legal prefijado. Por el contrario, el ROSSP[9] permite emplear un tipo de interés técnico superior al máximo fijado anualmente por las Resoluciones de la DGSFP para el cálculo de la provisión de seguros de vida siempre que estuviese previsto en las bases técnicas que existan inversiones asignadas a esas operaciones con un tanto de rendimiento interno superior al del tipo de interés técnico máximo.

3.2 Sensibilidad ante el riesgo de interés

Como ya se indicó en la primera parte de este trabajo, la provisión matemática para un seguro de vida a prima periódica calculada por el método prospectivo (como reglamentariamente se ha fijado), queda definida como el *exceso del valor actual actuarial de las prestaciones futuras sobre las primas futuras actualizadas*. Tomando valores positivos en un periodo intermedio de la vida del contrato al contemplar tanto el riesgo que puede ocurrir como las aportaciones que todavía puede realizar el tomador del seguro. Es en este periodo en el que se materializa el riesgo de interés, una variación del tipo de interés al calcular el balance entre los derechos y obligaciones de tanto el tomador del seguro como de la empresa aseguradora, produce como repercusión un diferente valor de la provisión matemática a tener constituida por la Compañía.

Tal y como se acaba de apuntar, en un momento intermedio de la vida del contrato de seguro (*t*), el valor financiero de la provisión matemática calculada por el método prospectivo (PM_t) bajo un tipo de interés anual en el momento *t*, ${}_h i_t$, se representaría, en función de sus componentes, como:

---

[7] El tipo de interés técnico máximo es fijado y publicado anualmente por las Resoluciones anuales de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (DGSFP) desde que entró en vigor el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados (RD. 2486/1998 de 20 de noviembre). El tipo de interés máximo aplicable para el cálculo de la provisión de seguros de vida durante el ejercicio 2005 es del 2,42%, según Resolución de 3 de enero de 2005 de la DGSFP.

[8] El hecho de fijar un tipo de interés técnico inferior al tanto de rendimiento más bajo esperado de las inversiones atiende, según Brownlee y Daskais (1991) a la necesidad de ser prudentes debido a la volatilidad de las cuantías esperadas tanto en el tiempo como en el pago y a que no se suele considerar cómo interaccionan los activos y pasivos propios del negocio asegurador y no se analizan cómo se pueden reducir cambios futuros en sus importes. Ambas razones pueden ser previstas y solucionadas utilizando técnicas inmunizadoras.

[9] Ver artículo 33.2 del ROSSP.

$$PM({}_h i_t)_t = \sum_{h=t+1}^{s} L_h \cdot (1+{}_h i_t)^{-h+t} - \sum_{h=t+1}^{s} I_h \cdot (1+{}_h i_t)^{-h+t}$$

Dado este valor financiero de la provisión en una fecha dada *t*, si existe una mínima variación en el tipo de rentabilidad de mercado (*e*), el valor de las obligaciones asumidas, la provisión matemática, cambiará a $PM(i+e)_t$. En este caso, se puede encontrar su nuevo valor mediante una aproximación de MacLaurin para tres términos, donde la función es $PM(i+e)_t$. En el límite a cero de ese valor incremental se tiene:

$$PM({}_h i_t + e)_t = PM({}_h i_t)_t + \frac{\partial PM({}_h i_t)_t}{\partial {}_h i_t} \cdot e + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 PM({}_h i_t)_t}{\partial^2 {}_h i_t} \cdot e^2$$

Para determinar el efecto que produce una variación del tipo de interés sobre la provisión matemática de la Entidad Aseguradora se debe estudiar el efecto que produce el cambio del tipo de interés en cada uno de los componentes que determinan el valor financiero de la provisión matemática:

$$\frac{\partial PM(i)}{\partial i} = \frac{\partial\left(\sum_{h=t+1}^{s} L_h \cdot (1+i)^{-h+t}\right)}{\partial i} - \frac{\partial\left(\sum_{h=t+1}^{s} I_h \cdot (1+i)^{-h+t}\right)}{\partial i}$$

Con lo cual se desarrolla separadamente la influencia que las variaciones del tipo de interés tienen sobre los compromisos de pago y sobre los ingresos probables, llegando a la expresión que permite determinar de forma aproximativa el nuevo valor de esta provisión cuando las variaciones son instantáneas y paralelas:

$$PM({}_h i_t + e)_t = L({}_h i_t)_t \cdot \left(1 + e \cdot DEM_{L_t} + \frac{e^2}{2} \cdot CXEM_{L_t}\right) - I({}_h i_t)_t \cdot \left(1 + e \cdot DEM_{I_t} + \frac{e^2}{2} \cdot CXEM_{I_t}\right)$$

donde DEM_{L_t} y $CXEM_{L_t}$, representa la *duración esperada modificada* y la *convexidad modificada de los pagos probables* asumidos del contrato de seguro, respectivamente; y al igual, DEM_{I_t} y $CXEM_{I_t}$, la *duración esperada modificada* y la *convexidad modificada de los ingresos probables* que deben hacer los tomadores del seguro, respectivamente; definidas, para ambos componentes, aunque a modo de ejemplo sólo se muestre uno de ellos, como:

$$DEM_{L_t} = \frac{\sum_{h=t+1}^{s} (h-t) \cdot L_h \cdot (1+{}_h i_t)^{-h+t-1}}{\sum_{h=t+1}^{s} L_h \cdot (1+{}_h i_t)^{-h+t}}$$, *duración esperada modificada de los compromisos probables*.

