

## Problemas PAU Programación Lineal

1.- En un hospital se irradia con dos bombas de cobalto,  $C_1$  y  $C_2$ . Cada dosis de radiación con  $C_1$  aporta 0,3 *kilorads* al centro del tumor, 0,25 *kilorads* a otras regiones del tumor, 0,15 *kilorads* a regiones críticas colindantes y 0,2 *kilorads* a zonas de anatomía sana colindante. Cada dosis de radiación con  $C_2$  aporta a esas mismas zonas 0,2, 0,25, 0,05 y 0,25 *kilorads* respectivamente. Para tratar un tumor en el mediastino el equipo médico considera necesario aportar al menos 6 *kilorads* al centro del tumor y se debe aportar exactamente 6 *kilorads* a otras regiones del tumor. Sin embargo el aporte de más de 2,4 *kilorads* a las regiones críticas colindantes sería fatal. ¿Con cuántas dosis de cada fuente deberá realizarse el tratamiento para minimizar el aporte de *kilorads* a la anatomía sana?

**Solución:** 12 dosis de  $C_1$  y 12 dosis de  $C_2$

2.- Un taller de bisutería produce sortijas sencillas, que vende a 450€ y sortijas adornadas a 600€. Las máquinas condicionan la producción de modo que no pueden salir al día más de 400 sortijas sencillas, ni más de 300 adornadas, ni más de 500 en total. Suponiendo que se vende toda la producción, ¿cuántas de cada clase interesará fabricar para obtener los máximos ingresos?

**Solución:** 200 sencillas y 300 adornadas.

3.- Una máquina produce dos marcas de comida para perros A y B a partir de carne y harina, con los datos de producción recogidos en la tabla. ¿Cuántas latas deben producirse por hora de cada marca para maximizar el beneficio?

	Carne	Harina	Beneficios
Marca A	200 g/lata	100 g/lata	300 €/lata
Marca B	140 g/lata	160 g/lata	240 €/lata
Máximo admitido por la máquina	78 kg/hora	48 kg/hora	

**Solución:** 320 latas de A y 100 latas de B.

4.- Un concesionario de coches lanza una oferta especial vendiendo el modelo A a 10.000 de precio y el modelo B a 20.000. El fabricante le impone las siguientes condiciones:

1. Sólo puede vender en oferta especial 20 coches del modelo A y 10 del B.
2. Debe vender tantas unidades del modelo A como del modelo B.

El concesionario sabe que para cubrir los gastos de la campaña los ingresos obtenidos deben ser al menos de 60.000.

- a) Calcular el mínimo número de coches que ha de vender para cubrir los gastos de la campaña.
- b) Calcular los coches que ha de vender para maximizar sus ingresos.

**Solución:** a) 2 coches A y 2 coches B.  
b) Ingresos máximos para 10 coches de cada clase

5.- Un vendedor de libros usados tiene 180 libros de la editorial A y 160 de la editorial B con los que decide hacer dos tipos de lotes, el lote económico con tres libros de la editorial A y uno de la editorial B que venderá a 80€, y el lote selecto con un libro de la editorial A y dos de la editorial B, que venderá a 100€. Deducir razonadamente cuántos lotes debe hacer de cada tipo para maximizar sus ingresos al vender todos los lotes.

**Solución:** 40 lotes económicos y 60 selectos.

6.- Los abonos A y B se obtienen mezclando cierto sustrato con dos fertilizantes F1 y F2 en las siguientes proporciones:

	F1	F2
A	100 g/kg	50 g/kg
B	70 g/kg	80 g/kg

La cantidad disponible de los fertilizantes F1 y F2 son 39 kg y 24 kg. El beneficio que producen los abonos A y B son 75€/kg y 60€/kg ¿Cuántos kilos se deben fabricar del fertilizante A y del fertilizante B para maximizar el beneficio?

**Solución:** 320 kg de A y 100 kg. De B.

7.- Me ofrecen la posibilidad de invertir hasta 8 millones en la cooperativa A y hasta 7 millones en la cooperativa B. Sabiendo que puedo invertir hasta 11 millones y espero una rentabilidad del 20 % en la cooperativa A y del 30 % en la cooperativa B, obtener razonadamente cómo debo distribuir mi inversión para maximizar el beneficio.

**Solución:** 7 millones en A y 4 en B.

8.- Vas a contratar un viaje en autobús para 400 personas en una empresa que dispone de 8 autobuses de 40 plazas y de 10 autobuses con 50 plazas cada uno. El alquiler de un autobús pequeño cuesta 1000€. y el alquiler de un autobús grande cuesta 1333€.

Averiguar razonadamente cuántos autobuses de cada clase hay que contratar para minimizar el costo del viaje sabiendo que la empresa sólo puede disponer de 9 conductores para el día de la excursión.

**Solución:** 5 autobuses pequeños y 4 grandes.

9.- En una fábrica se producen bombillas normales a 20€ cada bombilla y bombillas halógenas a 26,6€ la bombilla. La capacidad máxima diaria de fabricación de bombillas es de 500, y por restricción de material no pueden fabricarse ni más de 300 bombillas halógenas ni más de 400 bombillas normales.

La fábrica vende siempre todo lo que produce. ¿Cuántas convendrá producir de cada clase para obtener la máxima facturación.

**Solución:** 200 bombillas normales y 300 halógenas.

10.- Sea un triángulo de vértices  $A(1, a)$ ,  $B(5, b)$  y  $C(3, c)$ . Se sabe que las ordenadas de sus tres vértices suman 9, que la ordenada  $b$  es la media aritmética de las otras dos y que  $b$  y  $c$  son números naturales consecutivos, siendo  $c > b$ .

a) Calcular  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

b) Si el triángulo anterior representa para  $a = 1$ ,  $b = 2$  y  $c = 6$  la frontera de la región factible correspondiente a un problema de programación lineal con función objetivo  $f(x, y) = 2x + y$ , determinar razonadamente los puntos en los que dicha función alcanza su valor máximo.

**Solución:** a)  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ .  
b) Todos los puntos del segmento  $BC$  son solución y producen un beneficio máximo de 12