

ELASTICIDAD POR FLEXIÓN

(PRÁCTICA N° 6)

CARLOS HUERTAS BARRA
FERNANDO HUESO GONZÁLEZ
1° DE FISICA BL-1/2 2-XII-07

RESUMEN

En la práctica de laboratorio de elasticidad por flexión (práctica nº 6) hemos determinado el módulo de Young a partir del estudio de la flexión de diferentes varillas rectangulares homogéneas e isotrópicas, calculando la variación de altura que experimenta cada varilla para diferentes pesos.

MATERIAL UTILIZADO

Para realizar la práctica hemos utilizado un juego de pesas calibrado, un portapesas, una cinta métrica, una regla milimetrada sujeta a un soporte y tres varillas con las características descritas en la siguiente tabla:

	m (g) ±0,1	Longitud (cm) ±0,1	Grosor (cm) ±0,002	Anchura (cm) ±0,002	Carga máxima (g)
V.madera	33,7	100,1	0,434	1,774	100
Varilla 1	274,6	100,1	0,518	2,032	500
Varilla 2	764,3	100,0	0,500	2,024	1500

Las masas de las varillas han sido medidas con la báscula del laboratorio teniendo ésta una sensibilidad de 0,1 g, por lo que el error de las masas será de $\pm 0,1$ g, tal y como indica la tabla, al igual que las dimensiones de las varillas que tienen un error de $\pm 0,002$ cm, excepto la longitud que no fue medida con el pie de rey (que tenía 50 divisiones y una sensibilidad de 1/50 de mm), sino con la cinta métrica siendo su sensibilidad 0,1 cm, que será también el margen de incertidumbre.

Cabe comentar que la varilla de madera estaba ligeramente doblada por lo que esto contribuye al aumento del error en las medidas realizadas.

El juego de pesas utilizado consta de 8 piezas con diferentes masas, medidas también en la báscula electrónica, tal y como muestra la siguiente tabla:

Pesas (g) ±0,1	Portapesas	P₁	P₂	P₃	P₄	P₅	P₆	P₇	P₈
	25,0	10,0	19,9	50,7	100,2	99,9	200,7	496,8	1000

El error en P₈ es diferente porque excedía el peso máximo de la báscula, por lo que asumiremos su valor con un error de 1 gramo.

A medida que realizábamos la práctica comprendimos que nos complicamos bastante las medidas al pesar con la báscula las pesas, porque los valores no son enteros y no es lo mismo poner P₄ que P₅, con lo que teníamos que anotar qué pesas utilizábamos en cada medida. En las tablas de las páginas siguientes no aparecen qué pesas se utiliza en cada medida, sino directamente la suma exacta de ellas.

Asimismo, realizamos demasiadas medidas en general, y en especial en la 2ª varilla, con lo que hemos suprimido la mitad de los valores de los que tomamos medidas en el laboratorio por ser éstos prescindibles.

MEDIDAS DE CARGA PARA CADA VARILLA

A continuación se exponen las diferentes tablas con los resultados obtenidos para cada varilla. Cada tabla consta de 4 columnas, la primera indica los diferentes pesos a los que se ha sometido la varilla; la segunda indica la distancia obtenida desde la base del porta-pesas hasta la superficie de la mesa.

La tercera y cuarta son las que se representarán posteriormente en las gráficas. La tercera muestra el desplazamiento respecto de la posición de equilibrio experimentado por la varilla; y la cuarta columna indica la fuerza F (N), obtenida al multiplicar la masa por la aceleración de la gravedad.

En la primera columna los pesos expuestos pueden ser de una sola pesa o de la combinación de varias: las diferentes pesas no se exponen en la tabla con el fin de simplificarla y hacerla mas legible.

Al medir el desplazamiento respecto del equilibrio, tomamos como posición inicial (el cero) el punto donde el porta-pesas ya cuelga de la varilla, peso que no tenemos en cuenta por tanto para calcular la fuerza que cuelga de la varilla.

Empezamos por el peso mayor y vamos “descargando” el porta-pesas para evitar que oscile la varilla.

