

Arrebasados

Después de pasar la prueba preliminar, Laura y Rufino llegaron a la plaza de toros de Valencia, nuestro Coliseo, donde todos los distritos ya estaban a punto de enfrentarse y unos cuantos abonados de la feria de Fallas querían ver algo más que números primos.

Cuando se propuso el primer problema sobre bases numéricas, Laura y Rufino desafiaron al Anecolio diciéndole que estas eran cosa del pasado, y que ahora se llevaban las rebases, que consistían en escribir los exponentes en la misma base. Por ejemplo, el número 2690 que en base 3 es 10200200, es decir, $2690=3^7+2\cdot 3^5+2\cdot 3^2$, en rebase 3 se escribe $2690=3^{3\cdot 2+1}+2\cdot 3^{3\cdot 2}+3^2\cdot 2$.

“¡Menudo nivel que traen ahora de Bachillerato!”, se oía desde el tendido de los distritos más tradicionales. “Desde el pico de mi generación, esto va en picado, como el plan de estudios.”

Anecolio: ¿Pero no os dais cuenta de que esto que proponéis no ofrece nada nuevo?

Laura: No lo hace para vuestra mente *boomer*, pero resulta que los números escritos en rebase son ahora *base-fluid* y tienen vida propia. Dado un número n_2 , lo escribimos en rebase 2, y definimos n_3 como el número obtenido por cambiar cada 2 por un 3 y, muy importante, restar 1.

Rufino: Y así, sucesivamente, n_{k+1} se obtiene tras escribir n_k en rebase k , reemplazar k por $k+1$, y no os olvidéis, restar 1. Un ejemplo: para $n_2=3$, tenemos que $n_2=2+1$, con lo que $n_3=(3+1)-1=3$, $n_4=4-1=3$, $n_5=3-1=2$, $n_6=2-1=1$, $n_7=1-1=0$ y con 0 paramos la sucesión, que llamamos arrebasada.

Anecolio: ¡Menuda sucesión de pacotilla que os habéis montado!

Laura: Pues si hacéis vosotros la del 4, cuando la acabéis, nos vamos.

Anecolio: Venga, así nos dejamos de chiquilladas, $n_2=4=2^2$, $n_3=3^3-1=26=2\cdot 3^2+2\cdot 3+2$, $n_4=(2\cdot 4^2+2\cdot 4+2)-1=41=2\cdot 4^2+2\cdot 4+1$, $n_5=(2\cdot 5^2+2\cdot 5+1)-1=60$... ¡traed a un becario para continuar!

Problema 2: Si al becario del Anecolio le cuesta un segundo calcular cada nuevo término, ¿cuándo tiempo ganaron Laura y Rufino para hablar del plan de estudios?

Puntuación extra: Para cualquier número, ¿acaba siempre en 0 la sucesión arrebasada?