

RESUMEN

En esta práctica hemos conocido y practicado con los principales instrumentos de medida de un laboratorio: el pie de rey mecánico con nonio y un micrómetro mecánico o palmer. A través de estos dos instrumentos hemos realizado diversas medidas de diferentes objetos con el fin de familiarizarnos con ellos y poner en práctica el análisis y la determinación de errores.

DETALLES DE LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS

En esta práctica hemos utilizado dos instrumentos de medida: el pie de rey mecánico con nonio y el micrómetro mecánico ó palmer, con su respectiva sensibilidad.

Pie de rey

Consta de una "regla" con una escuadra en un extremo, sobre la cual desliza otra destinada a indicar la medida en una escala. Permite apreciar longitudes de $1/10$, $1/20$ y $1/50$ de milímetro utilizando el nonio. La sensibilidad del utilizado en la práctica D/n era de $1/50$ de mm (0,02mm). La posición del cero era la correcta. Sin embargo, en la medida de diámetros interiores era complicado ajustar bien el objeto para medir exactamente el diámetro y no una distancia menor.

Mediante piezas especiales en la parte superior y en su extremo permite medir dimensiones internas y profundidades. Posee dos escalas: la inferior milimétrica y la superior en pulgadas, aunque en la práctica sólo se ha utilizado la milimétrica.



CALIBRADOR O PIE DE REY



PIE DE REY DONDE SE APRECIAN LAS PARTES PARA MEDIR DIMENS. INTERNAS Y EL NONIO.

Micrómetro mecánico o palmer

El micrómetro mecánico o palmer es un instrumento de medición cuyo funcionamiento está basado en el tornillo micrométrico y que sirve para medir las dimensiones de un objeto con alta precisión, del orden de centésimas de milímetros (0,01mm): la sensibilidad del palmer de la práctica.



Para ello cuenta con 2 puntas que se aproximan entre sí mediante un tornillo de rosca fina, el cual tiene grabado en su contorno una escala. Una vuelta al tornillo de rosca fina nos da una medida de 0,5mm. Las marcas superiores de la escala indican 1 mm, 2mm, etc. y las inferiores 0,5mm, 1,5 mm, etc. Para obtener una medida hay que sumar las centésimas de milímetro que indica la parte giratoria a los milímetros que indica la parte fija, cuyas marcas van apareciendo a medida que se gira el tornillo.



La posición del 0 en el palmer utilizado en la práctica estaba en -0,03 mm, por lo que a cada medida había que sumarle 3 centésimas de mm. Un inconveniente respecto al pie de rey es que sólo se pueden hacer medidas exteriores.

OBJETOS MEDIDOS

1-Una pequeña arandela de hierro.		4-Un pequeño cilindro.	
2-Un cristal cuadrado de vidrio.		5-Un pequeño tubo de hierro.	
3-Una pequeña esfera de hierro.			

EXPLICACION DEL PROCESO DE MEDIDA DE LOS OBJETOS.

Cada medición de los cinco objetos ha sido representada en una tabla de datos en donde en ésta aparece las partes medidas de cada objeto, el número de medidas realizadas, el valor medio de las medidas realizadas, el error de dispersión y la desviación estándar. Cada objeto ha sido medido un total de 3 veces por cada instrumento debido al criterio explicado en las clases teóricas:

DISPERSION DE LAS TRES PRIMERAS MEDIDAS	NUMERO DE MEDIDAS QUE HAY QUE REALIZAR
$D < 2 \%$	Basta con las tres medidas realizadas
$2 \% \leq D < 8 \%$	Hay que hacer tres medidas más (6 en total)
$8 \% \leq D < 12 \%$	Hay que hacer 15 medidas o más
$D \geq 12 \%$	Distribución gaussiana