Dado que la frecuencia de ocurrencia y el volumen de pago a realizar es estocástico, esta expresión se ha determinado en base a la discretización del factor aleatorio, bajo la premisa de que el pago a realizar es conocido en el caso de que se dé la contingencia contemplada, como es habitual en el negocio de vida, y que el pago se realizará al final del ejercicio de ocurrencia de la contingencia. Al igual, bajo las mismas premisas, la formulación de la convexidad esperada de los compromisos probables quedaría:

$$CXEM_{L_t} = \frac{\sum_{h=t+1}^{s} (h-t-1)^2 \cdot L_h \cdot (1+{}_h i_t)^{-h+t-2}}{\sum_{h=t+1}^{s} L_h \cdot (1+{}_h i_t)^{-h+t}}$$, *convexidad esp. modificada de los compromisos probables.*

La razón por la que se incluye la convexidad en la expresión del nuevo valor de la provisión matemática ante variaciones del tipo de interés es la de conseguir una mayor exactitud al incluir la parte de la variación que no haya sido captada por la duración esperada. Esta mayor exactitud que proporciona la convexidad se debe a que ésta indica la dispersión de las variaciones del tipo de interés frente a la provisión matemática. Este efecto corrector de la convexidad sobre la provisión matemática calculada únicamente a través de la duración esperada, es positivo ante bajadas del tipo de interés. Si el interés desciende, el aumento del valor es mayor que el estimado únicamente con la duración esperada; y, al contrario, si el interés aumenta, el descenso final es mayor al estimado con la duración esperada.

3.2.1 Análisis práctico de la sensibilidad ante el riesgo de interés

Con el fin de ilustrar el empleo de la duración y convexidad esperada, así como su utilidad como medida de las variaciones del valor de la provisión matemática ante variaciones del tipo de interés instantáneas y paralelas, se plantea un análisis práctico partiendo de las características definidas para el seguro temporal de fallecimiento e invalidez propuesto en la primera parte de este trabajo.

De esta forma, en el apartado 1.4.2 dedicado al cálculo de la provisión matemática. Se definía por PM_{x+t}, el valor de la provisión matemática de este seguro por el método prospectivo en un momento *t,* momento intermedio de la vida de la póliza, como:

$$PM(i_t)_{x+t} = \left(A^{(m)}{}_{x+t:n-t} + A^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right) - \left(P^{(m)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(m)}{}_{x+t:n-t} + P^{(i)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right) =$$

$$PM(i_t)_{x+t} = L(i_t)_t^{(m)} + L(i_t)_t^{(i)} - I(i_t)_t^{(m)} + I(i_t)_t^{(i)}$$

donde el primer término de la diferencia, $\left(A^{(m)}{}_{x+t:n-t} + A^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right) = \left(L(i_t)_t^{(m)} + L(i_t)_t^{(i)}\right)$, representaba el *valor actual actuarial en x+t* de las prestaciones futuras a abonar a los asegurados por fallecimiento ($A^{(m)}{}_{x+t:n-t} = L(i_t)_t^{(m)}$) o por invalidez ($A^{(i)}{}_{x+t:n-t} = L(i_t)_t^{(i)}$) valoradas al tipo de interés i_t; y, en el segundo término, se recogía *el valor actual actuarial en x+t*, calculado a un tipo de interés i_t, del compromiso de los tomadores de pagar las primas restantes siempre que vivan o no se invaliden, $\left(P^{(m)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(m)}{}_{x+t:n-t} + P^{(i)}{}_{inv:n} \cdot \ddot{a}^{(i)}{}_{x+t:n-t}\right) = \left(I(i_t)_t^{(m)} + I(i_t)_t^{(i)}\right)$.

Tal como se ha definido, para calcular una aproximación del valor de la provisión ante variaciones paralelas e instantáneas del tipo de interés se puede emplear la aproximación de MacLaurin en el límite a cero para tres términos: $PM(i_t+e)_t = PM(i_t)_t + \frac{\partial PM(i_t)_t}{\partial i_t} \cdot e + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 PM(i_t)_t}{\partial^2 i_t} \cdot e^2$, estudiando por separado el efecto que produce el cambio del tipo de interés en cada uno de los componentes que determinan el valor financiero de la provisión matemática, los compromisos de pago y sobre los ingresos probables.

Para el caso del ejemplo práctico, este desglose no sólo se limita a los componentes que determinan el valor financiero de la provisión matemática, sino que debido a las características del producto, a sus contingencias cubiertas, a su vez debe separarse el efecto que producen las variaciones del tipo de interés por la contingencias a la que está asignado, por lo que el valor de la derivada del valor de la provisión matemática ante variaciones del tipo de interés quedaría definida a partir de la expresión:

$$\frac{\partial PM(i_t)_t}{\partial i_t} = \frac{\partial\left(\sum_{h=t+1}^{s} L_h^{(m)} \cdot (1+i)^{-h+t}\right)}{\partial i_t} + \frac{\partial\left(\sum_{h=t+1}^{s} L_h^{(i)} \cdot (1+i)^{-h+t}\right)}{\partial i_t} - \frac{\partial\left(\sum_{h=t+1}^{s} I_h^{(m)} \cdot (1+i)^{-h+t}\right)}{\partial i_t} - \frac{\partial\left(\sum_{h=t+1}^{s} I_h^{(i)} \cdot (1+i)^{-h+t}\right)}{\partial i_t}$$