El error de la distancia es alto, debido a la imprecisión del método experimental. El valor de una misma medida nos oscila hasta 0,6 cm.: no estamos seguros de que sea un dato más exacto, sino que consideramos que debe estar alrededor de ese margen, con lo que le asignamos un error de 0,3 cm. La tercera columna es el desplazamiento respecto de la posición inicial, con lo que será una resta de dos longitudes. Su error será por tanto:

$$\delta(s) = \sqrt{0,3^2 + 0,3^2} = 0,4 \text{ en todos los valores de la tercera columna.}$$

La fuerza es $F=mg$ (pasamos la masa a unidades del S.I.) y su error será:

$\delta(F) = g\delta(m) = 0,0010$ en todos los casos excepto cuando usamos la pesa de 1000 g, donde el error de la masa es mayor. $\delta(F_{ps}) = 0,010$. Debemos señalar que en teoría el error sería mayor cuantas más pesas pusiésemos (al sumar se propagan errores), pero simplificamos los cálculos asignando el error como el de una sola pesa con ese peso, pues suponemos que al pesar las dos juntas con la báscula electrónica obtendríamos aproximadamente el mismo resultado (no tiene relevancia el despreciarlo).

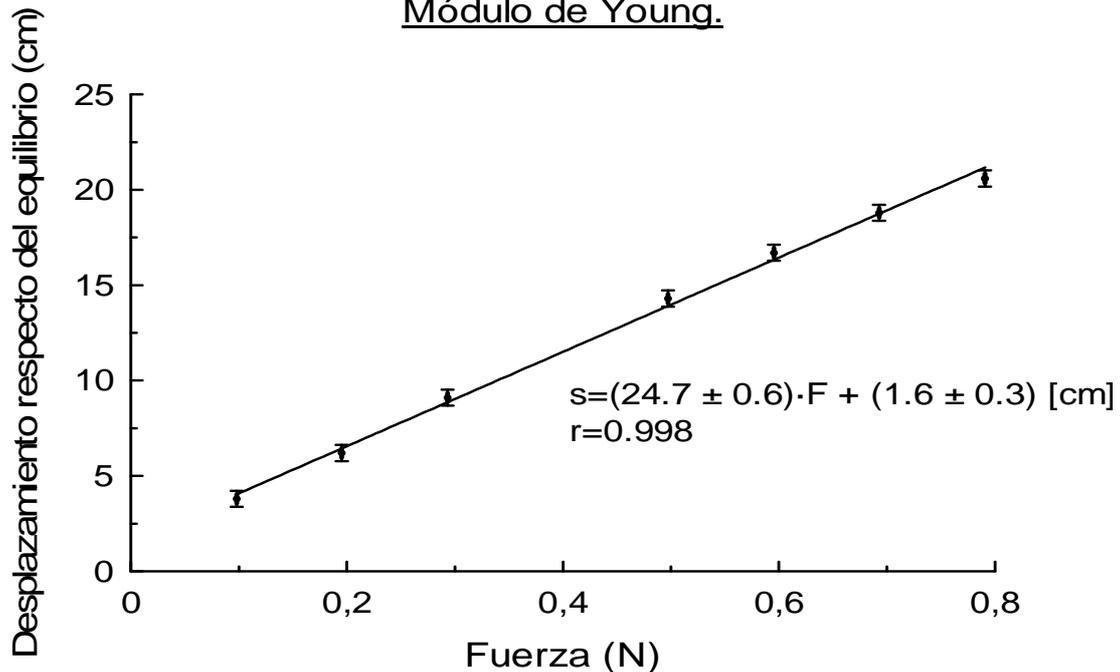
VARILLA DE MADERA

Pesas (g) ±0,1	Distancia (cm) ±0,3	F (N) ±0,0010	s (cm) ±0,4
80,6	3,2	0,7907	20,6
70,6	5,0	0,6926	18,8
60,7	7,1	0,5955	16,7
50,7	9,5	0,4974	14,3
29,9	14,7	0,2933	9,1
19,9	17,6	0,1952	6,2
10,0	20,0	0,0981	3,8

La posición inicial con el porta-pesas colgando es:
 $23,8 \pm 0,3$ cm.

Como se puede observar en la tabla a medida que vamos quitando peso la distancia de flexión va siendo menor, a intervalos aproximadamente constantes, lo que nos hace intuir una dependencia lineal entre el desplazamiento y la fuerza causante de éste.

**Flexión de una varilla de madera.
Módulo de Young.**



Se comprueba por tanto visualmente que los valores se ajustan a una recta. Hay que señalar que, a diferencia de otras prácticas, en este caso la fuerza es la variable independiente y el desplazamiento la variable dependiente.

