

INFORME DE LA
PRÁCTICA
n° 2:

**LA RUEDA
DE
MAXWELL**

Fernando Hueso González.
Carlos Huertas Barra.
(1° Fís.), L1, 21-XI-07

RESUMEN

La práctica de la rueda de Maxwell consiste en medir el tiempo que tarda en descender una rueda por cuyo radio pasa una barra delgada. A ésta están unidos dos hilos en sus extremos, que harán que se desenrolle totalmente y vuelve a enrollarse como un yo-yo. Se puede calcular la aceleración, el momento de inercia, la energía potencial y la cinética a partir de la medida del tiempo que tarda en descender distintas distancias, pues hay una dependencia lineal entre el tiempo al cuadrado y la distancia de caída. Al representar los datos en una gráfica se puede comprobar el principio de la conservación de la energía mecánica, objetivo de este experimento.

ACELERACIÓN Y MOMENTO DE INERCIA

Establecemos previamente el punto “final” de la caída, z_0 , donde pararemos el cronómetro con el que mediremos el tiempo de caída desde distintas alturas. Vamos midiendo la caída desde cada vez más altura en intervalos uniformes de 4 cm. Además, para los cálculos es necesario medir:

-la masa de la rueda, que aparece inscrita en la misma, por lo que tomaremos en un “error de sensibilidad” que coincida con la última cifra significativa; (suponemos que el valor está pesado con la báscula electrónica del laboratorio) y

-el diámetro de la barra delgada con el pie de rey y su respectivo error (la sensibilidad).

La aceleración de la gravedad se nos da como un valor constante con error despreciable.

	Valor	Error abs.
g (cm/s²)	980.36	
M (g)	529.1	0.1
d (cm)	0.5	0.005
r (cm)	0.25	0.0025
Z₀ (cm)	20	0.5

El valor del radio y su error serán la mitad del diámetro y de su error.

El valor z_0 lo establecemos en 20cm, algo antes de que la rueda se desenrolle completamente, para que no sea difícil medir el tiempo por si rebotase. El error de esta medida es algo difícil de establecer. Por una parte, la precisión de la regla es de 1mm, pero el error de la medida es mayor al verlo desde mucha distancia. Una pequeña variación del ángulo de visión hace que varíe hasta 1 cm. Por tanto, le asignamos un error de ± 0.5 cm.

El error del tiempo que midamos, pese a la precisión de centésimas del cronómetro, lo establecemos en 0,2s, porque es lo que oscila al intentar medir un mismo intervalo varias veces, debido al fallo del experimentador.

z (cm)	t (s)
24.0	1,77
28.0	2,47
32.0	3,06
36.0	3,58
40.0	4.00
44.0	4,34
48.0	4,59
52.0	5,11
56.0	5,22
60.0	5,61

El error del tiempo es 0.2s.

El error de z es 0.5cm.

En la siguiente tabla, que será la utilizada para realizar la gráfica, se calculan las restas $z-z_0$ y el tiempo al cuadrado.

$z-z_0$ (cm)	t^2 (s ²)	$\delta(t^2)$ [s ²]
4	3,1	0,7
8	6.1	1.0
12	9.4	1.2
16	12.8	1.4
20	16.0	1.6
24	18.9	1.7
28	21	2
32	26	2
36	27	2
40	31	2

El error de la resta $z-z_0$:

$$\delta(z - z_0) = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7 \text{ cm}$$

para todas las medidas.

El error del tiempo al cuadrado es:

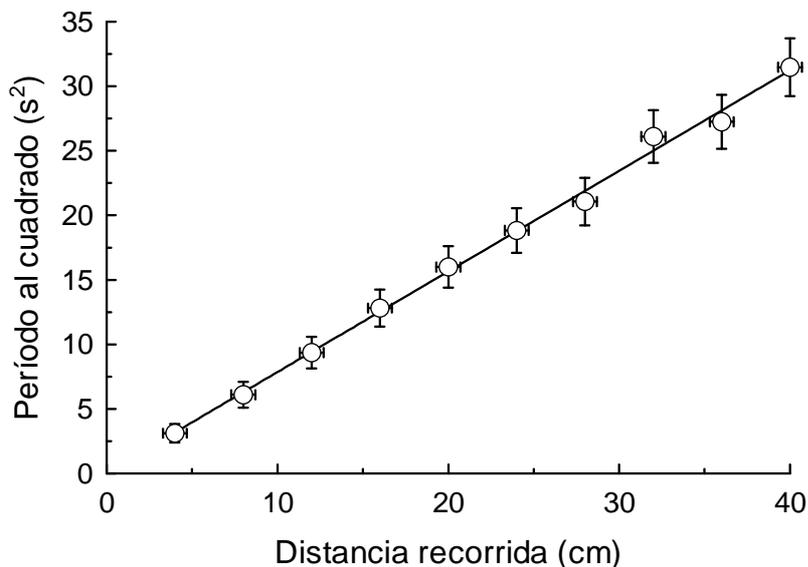
$$\delta(t^2) = 2t\delta(t) \text{ [s}^2\text{]}$$