Y a su vez, por ejemplo, la definición de la *duración esperada modificada de los compromisos* ($DEM_{L_t}^{(T)}$), podría definirse como: $DEM_{L_t}^{(T)} = \frac{DEM_{L_t}^{(m)} + DEM_{L_t}^{(i)}}{2}$, donde $DEM_{L_t}^{(m)}$, representa la *duración esperada modificada de los compromisos por fallecimiento*; siendo su expresión:

$$DEM_{L_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot DE_{L_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{\sum_{h=1}^{n} h \cdot L^{(m)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(m)} \cdot q_{x+t+h}^{(m)} \cdot v^h}{\sum_{h=1}^{n} L^{(m)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(m)} \cdot q_{x+t+h}^{(m)} \cdot v^h} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{L^{(m)} \cdot (IA)_{x+t:n}^{(m)}}{A_{x+t:n}^{(m)}}$$

y, al igual para la *duración esperada modificada de los compromisos por invalidez* ($DEM_{l_t}^{(i)}$):

$$DEM_{L_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot DE_{L_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{L^{(i)} \cdot (IA)_{x+t:n}^{(i)}}{A_{x+t:n}^{(i)}}$$

donde, en ambos casos, el numerador define el valor de una indemnización temporal variable en progresión aritmética de razón la unidad (*h*), una *indemnización temporal increasing [* $(IA)_{x+t:n}^{(m)}$ *]*.

Por el lado de los ingresos, la definición de la *duración esperada modificada de los ingresos probables* ($DEM_{I_t}^{(T)}$), será igual a: $DEM_{I_t}^{(T)} = \frac{DEM_{I_t}^{(m)} + DEM_{I_t}^{(i)}}{2}$, siendo $DEM_{I_t}^{(m)}$ la *duración esperada modificada de los ingresos probables asociados a la contingencia por fallecimiento,* con expresión:

$$DEM_{I_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot DE_{I_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{\sum_{h=0}^{n-1} h \cdot P_{inv}^{(m)} \cdot {}_h P_{x+t}^{(m)} \cdot v^h}{\sum_{h=0}^{n-1} P_{inv}^{(m)} \cdot {}_h P_{x+t}^{(m)} \cdot v^h} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{P_{inv}^{(m)} \cdot (I\ddot{A})_{x+t:n-1}^{(m)}}{\ddot{a}_{x+t:n-1}^{(m)}}$$

y para la *duración esperada modificada de los ingresos probables por invalidez* ($DEM_{I_t}^{(i)}$):

$$DEM_{I_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot DE_{I_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{P_{inv}^{(i)} \cdot (I\ddot{A})_{x+t:n-1}^{(i)}}{\ddot{a}_{x+t:n-1}^{(i)}},$$

siendo $(I\ddot{A})_{x+t:n-1}^{(i)}$, el valor de una *indemnización temporal prepagable increasing.*

El resultado del cálculo de las duraciones esperadas, para cualquier período de la vida del contrato y calculadas al interés técnico constante del 2,89% (ETTI plana y constante para cualquier periodo), es el que figura en la siguiente tabla:

Duraciones Esperadas y Duraciones Esperadas Modificadas por Contingencia y del producto

	DURACION ESPERADA FALLECIMIENTO				**DURACION ESPERADA INVALIDEZ**				**DURACION ESPERADA SEGURO FALL./ INV.**	
T	$DE_{L_t}^{(m)}$	$DEM_{L_t}^{(m)}$	$DE_{I_t}^{(m)}$	$DEM_{I_t}^{(m)}$	$DE_{L_t}^{(i)}$	$DEM_{L_t}^{(i)}$	$DE_{I_t}^{(i)}$	$DEM_{I_t}^{(i)}$	$DEM_{L_t}^{(T)}$	$DEM_{I_t}^{(T)}$
0	5,86	5,70	4,22	4,10	7,01	6,82	4,22	4,11	**6,26**	**4,10**
1	5,29	5,14	3,77	3,66	6,25	6,08	3,77	3,67	**5,61**	**3,67**
2	4,73	4,60	3,32	3,22	5,51	5,36	3,32	3,23	**4,98**	**3,23**
3	4,17	4,06	2,86	2,78	4,79	4,65	2,86	2,78	**4,35**	**2,78**
4	3,63	3,52	2,40	2,33	4,08	3,97	2,40	2,33	**3,75**	**2,33**
5	3,09	3,00	1,93	1,87	3,40	3,31	1,93	1,87	**3,15**	**1,87**
6	2,55	2,48	1,46	1,41	2,75	2,68	1,45	1,41	**2,58**	**1,41**
7	2,03	1,97	0,98	0,95	2,14	2,08	0,97	0,95	**2,02**	**0,95**
8	1,51	1,47	0,49	0,48	1,55	1,51	0,49	0,48	**1,49**	**0,48**
9	1,00	0,97	-	-	1,00	0,97	-	-	**0,97**	**-**

Como es lógico, la duración esperada de los ingresos probables es menor que la de los compromisos probables, ello es debido a que el cobro de primas de los tomadores se hace de forma anticipada al principio de cada periodo, se trata de una renta actuarial prepagable, mientras que el pago de las prestaciones se realizan al final de cada periodo.