La ordenada en el origen debería salirnos aproximadamente cero, pero se nos ha desviado mucho. Esto se debe quizás a que medimos la posición del porta-pesas antes de cargarlo con pesas, y no en el momento final después de haber descargado todas las pesas, con lo que es comprensible que salga distinto de cero (después de cargarlo y descargarlo no recupera la posición anterior inmediatamente). Por tanto, en las siguientes se medirá al final para evitar este error.

VARILLA 1

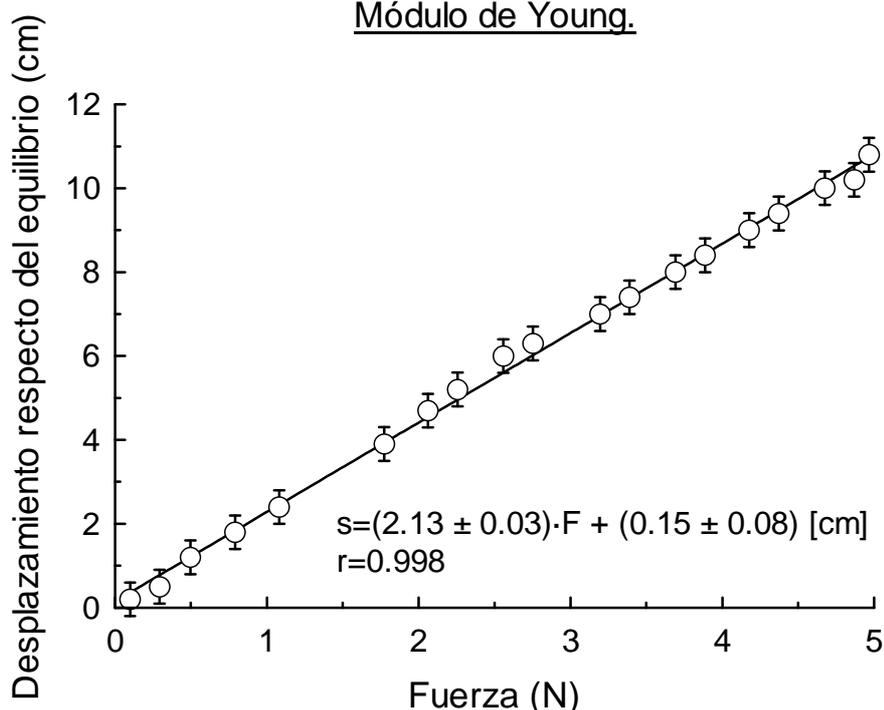
Pesas (g) ±0,1	Posición (cm) ±0,3	F (N) ±0,0010	s (cm) ±0,4
506,4	14,2	4,9678	10,8
496,4	13,6	4,8697	10,2
476,5	13,4	4,6745	10,0
445,7	12,8	4,3723	9,4
425,8	12,4	4,1771	9,0
396,2	11,8	3,8867	8,4
376,3	11,4	3,6915	8,0
345,5	10,8	3,3894	7,4
325,6	10,4	3,1941	7,0
280,7	9,7	2,7537	6,3
260,8	9,4	2,5584	6,0
230,0	8,6	2,2563	5,2
210,1	8,1	2,0611	4,7
180,8	7,3	1,7736	3,9
110,2	5,8	1,0811	2,4
80,6	5,2	0,7907	1,8
50,7	4,6	0,4974	1,2
29,9	3,9	0,2933	0,5
10,0	3,6	0,0981	0,2

En esta tabla se han puesto poco más de la mitad de los datos obtenidos en el laboratorio, debido a la gran cantidad de datos que medimos (excesivos).

La posición con el porta-pesas es:
 $3,4 \pm 0,3 \text{ cm}$

En la gráfica siguiente se observa que, a diferencia de la primera, la ordenada en el origen sí que se acerca más al cero.

Flexión de una varilla metálica (1).
Módulo de Young.



Como se puede observar, sí que hay una dependencia y la pendiente de la gráfica de esta varilla es más pequeña que la pendiente de la varilla de madera debido a que su módulo de Young, que depende del material tiene un valor más pequeño (la inversa).

Hay que destacar que en estas medidas se utilizó un soporte con regla para mejorar la precisión en las medidas, mientras que en la de madera se utilizó la cinta métrica “a mano”.