Como en nuestro caso el error de dispersión es menor al 2% ha bastado con las tres primeras medidas tal y como indica la tabla. Las fórmulas utilizadas para hallar los datos calculados han sido:

$$\text{Valor medio: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\text{Error de dispersión: } D = \frac{|x_{\max} - x_{\min}|}{\bar{x}} \times 100\%$$

Error de la media de las medidas: Al ser en todas las medidas el error de dispersión menor a 2% y bastar esas tres medidas, se debe calcular la incertidumbre absoluta media (sensibilidad del aparato) y la incertidumbre de dispersión, asignándole al valor medio el resultado mayor de los dos cálculos.

$$s_{\text{dispersión}} = \frac{|x_{\max} - x_{\min}|}{4} \quad s_{\text{abs. Pie}} = 0,002\text{cm} \quad s_{\text{abs. Palmer}} = 0,001\text{cm}$$

El error S_x que se asigne será el mejor estimador de $\sigma(x)$.

Los valores obtenidos se redondean según lo estudiado en la parte teórica de Técnicas experimentales, dejando una sola cifra significativa en el error, añadiendo la siguiente si la primera es un 1, y haciendo que la última cifra del valor medio esté en la misma posición decimal que el error redondeado.

$$\text{Medida final: } \bar{x} \pm s_x$$

TABLA DE DIMENSIONES DE LOS DIFERENTES OBJETOS.

A continuación se exponen las diferentes tablas de datos para los diferentes objetos medidos en la práctica. Algunas medidas están realizadas con el palmer y el pie de rey, con lo que se puede comparar su precisión y la desviación entre ellos.

Arandela (Pie de rey) - *Todas las unidades son centímetros, excepto D, que es un porcentaje.*

	1ª medida	2ª medida	3ª medida	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x
DIÁM. INTERIOR	1,928	1,932	1,924	1,928	0,4%	0,002
DIÁM. EXTERIOR	3,428	3,436	3,438	3,434	0,3%	0,003
GROSOR	0,226	0,224	0,226	0,225	0,9%	0,002

(Palmer)

GROSOR	0,206	0,207	0,206	0,2063	0,49%	0,0010
--------	-------	-------	-------	--------	-------	--------

Como se puede observar en la 1ª tabla los datos obtenidos para el diámetro interior en las 3 medidas realizadas no difieren mucho entre sí, dándonos un error de dispersión y un S_x muy pequeños, tal y como se esperaba. Lo mismo ocurre para las tres medidas del diámetro exterior.

También podemos observar el grosor de la arandela medido con el pie de rey y con el palmer. Se puede apreciar en las medidas con el palmer una exactitud mayor.

Cristal (Pie de rey) - *Todas las unidades son centímetros, excepto D, que es un porcentaje.*

	1ª medida	2ª medida	3ª medida	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x
LONGITUD	6,156	6,152	6,150	6,153	0,1%	0,002
GROSOR	0,588	0,586	0,586	0,587	0,3%	0,002

(Palmer)

GROSOR	0,592	0,582	0,582	0,585	1,7%	0,003
--------	-------	-------	-------	-------	------	-------

Como se puede observar, en la tabla sólo aparece la longitud del cristal de vidrio; esto se debe a que el pequeño cristal era cuadrado y por lo tanto todos sus lados miden lo mismo.

Se puede comparar el grosor medido con el pie de rey y con el palmer. En este caso, las diferencias entre las medidas de los dos instrumentos utilizados no son muy grandes, aunque sí que se aprecia un mayor error en el instrumento más preciso, aunque también podría deberse a que el cristal no fuese igual de grueso en todos los puntos o a un fallo del experimentador en la medición.