Al igual que se definía la duración esperada, la *convexidad esperada modificada de los compromisos probables* ($CXEM_{L_t}^{(T)}$), podría definirse como: $CXEM_{L_t}^{(T)} = \frac{CXEM_{L_t}^{(m)} + CXEM_{L_t}^{(i)}}{2}$, es decir, como *la convexidad esperada modificada media de las convexidades esperadas modificadas de los compromisos probables por fallecimiento* ($CXEM_{L_t}^{(m)}$) *e invalidez* ($CXEM_{L_t}^{(i)}$). Desarrollando una de ellas, por ejemplo, la convexidad esperada modificada de los compromisos probables por fallecimiento, su expresión vendría dada como[10]:

$$CXEM_{l_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot CXE_{l_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{\sum_{h=1}^{n} h \cdot (h+1) \cdot L^{(m)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(m)} \cdot q_{x+t+h}^{(m)} \cdot v^{h-2}}{\sum_{h=1}^{n} L^{(m)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(m)} \cdot q_{x+t+h}^{(m)} \cdot v^{h}}$$

La *convexidad esperada modificada de los ingresos probables* que deben hacer los tomadores del seguro ($CXEM_{I_t}^{(T)}$), por analogía con la de compromisos probables, sería: $CXEM_{I_t}^{(T)} = \frac{CXEM_{I_t}^{(m)} + CXEM_{I_t}^{(i)}}{2}$, esto es, la *convexidad esperada modificada media de las convexidades esperadas modificadas de los ingresos* a los que se comprometen a hacer los tomadores del seguro siempre que no se dé la contingencia que les excluya del abono, el fallecimiento *(convexidad esperada modificada de los ingresos probables por fallecimiento,* $CXEM_{I_t}^{(m)}$*)* o la invalidación *(convexidad esperada modificada de los ingresos probables por fallecimiento,* $CXEM_{I_t}^{(i)}$*);* siendo sus expresiones, diferenciándose según a qué contingencia estén asociados los ingresos probables, por ejemplo al fallecimiento igual a[11]:

---

[10] La *convexidad esperada modificada para los pagos probables asumidos por invalidez* ($CXEM_{L_t}^{(i)}$), tendría una expresión igual a: $CXEM_{l_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot CXE_{l_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{\sum_{h=1}^{n} h \cdot (h+1) \cdot L^{(i)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(i)} \cdot q_{x+t+h}^{(i)} \cdot v^{h-2}}{\sum_{h=1}^{n} L^{(i)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(i)} \cdot q_{x+t+h}^{(i)} \cdot v^{h}}$

[11] La expresión de la *convexidad esperada de los ingresos probables por invalidez* ($CXEM_{I_t}^{(i)}$), sería:

$$CXEM_{I_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot CXE_{I_t}^{(i)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{\sum_{h=0}^{n-1} h \cdot (h+1) \cdot P_{inv}^{(i)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(i)} \cdot v^{h-2}}{\sum_{h=0}^{n-1} P_{inv}^{(i)} \cdot {}_hP_{x+t}^{(i)} \cdot v^{h}}$$

$$CXEM_{I_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot CXE_{I_t}^{(m)} = \frac{1}{(1+i_t)} \cdot \frac{\sum_{h=0}^{n-1} h \cdot (h+1) \cdot P_{inv}^{(m)} \cdot {}_h P_{x+t}^{(m)} \cdot v^{h-2}}{\sum_{h=0}^{n-1} P_{inv}^{(m)} \cdot {}_h P_{x+t}^{(m)} \cdot v^{h}}$$

Al igual que se obtuvo para las duraciones esperadas, el resultado del cálculo de las convexidades esperadas calculadas bajo el supuesto de estructura de tipos de interés (ETTI) plana y constante en todos los periodos al interés técnico constante del 2,89%, para cualquier periodo de la vida de la póliza, se representa en la siguiente tabla:

Convexidades Esperadas y Convexidades Esperadas Modificadas por Contingencia y del producto

	CONVEX. ESPERADA FALLECIMIENTO				**CONVEX. ESPERADA INVALIDEZ**				**CONVEX. ESP. SEGURO**	
t	$CXE_{L_t}^{(m)}$	$CXEM_{L_t}^{(m)}$	$CXE_{I_t}^{(m)}$	$CXEM_{I_t}^{(m)}$	$CXE_{L_t}^{(i)}$	$CXEM_{L_t}^{(i)}$	$CXE_{I_t}^{(i)}$	$CXEM_{I_t}^{(i)}$	$CXEM_{L_t}^{(T)}$	$CXEM_{I_t}^{(T)}$
0	43,43	41,03	35,15	33,21	57,21	54,04	35,14	33,19	**47,53**	**33,20**
1	35,33	33,38	29,16	27,55	45,69	43,16	29,12	27,50	**38,27**	**27,53**
2	28,15	26,59	23,69	22,37	35,64	33,66	23,62	22,32	**30,13**	**22,34**
3	21,84	20,63	18,74	17,70	26,99	25,49	18,67	17,64	**23,06**	**17,67**
4	16,39	15,48	14,34	13,54	19,69	18,60	14,27	13,48	**17,04**	**13,51**
5	11,76	11,11	10,49	9,91	13,70	12,94	10,43	9,85	**12,02**	**9,88**
6	7,93	7,49	7,22	6,82	8,88	8,39	7,13	6,74	**7,94**	**6,78**
7	4,88	4,61	4,53	4,28	5,29	5,00	4,50	4,25	**4,80**	**4,27**
8	2,58	2,44	2,45	2,32	2,69	2,54	2,44	2,30	**2,49**	**2,31**
9	1,02	0,96	0,99	0,94	1,01	0,96	0,99	0,93	**0,96**	**0,93**