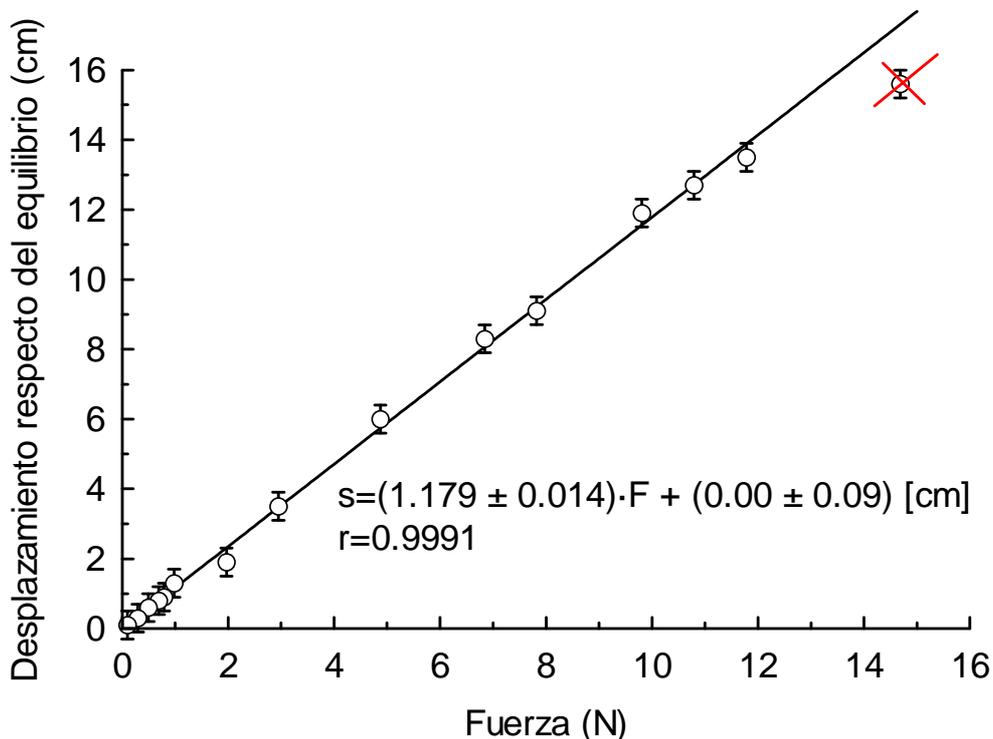
En esta gráfica se puede observar que quizá haya un error sistemático, pues se observan que las medidas van en líneas rectas en grupos de tres o dos, coincidiendo con cambios de pesas. Esto puede deberse a que al cambiar todas las pesas y colocar nuevas, éstas no tuviesen el centro de masas en el mismo lugar que las anteriores y el porta-pesas estuviese inclinado algo más o menos sobre la horizontal. Esto, unido a la dificultad de medir siempre en el mismo punto con la regla, hace que haya cadenas de valores por encima de la recta y otros por debajo.

VARILLA 2

Pesas (g) ±0,1	Pos. (cm) ± 0,3	F (N) ±0,0010	s (cm) ±0,4
1496,8	22,1	14,6836	15,6
1200,7	20,0	11,7789	13,5
1099,9	19,2	10,7900	12,7
1000	18,4	9,8100	11,9
797,4	15,6	7,8225	9,1
697,5	14,8	6,8425	8,3
496,8	12,5	4,8736	6,0
300,6	10,0	2,9489	3,5
200,7	8,4	1,9689	1,9
99,9	7,8	0,9800	1,3
80,6	7,4	0,7907	0,9
70,6	7,3	0,6926	0,8
50,7	7,1	0,4974	0,6
29,9	6,8	0,2933	0,3
10,0	6,6	0,0981	0,1

La posición con el porta-pesas es:
 $6,5 \pm 0,3$ cm.

Flexión de una varilla metálica (2).
Módulo de Young.



Como se puede apreciar en la gráfica hemos suprimido un dato, el primero de la tabla, debido a que en el porta-pesas no cabían las dos pesas y se desequilibraba, con lo que aumenta considerablemente el margen de error, tal y como se aprecia. También podría deberse a que llegásemos a la carga máxima soportable por esa varilla y el comportamiento ya no fuese lineal (sobrepasa el límite lineal y la pendiente ya no es =cte)₁₂.