Esfera (Pie de rey) - *Todas las unidades son centímetros, excepto D, que es un porcentaje.*

	1ª medida	2ª medida	3ª medida	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x
DIÁMETRO	1,688	1,688	1,688	1,688	0%	0,002

(Palmer)

DIÁMETRO	1,538	1,537	1,537	1,5373	0,01%	0,0010
----------	-------	-------	-------	--------	-------	--------

Como se puede apreciar en la tabla las tres medidas hechas con el pie de rey son las mismas y por lo tanto no hay error de dispersión ni S_x, en cambio si nos fijamos en las tres medidas hechas con el palmer nos damos cuenta de la precisión de éste, pudiendo apreciar un diámetro de la esfera mucho más exacto y su correspondiente error de dispersión y S_x, que es muy pequeño, como era de esperar.

Cilindro (Pie de rey) - Todas las unidades son centímetros, excepto D, que es un porcentaje.

	1ª medida	2ª medida	3ª medida	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x
LONGITUD	7,340	7,350	7,346	7,345	0,14%	0,003
DIÁMETRO	0,710	0,706	0,708	0,708	0,57%	0,002

(Palmer)

DIÁMETRO	0,706	0,706	0,709	0,7070	0,4%	0,0010
----------	-------	-------	-------	--------	------	--------

Tubo (Pie de rey) - Todas las unidades son centímetros, excepto D, que es un porcentaje.

	1ª medida	2ª medida	3ª medida	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x
LONGITUD	5,970	5,980	5,972	5,974	0,17%	0,003
DIÁM. MAYOR	1,338	1,328	1,338	1,335	0,7%	0,003
DIÁM. MENOR	1,160	1,152	1,158	1,157	0,69%	0,002
GROSOR	2,298	2,298	2,300	2,299	0,087%	0,002
LONGITUD 2 (mitad)	3,354	3,356	3,354	3,355	0,060%	0,002

Con este objeto no pudimos medir el segundo grosor ni comparar las medidas con el palmer debido a la falta de tiempo en el laboratorio.

TABLA COMPARATIVA (Unidades son centímetros, excepto D, que es un porcentaje.)

Arandela	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x	MEDIDA (x=)		
DIÁM. INTERIOR	1,928	0,4%	0,002	1,928	± 0,002	cm
DIÁM. EXTERIOR	3,434	0,3%	0,003	3,434	± 0,003	cm
GROSOR (Pie de rey)	0,225	0,9%	0,002	0,225	± 0,002	cm
GROSOR (Palmer)	0,2063	0,49%	0,0010	0,2063	± 0,0010	cm
Cristal	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x			
LONGITUD	6,153	0,1%	0,002	6,153	± 0,002	cm
GROSOR (Pie de rey)	0,587	0,3%	0,002	0,587	± 0,002	cm
GROSOR (Palmer)	0,585	1,7%	0,003	0,585	± 0,003	cm
Esfera	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x			
DIÁMETRO (P. d. r.)	1,688	0%	0,002	1,688	± 0,002	cm
DIÁMETRO (Palmer)	1,5373	0,01%	0,0010	1,5373	± 0,0010	cm
Cilindro	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x			
LONGITUD	7,345	0,14%	0,003	7,345	± 0,003	cm
DIÁMETRO (P. d. r.)	0,708	0,57%	0,002	0,708	± 0,002	cm
DIÁMETRO (Palmer)	0,7070	0,4%	0,0010	0,7070	± 0,0010	cm
Tubo	\bar{x} (valor medio)	D (dispersión)	S _x			
LONGITUD	5,974	0,17%	0,003	5,974	± 0,003	cm
DIÁM. MAYOR	1,335	0,7%	0,003	1,335	± 0,003	cm
DIÁM. MENOR	1,157	0,69%	0,002	1,157	± 0,002	cm
GROSOR	2,299	0,087%	0,002	2,299	± 0,002	cm
LONGITUD 2	3,355	0,060%	0,002	3,355	± 0,002	cm

SUPERFICIES Y VOLÚMENES

Para calcular las superficies y volúmenes de los objetos, deberemos operar con sus valores medios y asignar al resultado final un error, que se obtiene a partir de la propagación cuadrática de incertidumbres, que se suponen aleatorias e independientes.