Conocidas las duraciones y convexidades esperadas del producto del ejemplo práctico, tal como se explicó, la expresión que permite determinar de forma aproximativa el nuevo valor de la provisión matemática ante variaciones instantáneas y paralelas de los tipos de interés [$PM(i_t + e)_t$], estará definida, en este caso, como:

$$PM(i_t + e)_t = L(i_t)_t^{(m)} \cdot \left(1 + e \cdot DEM_{L_t}^{(m)} + \frac{e^2}{2} \cdot CXEM_{L_t}^{(m)}\right) + L(i_t)_t^{(i)} \cdot \left(1 + e \cdot DEM_{L_t}^{(i)} + \frac{e^2}{2} \cdot CXEM_{L_t}^{(i)}\right) -$$

$$- I(i_t)_t^{(m)} \cdot \left(1 + e \cdot DEM_{I_t}^{(m)} + \frac{e^2}{2} \cdot CXEM_{I_t}^{(m)}\right) - I(i_t)_t^{(i)} \cdot \left(1 + e \cdot DEM_{I_t}^{(i)} + \frac{e^2}{2} \cdot CXEM_{I_t}^{(i)}\right)$$

Así, por ejemplo, tomando las duraciones y convexidades esperadas modificadas y el valor actual de los compromisos económicos esperados y de los ingresos probables para ambas contingencias cubiertas, fallecimiento e invalidez, en el tercer año de vida del contrato y calculados al tipo de interés técnico del 2,89%:

Parámetros Esperados por Contingencia para el 3er. Periodo (calculados al 2,89%)

PARÁMETROS FALLECIMIENTO (t =3 ; i_0 = 2,89%)		**PARÁMETROS INVALIDEZ (t =3 ; i_0 = 2,89%)**	
$DEM_{L_t}^{(m)}$	4,06	$DEM_{L_t}^{(i)}$	4,65
$DEM_{I_t}^{(m)}$	2,78	$DEM_{I_t}^{(i)}$	2,78
$CXEM_{L_t}^{(m)}$	20,63	$CXEM_{L_t}^{(i)}$	25,49
$CXEM_{I_t}^{(m)}$	17,70	$CXEM_{I_t}^{(i)}$	17,64
$L(i_0)_3^{(m)}$	26.701.108,09	$L(i_0)_3^{(i)}$	57.696.367,78
$I(i_0)_3^{(m)}$	21.790.509,20	$I(i_0)_3^{(i)}$	42.839.815,10
$PM(i_0)_3^{(m)}$	4.910.598,89	$PM(i_0)_3^{(i)}$	14.856.552,68

$PM(i_0)_3$	**19.767.151,57**

Con los datos anteriores, ante variaciones instantáneas del tipo de interés, se puede estudiar las variaciones en el valor que experimentan los pagos esperados por prestaciones y los ingresos que probablemente se obtendrán, y por diferencia los nuevos valores de la provisión matemática. De estas variaciones se han obtenido los siguientes resultados:

Estudio sensibilidad del valor de la Provisión Matemática ante variaciones del tipo de interés

$\Delta i\% = e$	i	$L(i_0+e)_3^{(m)}$	$L(i_0+e)_3^{(i)}$	$I(i_0+e)_3^{(m)}$	$I(i_0+e)_3^{(i)}$	$PM(i_0+e)_3$	$\Delta PM(i_0+e)_3\%$
-0,50%	2,39%	27.235.721,36	59.020.007,98	22.088.539,95	43.425.693,22	20.741.496,18	4,9291%
-0,25%	2,64%	26.970.136,45	58.362.784,09	21.940.729,96	43.135.115,25	20.257.075,32	2,4785%
-0,10%	2,79%	26.809.132,64	57.964.037,39	21.850.886,80	42.958.501,82	19.963.781,42	0,9947%
-0,01%	2,88%	26.711.935,34	57.723.200,93	21.796.564,32	42.851.717,77	19.786.854,18	0,0997%
0,00%	**2,89%**	**26.701.108,09**	**57.696.367,78**	**21.790.509,20**	**42.839.815,10**	**19.767.151,57**	**0,0000%**
+0,01%	2,90%	26.690.275,33	57.669.519,93	21.784.450,23	42.827.904,87	19.747.440,16	-0,0997%
+0,10%	2,99%	26.592.532,58	57.427.227,38	21.729.745,88	42.720.372,82	19.569.641,26	-0,9992%
+0,25%	3,14%	26.428.636,29	57.020.759,06	21.637.877,68	42.539.792,74	19.271.724,93	-2,5063%
+0,50%	3,39%	26.152.721,04	56.335.957,92	21.482.835,39	42.235.048,19	18.770.795,38	-5,0405%

El resultado de todo el desarrollo anterior muestra el uso de la duración y la convexidad esperada como herramienta de aproximación del valor de la provisión matemática ante pequeñas variaciones de interés con el fin de cuantificar las posibles pérdidas que puede causar una variación adversa de los tipos de interés. Al respecto, no hay que olvidar que se trata de una aproximación al verdadero valor, con lo que movimientos más grandes de los tipos de interés producen desviaciones mayores con respecto al verdadero valor. Pese a ello, se ha introducido un movimiento más grande del tipo de interés, una variación de $\pm 0{,}50\%$, con la intención de ilustrar con una mayor dimensión el efecto que sobre la provisión matemática tiene, por ejemplo, una bajada de medio punto en el tipo de interés y que supone un incremento de aproximadamente un 5% en el valor de la provisión matemática.

3.3 Modelo de inmunización por duraciones

En este apartado se busca plantear un modelo de gestión integrado de activos y pasivos como proceso para seleccionar de forma óptima una cartera de activos financieros que compensen o cubran un conjunto de pasivos asumidos, sin olvidar su comportamiento aleatorio[12]. La inclusión de un modelo inmunizador en las Entidades Aseguradoras supone operar de forma más sólida y rentable al coordinar adecuadamente los activos y pasivos a través de una gestión integrada.