En esta varilla hicimos menos medidas que en la segunda para no eternizar la práctica con valores innecesarios.

Podemos observar un pequeño error sistemático como en la anterior gráfica, en la que se ve que los grupos de pesos parecidos forman una recta que no se ajusta totalmente a la recta conjunta. También cabe señalar que los valores no están uniformemente distribuidos y que no eran necesarios tantos valores con las pesas pequeñas, porque el intervalo que se abarca es mucho mayor.

También se puede apreciar que de todas las gráficas esta es la de menor pendiente y, por tanto, mayor módulo de Young, por lo que es la varilla que menos se deforma para un mismo peso.

MÓDULO DE YOUNG

El módulo de Young se calcula a partir de la ecuación del guión de prácticas. Como la pendiente que se extrae del ajuste es depende del módulo de Young, tenemos:

$$E = \frac{4L^3}{Abd^3}, \text{ donde } A \text{ es la pendiente de la recta, } L \text{ la longitud de la varilla, } b \text{ la anchura y } d \text{ el grosor. El error del módulo de Young será:}$$

El error del módulo de Young será:

$$\frac{\delta(E)^2}{E^2} = \left(3 \frac{\delta(L)}{L}\right)^2 + \left(-\frac{\delta(A)}{A}\right)^2 + \left(-\frac{\delta(b)}{b}\right)^2 + \left(3 \frac{\delta(d)}{d}\right)^2$$

Resultados para las distintas varillas:

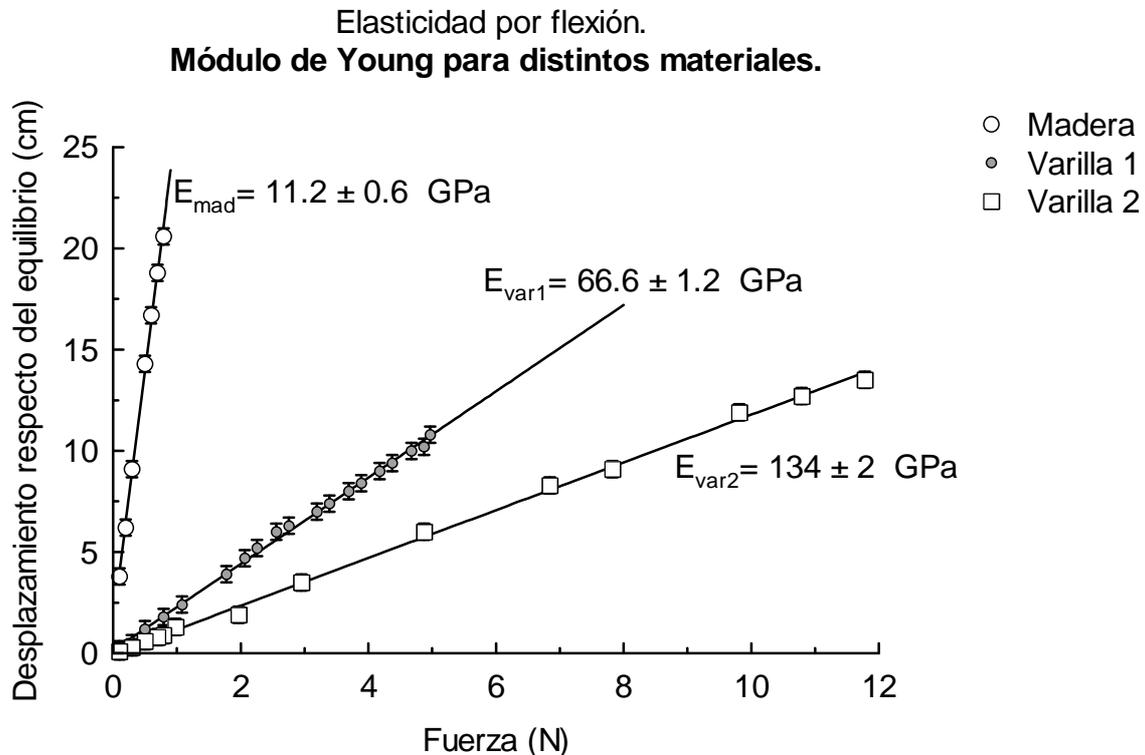
$$E_{\text{mad}} = 11.2 \pm 0.6 \text{ GPa}$$

$$E_{\text{var1}} = 66.6 \pm 1.2 \text{ GPa}$$

$$E_{\text{var2}} = 134 \pm 2 \text{ GPa}$$

CONCLUSIÓN

A continuación se muestra una gráfica con los tres módulos de Young de las distintas varillas con el fin de poder comparar los tres resultados obtenidos.