dependiendo de cada medida.

La representación gráfica de $z-z_0$ frente a t^2 , ajustando los puntos a una recta por el método de mínimos cuadrados es la siguiente:

Conservación de la energía mecánica. Medida del período para distintas caídas.

Rueda de Maxwell



Datos del ajuste por mínimos cuadrados (Kyplot):

$$T^2 = (z-z_0) \cdot A + B \text{ [s}^2\text{]}$$

$$A = 0.779 \pm 0.017 \text{ [s}^2\text{/cm]}$$

$$B = 0.1 \pm 0.4 \text{ [s}^2\text{]}$$

$$r = 0.998156921 \text{ [coeficiente de correlación]}$$

Tanto visualmente como por los cálculos y el coeficiente de correlación lineal, se puede concluir que las medidas se ajustan a una recta.

La ecuación para obtener la aceleración a partir de la pendiente de la recta es la siguiente:

$$t^2 = \frac{2}{a}(z - z_0), \text{ donde la pendiente } A \text{ de la recta ajustada sería } \frac{2}{a}.$$

Por tanto, $\frac{2}{A} = a \text{ [} cms^{-2} \text{]} = 2.6 cms^{-2}$, que es la aceleración de la caída de la rueda.

El error de a es:

$$\delta(a) = \sqrt{\left[-\frac{2}{A^2} \delta(A)\right]^2} = 0.2 \text{ cms}^{-2}$$

$$a = 2.6 \pm 0.2 \frac{cm}{s^2}$$

El momento de inercia de la rueda se puede deducir a partir de la aceleración y teniendo en cuenta la conservación de la energía mecánica:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{mr^2}} \quad I = \left(\frac{g}{a} - 1\right)mr^2 = 12436 gcm^2$$

El error del momento de inercia se obtiene mediante la propagación de errores:

$$\delta(I) = \sqrt{\left[-mr^2 \frac{g}{a^2} \delta(a)\right]^2 + \left[r^2 \left(\frac{g}{a} - 1\right) \delta(m)\right]^2 + \left[2mr \left(\frac{g}{a} - 1\right) \delta(r)\right]^2} = 991 gcm^2$$

$$I = (125 \pm 10) \times 10^2 gcm^2$$

ENERGÍA POTENCIAL Y CINÉTICA

Una vez conocida la aceleración se puede comprobar la conservación de la energía mecánica hallando el valor de la diferencia de las energías entre dos alturas y constatar la transformación total de la potencial en cinética (despreciando el rozamiento). La diferencia de energía debería ser 0, oscilando algo debido al error por arriba y por abajo.
 $E_p = mg(z - z_0)$ (J)

$$\delta(E_p) = \sqrt{\left[g(z - z_0) \delta(m)\right]^2 + \left[mg \delta(z - z_0)\right]^2} \text{ [J]}$$

$$E_c = \frac{1}{2} mgt^2 \text{ (J)}$$

$$\delta(E_c) = \sqrt{\left[\frac{1}{2} mga 2t \delta(t)\right]^2 + \left[\frac{1}{2} mgt^2 \delta(a)\right]^2 + \left[\frac{1}{2} gat^2 \delta(m)\right]^2} \text{ [J]}$$