Al realizar operaciones con medidas, sus errores se propagan o acumulan, siendo más grandes en general.

La fórmula general, para $w=f(x,y,...)$

$$\sigma(w) = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \sigma(x)\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \sigma(y)\right)^2 + \dots}$$

(El número π tiene un error despreciable.)

Las expresiones con variables que son potencias también podrían calcularse con el error relativo, simplificándose los cálculos.

Arandela:

Superficie: (a: grosor de la arandela medido con Palmer, diámetros exterior e interior con Pie de rey)

$$S = 2\pi(r_{ext}^2 - r_{int}^2) + a\pi(d_{ext} + d_{int}) = \frac{\pi}{2}(d_{ext}^2 - d_{int}^2) + a\pi(d_{ext} + d_{int}) = 13,66cm^2$$

$$Err(S) = \sqrt{[(\pi d_{ext} + a\pi)\sigma(d_{ext})]^2 + [(-\pi d_{int} - a\pi)\sigma(d_{int})]^2 + [(\pi d_{ext} - \pi d_{int})\sigma(a)]^2} = 0,03cm^2$$

Volumen:

$$V = a\pi(r_{ext}^2 - r_{int}^2) = a\frac{\pi}{4}(d_{ext}^2 - d_{int}^2) = 1,308cm^3$$

$$Err(V) = \sqrt{\left[a\frac{\pi}{2}d_{ext}\sigma(d_{ext})\right]^2 + \left[-a\frac{\pi}{2}d_{int}\sigma(d_{int})\right]^2 + \left[\frac{\pi}{4}(d_{ext}^2 - d_{int}^2)\sigma(a)\right]^2} = 0,017cm^3$$

Cristal:

Superficie: (e: espesor del cristal (Pie de rey), l: lado del cuadrado)

$$S = 2l^2 + 4le = 90,17cm^2$$

$$Err(S) = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial l} \sigma(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial e} \sigma(e)\right)^2} = \sqrt{[(4l + 4e)\sigma(l)]^2 + [4l\sigma(e)]^2} = 0,07cm^2$$

Volumen:

$$V = el^2 = 22,22cm^3$$

$$Err(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial l} \sigma(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial e} \sigma(e)\right)^2} = \sqrt{[2el\sigma(l)]^2 + [l^2\sigma(e)]^2} = 0,08cm^3$$

El “peso” en el error lo tiene el segundo término al cuadrado.

Esfera:

Superficie: (d medido con Palmer)

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2 = 7,425cm^2$$

$$Err(S) = 2\pi d\sigma(d) = 0,010cm^2$$

Volumen:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3 = 0,902cm^3$$

$$Err(V) = \frac{1}{2} \pi d^2 \sigma(d) = 0,004 \text{ cm}^3$$

Cilindro:

Superficie: (l: longitud del cilindro (Pie de rey); d: diámetro (Palmer))

$$S = 2\pi r^2 + l2\pi r = \pi d \left(\frac{d}{2} + l \right) = 17,10 \text{ cm}^2$$

$$Err(S) = \sqrt{[(\pi d + l\pi)\sigma(d)]^2 + [\pi d\sigma(l)]^2} = 0,03 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$V = l\pi r^2 = l \frac{\pi}{4} d^2 = 2,884 \text{ cm}^3$$

$$Err(V) = \sqrt{\left[\frac{\pi}{2} ld\sigma(d) \right]^2 + \left[\frac{\pi}{4} d^2 \sigma(l) \right]^2} = 0,008 \text{ cm}^3$$

TABLA RESUMEN DE SUPERFICIES Y VOLÚMENES

	SUPERFICIE	VOLUMEN
<u>Arandela</u>	13,66 ± 0,03 cm ²	1,308 ± 0,017 cm ³
<u>Cristal</u>	90,17 ± 0,07 cm ²	22,22 ± 0,08 cm ³
<u>Esfera</u>	7,425 ± 0,010 cm ²	0,902 ± 0,004 cm ³
<u>Cilindro</u>	17,10 ± 0,03 cm ²	2,884 ± 0,008 cm ³