Como se observa, el módulo de la varilla de madera es el más bajo, por lo cual es el que más se deforma cuando lo sometemos a un mismo peso para las tres varillas, lo cual es lógico ya que la madera tiene un grado de deformación más grande que el metal. El módulo de la varilla 2 es más del doble, por lo que la varilla 1 se deformará casi el doble que la varilla 2, por lo que su punto de ruptura está muy por debajo del de la varilla 2 y, por lo tanto, se necesitaría aplicarle una menor fuerza para romperla.

Para estimar qué materiales podrían corresponder a cada varilla, hemos buscado en “*The handbook of physics and chemistry*”, donde sólo hemos encontrado los módulos de Young para metales poco corrientes (Properties of Rare Earth Metals). Buscando en Internet y contrastando varias fuentes hemos supuesto que probablemente sean los siguientes materiales:

- La varilla de madera ($E=11,2\pm 0,6$ GPa): madera de roble ($E=11$ GPa), que aguanta más peso que la de pino ($E=10$ GPa), es más flexible y no se quebra con tanta facilidad). No obstante, no podemos afirmar con fiabilidad que sea una u otra debido a la imprecisión del método experimental y la influencia de otros factores como la temperatura ambiente, etc. También podría ser madera de arce ($E=11,3$ GPa). Esta madera es bastante flexible, aunque hay otras con un módulo de Young mayor. (Extraído de 1,2,3,4)
- La primera varilla de metal ($E=66,6\pm 1,2$ GPa) es seguramente aluminio ($E=70$ GPa), pues no hay otros valores para el módulo de Young que sean metales y estén cerca de ese valor. Nuestro valor es siempre menor al tabulado: esto puede deberse a un error sistemático en el experimento o a que el aluminio sea de distinta clase al que aparece en las fuentes consultadas. (Extraído de 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12)

- La segunda varilla de metal ($E=134\pm 2$ GPa) podría ser una clase de hierro ($E=137$ GPa)¹¹, aunque las distintas fuente difieren sobre el valor de éste según de qué clase sea (fundido, colado, ...), estando nuestra muestra en un valor medio. Por tanto no podemos asegurar debido al margen de incertidumbre que sea una clase en general, pero sí que debe de ser hierro. (*Extraído de* 2, 4, 5, 10, 11)

En conclusión, los valores obtenidos para el módulo de Young parecen ajustarse a los valores tabulados encontrados, aunque es destacable que a través del experimento no podemos afirmar con exactitud de qué tipo de material se trata: los valores no son totalmente concluyentes, pues, como se explica en el “Tipler”¹², el resultado de una muestra concreta puede ser distinto del que aparece en las tablas, al depender este valor de muchos factores circunstanciales y del material. Por tanto, los valores se ajustan a unos materiales que con bastante probabilidad sean los citados anteriormente, aunque sea imposible determinarlo con total seguridad y exactitud debido al error del método experimental y a que cualquier muestra no es ideales sino imperfecta, por lo que la comparación entre ellas siempre será aproximada.

Fuentes consultadas:

- ¹ http://en.wikipedia.org/wiki/Young%27s_modulus
- ² <http://invsee.asu.edu/nmodules/engmod/propym.html>
- ³ <http://www.confemadera.es/confemadera/guia%20especies%20de%20madera.pdf>
- ⁴ http://ar.geocities.com/fisica_unsam/apuntes/elasticidad1.pdf
- ⁵ <http://personal.telefonica.terra.es/web/jcvilchesp/cuerda/cu130.htm>
- ⁶ <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/permot3.html>
- ⁷ <http://www.dis.dpi.state.nd.us/ISC/classes/example/PHYS1/L9.html>
- ⁸ http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_773.html
- ⁹ <http://invsee.asu.edu/nmodules/engmod/propym.html>
- ¹⁰ http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_mecanica/young97.pdf
- ¹¹ http://www.engineersedge.com/manufacturing_spec/properties_of_metals_strength.htm
- ¹² Tipler, Volumen 1A, página 351