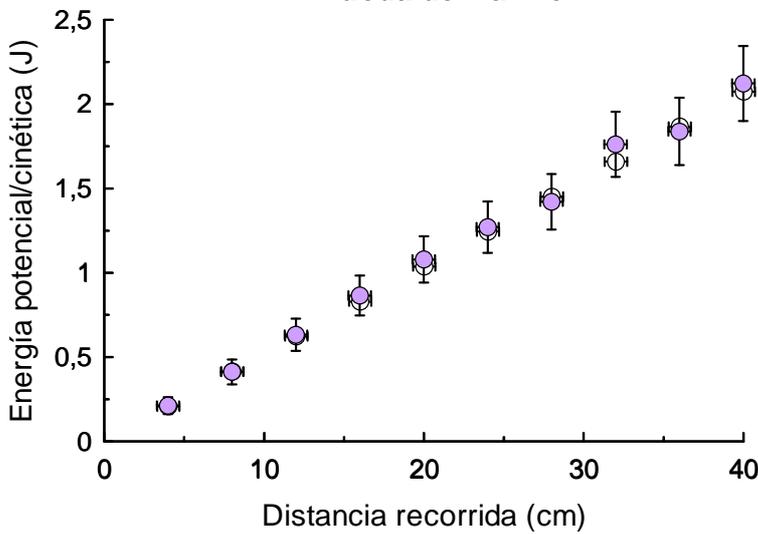
$$\Delta E = E_p - E_c \text{ (J)}$$

$$\delta(\Delta E) = \sqrt{\delta(E_p)^2 + \delta(E_c)^2} \text{ [J]}$$

La tabla de cálculos de las energías y sus errores es:

$z-z_0$ (cm)	$E_p = mg(z-z_0)$ (J)	$\delta(E_p)$ [J]	$\frac{1}{2} mgat^2$ (J)	$\delta(E_c)$ [J]	ΔE (J) = $E_p - E_c$	$\delta(\Delta E)$ [J]
4	0,21	0,04	0,21	0,05	-0,00	0,06
8	0,42	0,04	0,41	0,07	0,00	0,08
12	0,62	0,04	0,63	0,10	-0,01	0,10
16	0,83	0,04	0,86	0,12	-0,03	0,12
20	1,04	0,04	1,08	0,14	-0,04	0,14
24	1,25	0,04	1,27	0,15	-0,03	0,16
28	1,45	0,04	1,42	0,17	0,03	0,17
32	1,66	0,04	1,76	0,19	-0,1	0,2
36	1,87	0,04	1,8	0,2	0,0	0,2
40	2,08	0,04	2,1	0,2	-0,0	0,2

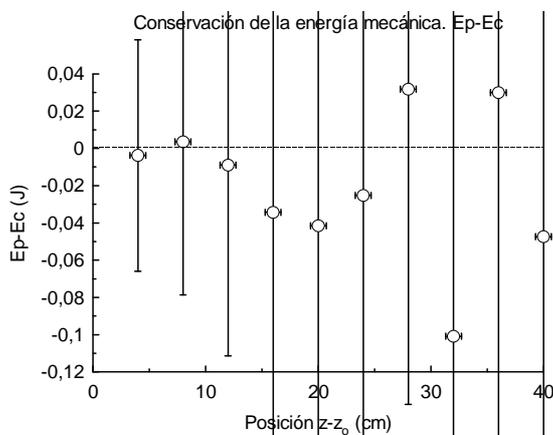
Energía potencial y cinética.
Rueda de Maxwell.



Se puede comprobar visualmente que la energía potencial antes de la caída y la cinética al final de ésta son iguales, es decir, la potencial se transforma en la cinética: a medida que la rueda pierde altura, gana velocidad.

CONCLUSIÓN

Por tanto, la energía se conserva, y en cada punto la suma de energía potencial y cinética es constante, es decir, la diferencia entre ambas es cero, como se puede observar en el siguiente gráfico:



Los puntos no están exactamente en cero, al tener toda medida un margen de error. Sin embargo, se puede concluir que el experimento coincide con la teoría, o sea, que la diferencia de energías es cero, porque las medidas están distribuidas en la misma medida sobre la línea del 0 y bajo ella, el error relativo es enorme, y sus barras de error pasan todas ellas a la altura del cero.

En resumen, considerando que hemos despreciado el rozamiento, que no hemos tenido en cuenta el leve giro lateral de la rueda al soltarlo desde puntos altos y que hay un fallo del experimentador en la medida del tiempo, se puede concluir a partir de nuestros datos y su correspondiente incertidumbre que la energía mecánica se conserva y que el campo (central) gravitatorio es conservativo.