CONCLUSIÓN

En esta práctica de laboratorio hemos aprendido a utilizar los principales instrumentos de medida para objetos pequeños. Asimismo, esta primera práctica también nos ha acercado a la vida en el laboratorio, donde los errores son algo cotidiano y rutinario. Además, nos ha hecho asimilar mejor los conocimientos teóricos aprendidos en clase dejándolos de ver como algo abstracto y lejano.

La elección de un instrumento de medida u otro tiene que estar directamente relacionado con el tamaño del objeto. Para medir una longitud muy grande comparada con la sensibilidad, por ejemplo, del pie de rey, no es útil el precisar más la medida con el palmer, como en el caso de la longitud del cilindro. El valor medio es de varios centímetros, y la precisión de centésimas de milímetro no es necesaria en esos valores. En cambio, para medidas muy pequeñas, el palmer puede servir para precisar más los decimales, siendo esto muy importante para una medida adecuada. Un error de 0,01 mm en una longitud de varios centímetros es insignificante (error relativo muy pequeño, $E_r = E_a/x_{\text{medio}}$), pero cuando medimos distancias milimétricas, el palmer, que en casi todas las medidas tiene el error de la sensibilidad (0,001cm), debe usarse para mejorar la medida del pie de rey, que tiene un error relativo mayor que el palmer si la medida es muy pequeña; el error del pie de rey en las mediciones varía entre 0,002cm y 0,003cm. Por tanto, según el orden de la distancia que se pretende medir, se deberá elegir un instrumento de acuerdo con su sensibilidad, para que se adecue a la precisión necesaria, siendo para medidas muy pequeñas más preciso (da más información, lo cual es de interés) el palmer y para medidas grandes más práctico y adecuado el pie de rey.

También es destacable que cuanto más preciso es un instrumento, más influye el error humano en el error de la medida. Al medir un objeto con una regla dividida en cm, seguramente obtendrás siempre la misma medida y una dispersión de 0. En cambio, si utilizas el pie de rey, las medidas serán diferentes y se observará un error de dispersión mayor, aunque globalmente, el error absoluto será mayor en la regla, pues se le asignará el de la sensibilidad (1cm). También en el palmer se aprecia en ocasiones un error de dispersión mayor que en el pie de rey, por el mismo motivo, además de por ser el método de sujeción de los objetos distinto en los dos instrumentos y ser por tanto imposible realizar una medida equivalente. A esto se suma que, por ejemplo, en el cristal, haya bastante diferencia al no ser éste perfecto y con dimensiones iguales y constantes.

Los errores, en general, han sido pequeños en todas las medidas, y en las medidas en las que eran más elevados, se debía a la dificultad de repetir la medida en el mismo punto, y medir exactamente lo que se pedía, por ejemplo en los diámetros interiores. También había más dispersión entre las medidas en objetos (necesariamente imperfectos) como el cilindro, cuyo diámetro parecía no ser totalmente constante a lo largo de éste.

Las medidas más precisas son las del palmer, pero la medida más exacta de ellas y compatible entre los dos instrumentos de todas las realizadas es la del diámetro del cilindro: el error de dispersión de ambas es pequeño, el error absoluto es el mínimo para los instrumentos, el valor medio es muy cercano y las barras de error se solapan.

Si hacemos una comparación de los valores obtenidos con el pie de rey y con el palmer, se puede observar que la medida con el pie de rey es siempre ligeramente superior a la del palmer. Esto puede deberse a un error sistemático, causado quizá por un mal ajuste de la escala de uno de los dos instrumentos o por el deterioro del palmer por el uso, pues al ser mecánicamente más complicado que el pie de rey, es también más frágil.

30 de octubre de 2007.