

VI CONCURSO POPULAR DE PROBLEMAS CASI POR TODAS PARTES

Semana Cultural de la Facultad de Matemáticas

Loco departamento de Informática

n=8
x₁=7
x₂=5
x₃=2
x₄=1

n=8
x₁=8
x₂=8
x₃=1

n=8
x₁=1

n=8
x₁=7
x₂=7
x₃=7
x₅=6
x₆=6
x₇=6
x₈=6
x₉=5
x₁₀=5
x₁₁=1

n=8
x₁=5
x₂=4
x₃=3
x₄=1

n=8
x₁=3
x₂=1

Si conseguir un puesto fijo en la universidad es difícil, hacerlo en el departamento de Informática de la UV lo es todavía más.

A mediados de los 90, Ricardo Ferris fabricó el *aleatorion*®, la máquina que podéis ver a la derecha, que se ha utilizado para poner en aprietos a quien ha querido entrar en el departamento. Para hacerla funcionar hay que introducir con el teclado un entero positivo n, y la máquina muestra en la pantalla un número aleatorio x₁ entre 1 y n. Automáticamente, la máquina pasa x₁ como argumento, y muestra otro número aleatorio x₂ entre 1 y x₁. Así sucesivamente se van generando números aleatorios x₁, x₂, x₃, x₄... (x_i es un número aleatorio entre 1 y x_{i-1}) y el proceso se detiene cuando la máquina muestra el 1, momento en que saca un tique con los números y pasos necesarios para llegar al 1 (como los que se ven en los márgenes).



n=8
x₁=7
x₂=5
x₃=4
x₄=2
x₅=2
x₆=1

n=8
x₁=7
x₂=6
x₃=6
x₅=4
x₆=4
x₇=4
x₈=2
x₉=2
x₁₀=2
x₁₁=1

n=8
x₁=4
x₂=1

n=8
x₁=7
x₂=5
x₃=4
x₄=2
x₅=2
x₆=1

n=8
x₁=3
x₂=2
x₃=1

Gregorio Martín tuvo la suerte de entrar en el departamento antes de al llegada de Ricardo, pero Miguel Arevalillo e Ignacio García, entre otros, tuvieron que verselas con el *aleatorion*® de una forma u otra. Ahora bien, la persona que más difícil lo tuvo fue Xaro Benavent. Ricardo parecía no fiarse de sus conocimientos y le puso el siguiente problema, que mezclaba informática y probabilidad:

Problema 3: Si introducimos en el *aleatorion*® el número 10¹⁰⁰, ¿cuál es el valor esperado (o esperanza) del número de iteraciones de la máquina?

Recuerda que la esperanza es la “suma” de todos los posibles valores por sus probabilidades (esta “suma” podría ser una serie infinita, o incluso una integral). Por ejemplo, al lanzar dos dados tendríamos:

$$E = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + 5 \cdot \frac{4}{36} + 6 \cdot \frac{5}{36} + 7 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{5}{36} + 9 \cdot \frac{4}{36} + 10 \cdot \frac{3}{36} + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{252}{36} = 7.$$

Esperemos que des la misma respuesta que Xaro, que tardó apenas una hora. Para ello estudió primero los casos pequeños (n=1,2,3,4...) y después ideó una forma de relacionar la esperanza al introducir un número n con la esperanza al introducir números menores.

¿Serás capaz de emular su hazaña?

3ª Jornada: del jueves 10 de abril al lunes 14 de abril (18h30)

CPP² es una iniciativa de la semana cultural de la Facultad de Matemáticas y OBM