Este proceso continuo de formulación, supervisión y relación del pasivo con el activo actuarial viene marcado por una serie de restricciones prácticas a las que se debe añadir las restricciones legales desarrolladas por la Orden Ministerial de 23 de diciembre de 1998 cuyo fin es el de alcanzar un objetivo financiero prefijado. Con todo lo anterior se trata de proponer las características del modelo de inmunización por duraciones a aplicar desde un prima práctico.

Inicialmente en el momento de suscripción del contrato existe una equivalencia entre el valor actual de los compromisos a asumir por la Entidad Aseguradora (L_h , *pasivo actuarial*) y las primas a abonar por los tomadores del seguro (L_h , *activo actuarial*), valorados al tipo de interés técnico inicial (i_0).

$$\sum_{h=1}^{n} L_h \cdot \left(1+{}_h i_0\right)^{-h} = \sum_{h=0}^{n-1} I_h \cdot \left(1+{}_h i_0\right)^{-h}$$

En un momento intermedio *t*, el balance entre ambos conceptos valorados acorde al tipo de interés vigente en ese momento (${}_h i_t$) delimitará el valor de la provisión matemática, el cual debe estar al menos respaldado por las inversiones de las primas recaudadas [$A({}_h i_t)_t$].

$$PM({}_h i_t)_t = \sum_{h=t+1}^{s} L_h \cdot \left(1+{}_h i_t\right)^{-h+t} - \sum_{h=t+1}^{n} I_h \cdot \left(1+{}_h i_t\right)^{-h+t} \leq A({}_h i_t)_t$$

$PM({}_h i_t)_t = L({}_h i_t)_t - I({}_h i_t)_t \leq A({}_h i_t)_t$, de donde operando se obtiene: $L({}_h i_t)_t \leq A({}_h i_t)_t + I({}_h i_t)_t$

Esto es, en primer lugar, los compromisos asumidos por la Entidad Aseguradora deben estar al menos cubiertos por las inversiones ya realizadas y materializadas y el valor actual de los ingresos probables pendientes de recibir.

En segundo lugar, siguiendo a Redington, la estrategia inmunizadora consistirá en igualar el plazo medio de los pasivos, compromisos adquiridos o pasivo actuarial, al plazo medio de los activos a través del concepto de duración intentando buscar una distribución de la inversión que permanezca inmune ante el riesgo de interés. Si se emplea una estructura de tipos de interés no plana, entonces corresponde realizar la igualación

[12] En este trabajo no se aborda ni las categorías fijadas por la Orden Ministerial de 23 de diciembre de 1998 a las que deben pertenecer los activos financieros aptos en los que procede invertir las provisiones matemáticas, ni su imputación por calidad crediticia.

a través de duraciones modificadas. Esto es, igualdad de duraciones modificadas entre el activo financiero a través de las inversiones materializadas y el pasivo actuarial: $DM_{A_t} = DEM_{L_t}$

$$DM_{A_t} = \frac{1}{A({}_h i_t)_t} \cdot \left[DM_1 \cdot X_1 + DM_2 \cdot X_2 + \ldots + DM_w \cdot X_w\right] = \frac{\sum_{h=t+1}^{s} (h-t) \cdot L_h \cdot \left(1 + {}_h i_t\right)^{-h+t-1}}{\sum_{h=t+1}^{s} L_h \cdot \left(1 + {}_h i_t\right)^{-h+t}} = DEM_{L_t}$$

Siendo la duración del activo (DEM_{activo}), la duración media ponderada de los activos financieros y actuariales que la comprenden:

$$DEM_{activo} = \frac{I({}_h i_t)_t}{L({}_h i_t)_t} \cdot DEM_{I_t} + \frac{A({}_h i_t)_t}{L({}_h i_t)_t} \cdot DM_{A_t} = DEM_{L_t}$$

Dado que se cumple que: $DEM_{I_t} < DEM_{L_t}$, se puede apreciar que la cartera de inversiones debe estructurarse a una duración superior a la duración esperada de los compromisos múltiples asumidos, de forma que la duración media conjunta de tanto el activo financiero como actuarial sea igual a la duración esperada de estos compromisos.

Por lo que la duración a la que debe estructurarse las inversiones de la Entidad Aseguradora será:

$$DM_{A_t} = \frac{L({}_h i_t)_t}{A({}_h i_t)_t} \cdot DEM_{L_t} - \frac{I({}_h i_t)_t}{L({}_h i_t)_t} \cdot DEM_{I_t}$$

De nuevo, la razón por la que la duración a la que debe estructurar la cartera de inversiones la Compañía es siempre mayor a la duración de los pasivos estriba en la duración de los ingresos probables que se tendrán en esos años futuros y la hipótesis de duraciones totales iguales (de los activos financieros y actuariales con los pasivos u obligaciones), que al ser menor que esa duración esperada de los pasivos, al ponderarlos acorde a la anterior expresión resulta una duración de los activos financieros ligeramente mayor.

Por último, cuando el riesgo de interés es debido a variaciones altas en el tipo de interés, es necesaria la incorporación de otro parámetro que indique el comportamiento de la cartera de títulos ante esas variaciones. Ese parámetro indicativo de la sensibilidad puede venir medido por la convexidad. En este caso, la sensibilidad ante variaciones de los tipos de interés de los valores actuales de los activos y pasivos deberá ser equivalente.

