I CONCURSO POPULAR DE PROBLEMAS
CASI POR TODAS PARTES
Semana Cultural de la Facultad de Matemáticas

Ludus Al-yabra

El departamento de Álgebra está situado en el 4º piso de la Facultad de Matemáticas, alejado del bullicio y del calor estudiantil. Pese a ello, no penséis que sus componentes llevan una existencia estructurada, estable para el desayuno y la comida, y sin divisores de cero.

No, desde aquí podríamos denunciar unos hechos lamentables, un virus difundido por todo el departamento: las timbas algebraicas, unas sesiones de juego clandestino que se prolongan hasta medianoche.

Pero no usan naipes, no... sus juegos preferidos son los que utilizan polinomios: dos contrincantes tienen que poner, sucesivamente, coeficientes en polinomios. Cada juego tiene su propia condición de victoria:

> Juego nº1
> En $x^4+\bigcirc x^3+\bigcirc x^2+\bigcirc x+\bigcirc$ los dos jugadores van poniendo enteros en los huecos, resultando así un polinomio de **Z**[x]. El primer jugador gana si consigue que el polinomio no tenga raíces enteras. El segundo gana, por tanto, si consigue al menos una raíz entera.

Ejemplo: polinomio: $x^4+\bigcirc x^3+\bigcirc x^2+\bigcirc x+\bigcirc$, turno del primer jugador: $x^4+0\cdot x^3+\bigcirc x^2+\bigcirc x+\bigcirc$, turno del segundo jugador $x^4+(-1)\cdot x^2+\bigcirc\cdot x+\bigcirc$, turno del primer jugador: $x^4-x^{2+}\bigcirc x+12$, turno del segundo jugador: $x^4+x^2-9x+12$, polinomio que no tiene raíces enteras. Gana por tanto el primer jugador.

I CONCURSO POPULAR DE PROBLEMAS CASI POR TODAS PARTES

Semana Cultural de la Facultad de Matemáticas

Juego nº2

En $x^3+\bigcirc x^2+\bigcirc x+\bigcirc$, el primer jugador pone un entero no nulo, el segundo jugador pone un entero cualquiera y el primero completa este polinomio de $\mathbf{Z}[x]$ con otro entero cualquiera.
Si el polinomio tiene tres raíces enteras, gana el primer jugador; si no, gana el segundo.

Ejemplo: polinomio inicial: $x^3+\bigcirc x^2+\bigcirc x+\bigcirc$, turno del primer jugador: $x^3+\bigcirc x^2+\bigcirc x+1$, turno del segundo jugador $x^3+\bigcirc x^2+0\cdot x+1$, turno del primer jugador: $x^3+1\cdot x^2+0\cdot x+1$, resultando el polinomio x^3+x^2+1, que sólo tiene una raíz. Gana por tanto el segundo jugador.

Pero hace tiempo que Pepe Martínez Verduch siempre gana a estos juegos. Él elige si juega primero o segundo... es el jefe del departamento, y esas cosas se notan...
Ante tantas victorias consecutivas, los otros miembros del departamento ya no saben qué hacer...: Daniel Tarazona está inventando un juego con un polinomio de grado 23 en 47 indeterminadas, pero todavía le falta decidir la décima condición de victoria. Isabel Segura le ha enseñado a jugar a la máquina de café y se pasa horas jugando contra ella, pues todavía no se cree que Pepe pueda mantenerse imbatido durante mucho tiempo más... Josep Guia ha reclamado "els papers (que no són) de Salamanca", por si se encontrara algún dato sobre estos juegos...

Problema nº4

Tu labor es conseguir, para ambos juegos, una estrategia ganadora, como la que suponemos que tiene Pepe, pudiendo elegir jugar primero o segundo.