Si la medida de la sensibilidad es la convexidad, la estrategia inversora inmunizadora supondrá la equivalencia entre la convexidad de los activos (CXM_{A_t}) y la de los pasivos ($CXEM_{L_t}$): $CXM_{A_t} = CXEM_{L_t}$

A su vez, si se tiene en cuenta la convexidad, el propio producto actuarial también nos determinará la convexidad que debe tener la estructura invertida en títulos, teniendo también en cuenta la convexidad esperada de tanto los compromisos asumidos como del activo actuarial o futuros ingresos probables por las primas a recaudar. Empleando el mismo desarrollo que el empleado para determinar la duración de la cartera de inversiones se obtiene que la convexidad a la que deberá estructurar la cartera de inversiones la Entidad Aseguradora deberá ser:

$$CXM_{A_t} = \frac{L({}_h i_t)_t}{A({}_h i_t)_t} \cdot CXEM_{L_t} - \frac{I({}_h i_t)_t}{L({}_h i_t)_t} \cdot CXEM_{I_t}$$

Otra vez, el legado intuitivo de Redington indica que la dispersión sobre el valor medio de las inversiones debe ser mayor que la dispersión sobre el valor medio de los compromisos de pago, es decir, la convexidad a la que se debe estructurar la cartera de inversiones es siempre mayor a la convexidad de los pasivos.

3.3.1 Análisis práctico del modelo de inmunización por duraciones

Con el fin de ilustrar las condiciones necesarias para aplicar una estrategia inmunizadora a productos actuariales, se procederá a realizar su aplicación práctica sobre el seguro temporal de fallecimiento e invalidez propuesto a lo largo de todo el trabajo.

Si se analiza la situación de este producto a prima periódica valorada al tipo de interés técnico inicial del 2,89%:

Valores de los compromisos asumidos, ingresos probables y Provisión Matemática en cada periodo

t	$L(i)_t^{(T)}$	$I(i)_t^{(T)}$	$PM(i)_t^{(T)}$
1	90.343.964,66	81.944.742,85	8.399.221,81
2	87.748.517,86	73.371.377,51	14.377.140,35
3	84.397.475,87	64.630.324,30	19.767.151,57
4	80.141.844,66	55.730.028,93	24.411.815,74
5	74.788.851,97	46.681.612,14	28.107.239,83
6	68.077.291,57	37.500.390,67	30.576.900,89
7	59.674.672,32	28.207.615,71	31.467.056,61
8	49.181.429,77	18.832.143,01	30.349.286,76
9	36.115.750,59	9.412.740,04	26.703.010,55
10	19.940.167,92	-	19.940.167,92

Se puede observar como se cumple que: $L(i)_t^{(T)} \geq PM(i)_t^{(T)}$, el compromiso asumido en cualquier periodo, $L(i)_t^{(T)}$, es mayor que la provisión matemática, $PM(i)_t^{(T)}$, que debe tener constituida la Entidad Aseguradora para acometer el compromiso sobre las contingencias cubiertas.

La primera condición que deberá reunir la cartera de inversiones en activos financieros asignados a este producto deberá cumplir que el valor de mercado de las inversiones asignadas debe ser en todo momento igual o superior al valor actual de los flujos de las obligaciones contractuales, determinado a tipos de interés de mercado correspondiente al plazo de cada flujo. Esto es: $L({}_h i_t)_t \le A({}_h i_t)_t + I({}_h i_t)_t$, operando sobre los términos: $L({}_h i_t)_t - I({}_h i_t)_t \le A({}_h i_t)_t$, y dado que, la provisión matemática es igual a: $PM({}_h i_t)_t = L({}_h i_t)_t - I({}_h i_t)_t$, se deberá cumplir que: $PM({}_h i_t)_t \le A({}_h i_t)_t$, es decir, el valor de mercado de las inversiones debe ser como mínimo igual a la provisión matemática valorada al tipo de mercado. Bajo este supuesto de que la provisión matemática se encuentra íntegramente constituida, respaldada financieramente en su misma cuantía por las inversiones. El valor de las inversiones a realizar en cada año por la Entidad Aseguradora sería de cómo mínimo la provisión matemática [$\min A({}_h i_t)_t = PM({}_h i_t)_t$], siendo en el ejemplo:

Evolución de las inversiones a realizar por la Entidad Aseguradora en cada periodo

t	$\min A(i)_t = PM(i)_t^{(T)}$
1	8.399.221,81
2	14.377.140,35
3	19.767.151,57
4	24.411.815,74
5	28.107.239,83
6	30.576.900,89
7	31.467.056,61
8	30.349.286,76
9	26.703.010,55
10	19.940.167,92

La hipótesis anterior permite estructurar estas inversiones de forma que la cartera financiera deberá tomar una duración igual a $DM_{A_t} = \dfrac{L(i)_t}{A(i)_t} \cdot DEM_{L_t} - \dfrac{I(i)_t}{L(i)_t} \cdot DEM_{I_t}$; y a su vez, la convexidad en cada año futuro deberá ser igual a: $CXM_{A_t} = \dfrac{L(i)_t}{A(i)_t} \cdot CXEM_{L_t} - \dfrac{I(i)_t}{L(i)_t} \cdot CXEM_{I_t}$. Los resultados de este ejemplo práctico se exponen en la siguiente tabla:

Duración y Convexidad Esperada Modificada del Activo Financiero

t	$L(i)_t^{(T)}$	DEM_{L_t}	$CXEM_{L_t}$	$I(i)_t^{(T)}$	DEM_{I_t}	$CXEM_{I_t}$	$A(i)_t$	DM_{A_t}	CXM_{A_t}
0	90.343.964,66	6,26	47,53	81.944.742,85	4,10	33,20	8.399.221,81	27,29	187,39
1	87.748.517,86	5,61	38,27	73.371.377,51	3,67	27,53	14.377.140,35	15,53	93,11
2	84.397.475,87	4,98	30,13	64.630.324,30	3,23	22,34	19.767.151,57	10,70	55,57
3	80.141.844,66	4,35	23,06	55.730.028,93	2,78	17,67	24.411.815,74	7,95	35,38
4	74.788.851,97	3,75	17,04	46.681.612,14	2,33	13,51	28.107.239,83	6,10	22,91
5	68.077.291,57	3,15	12,02	37.500.390,67	1,87	9,88	30.576.900,89	4,72	14,65
6	59.674.672,32	2,58	7,94	28.207.615,71	1,41	6,78	31.467.056,61	3,63	8,98
7	49.181.429,77	2,02	4,80	18.832.143,01	0,95	4,27	30.349.286,76	2,69	5,14
8	36.115.750,59	1,49	2,49	9.412.740,04	0,48	2,31	26.703.010,55	1,84	2,56
9	19.940.167,92	0,97	0,96	0,00	0,00	0,93	19.940.167,92	0,97	0,96

Por tanto, estas son las condiciones obtenidas a través del empleo de una técnica inmunizadora por duraciones que una cartera de títulos debería tener y que conlleva la delimitación del tipo de interés técnico aplicado (exponente de la solvencia futura) garantizando los compromisos asumidos por la Entidad Aseguradora en este contrato de seguro y ajeno a las variaciones que experimente este tipo de interés (riesgo de interés).

Como se ha podido comprobar en este ejemplo, la gestión de Activos y Pasivos se ha abordado desde un análisis a priori, la razón responde a que desde el mismo momento en que se diseña el seguro debe delimitarse tanto el grado de compromiso que adquiere la Entidad Aseguradora como la remuneración que ha de abonar al tomador del seguro, la rentabilidad mínima contractual, por lo que ese es el momento en el que debe plantearse un modelo de gestión de Activos y Pasivos, intentando eliminar el riesgo de interés y de insolvencia desde la concepción del producto.

4. BIBLIOGRAFIA

ALVAREZ SANZ CONSULTING (2001), *Métodos de valoración de una Entidad de Seguros de Vida y de sus productos.* Alvarez y Sanz Consulting. Madrid.

BETZUEN, A.; DE LA PEÑA ESTEBAN, J. IÑAKI; GÓMEZ, ROSALIA E. y HERRERA, ANA Tª. (2004), *Una propuesta de modelo inmunizador práctico para Fondos de Pensiones de Empleo y Prestación Definida en el Mercado Español.* Universidad del País Vasco, Fac. CC. Económicas y Empresariales de Bilbao – Instituto de Estudios Financiero - Actuariales. Bilbao.

BOIXASA, J. (2002), *Gestión Activos-Pasivos en las Compañías de Seguros.* Caifor (Holding La Caixa – Fortis). Jornadas sobre Gestión de Activos y Pasivos del Col·legi d'Actuaris de Catalunya, Septiembre 2002. Barcelona.

BOSCH, M. e DOMINGUEZ, I. (2001), *Gestión de Activos y Pasivos en España.* Revista del Instituto de Actuarios Españoles, nº. 19 – Julio / Agosto 2001, Madrid.

DE LA PEÑA ESTEBAN, J. IÑAKI (2000), *Planes de Previsión Social.* Ed. Pirámide. Madrid.

DE LA PEÑA ESTEBAN, J. IÑAKI (2002), *Riesgo de interés en las operaciones actuariales clásicas: un análisis a través de la Duración.* Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 3º Época, nº. 7, pp. 135-168. Madrid.

DE LA PEÑA ESTEBAN, J. IÑAKI (2003), *Condiciones para una Inmunización por Duraciones para Seguros a Prima Periódica.* Universidad del País Vasco, Fac. CC. Económicas y Empresariales de Bilbao – Instituto de Estudios Financiero - Actuariales. Bilbao.

GONZALEZ, ANGEL L. (2000), *La técnica del Profit Testing.* Revista del Instituto de Actuarios Españoles Madrid.

ORDEN MINISTERIAL *de 23 de diciembre de 1998* por la que se desarrollan determinados preceptos de la normativa reguladora de los seguros privados y se establecen las obligaciones de información como consecuencia de la introducción del euro.

OTERO, L.; FERNÁNDEZ, S. y RODRIGUEZ, A. (2003), *La orientación de la actividad aseguradora de vida hacia la creación de valor.* Revista Galega de Economía, vol. 12, núm. 2(2003), pp. 1-21. Santiago de Compostela.

REGLAMENTO DE ORDENACIÓN Y SUPERVISIÓN DE LOS SEGUROS PRIVADOS, *R.D. 2486/1998 de 20 de noviembre.*

RESOLUCIÓN *de 3 de enero de 2005, de la Dirección General de Seguros* por la que se publica el tipo de interés máximo a utilizar en el cálculo de la provisión de seguros de vida, de aplicación al ejercicio 2005.

SWISS RE (2000), *Gestión de Activos y Pasivos para Aseguradoras.* Publicación Swiss Re – Sigma, nº. 6 / 2000. Compañía Suiza de Reaseguros - Swiss Re Economic Research & Consulting. Zurich.