

ANÁLISIS DE LAS
DESINTEGRACIONES
DE UNA FUENTE
RADIOACTIVA:
Ra-226

CARLOS HUERTAS BARRA¹
FERNANDO HUESO GONZÁLEZ²

1º DE FÍSICA Grupo B. L1/2
Laboratorio de T. E. Física General, Fac. de Física,
Universidad de Valencia, Campus de Burjassot

Experimento realizado el 9-IV-08
Memoria entregada el 23-V-08

¹ barraXalumni.uv.es
² ferhueXalumni.uv.es

ÍNDICE

ÍNDICE	- 2 -
• INTRODUCCIÓN	
RESUMEN	- 3 -
CONTEXTO HISTÓRICO	- 3 -
FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	- 6 -
<i>Desintegraciones radioactivas</i>	- 6 -
<i>Conceptos fundamentales</i>	- 7 -
<i>Unidades de medida</i>	- 8 -
<i>Esquema de desintegración del Ra-226</i>	- 9 -
<i>Radiación ambiental</i>	- 10 -
• DISEÑO EXPERIMENTAL	
DETECTOR GEIGER-MÜLLER.....	- 12 -
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD	- 14 -
<i>Distribución de Poisson</i>	- 14 -
<i>Distribución de Gauss</i>	- 16 -
<i>Test del chi cuadrado</i>	- 18 -
• RESULTADOS Y CONCLUSIONES	
ESTUDIO DE LA RADIACIÓN AMBIENTAL	- 19 -
<i>Valor medio y ajuste a la distribución de Poisson</i>	- 19 -
<i>Atenuación</i>	- 21 -
ANÁLISIS DE LA DESINTEGRACIÓN DEL Ra-226	- 23 -
<i>Valor medio y ajuste a la distribución normal</i>	- 23 -
<i>Actividad de la fuente</i>	- 28 -
<i>Variación de la intensidad con la distancia</i>	- 30 -
CONCLUSIÓN	- 35 -

RESUMEN

En este experimento se han analizado las desintegraciones nucleares de una fuente radioactiva, Radio-226, mediante un contador de Geiger-Müller y se ha realizado un estudio previo de la radiación ambiental de fondo. Para ello, se han analizado los datos obtenidos para verificar que las emisiones radioactivas son azarosas y están gobernadas por las distribuciones de probabilidad de Poisson y de Gauss.

Los **objetivos principales** del experimento son:

- Estudio de la radiación ambiental de fondo.
 - Detección de la radiación y ajuste de las medidas a la distribución de Poisson.
 - Obtención del valor medio de la radiación ambiental en el detector.
 - Comprobación de la atenuación de la radiación en recintos cerrados.
- Análisis de la radiación de una muestra radioactiva.
 - Recuento de las desintegraciones y ajuste a la distribución de Gauss.
 - Determinación de la actividad total de la fuente.
 - Comprobación de la variación de la intensidad de radiación con la inversa del cuadrado de la distancia.

CONTEXTO HISTÓRICO

La radiactividad o radioactividad fue un fenómeno descubierto por Henri Becquerel (1852-1908) en 1896 en un mineral de uranio.

Becquerel investigaba la luz emitida por algunas sustancias (fluorescencia), entre ellas el sulfato de potasio-uranio, después de iluminarlas con luz solar. Un día de febrero de 1896 no pudo disponer de luz solar por estar el día nublado y guardó en un cajón de su mesa la sal de uranio y una placa fotográfica protegida por un papel grueso de color negro para continuar sus investigaciones cuando las condiciones meteorológicas fueran más favorables. Días más tarde, comprobó que la película fotográfica estaba velada, y como no había estado expuesta a la luz solar, la única explicación lógica era que la sal de uranio emitía algún tipo de radiación invisible capaz de impresionar la placa fotográfica.

Más tarde comprobó que otros compuestos de uranio tenían el mismo comportamiento; por tanto, el uranio era el causante de estas radiaciones. Desde entonces, a esta radiación invisible y penetrante, capaz de velar las placas fotográficas, ionizar gases y atravesar cuerpo opacos, se le denomina radiactividad o radioactividad. En las primeras investigaciones, este fenómeno era desconocido y se ignoraba tanto su comportamiento como su explicación. A los distintos tipos de radiaciones que se fueron descubriendo, al no saber exactamente de dónde provenían ni qué relación mantenían entre ellas, se les fueron asignando letras del alfabeto griego, análogamente a lo que sucedió con Röntgen y los rayos X, donde la equis tenía un significado literal: los mismos rayos y su origen eran una incógnita.

Dos años más tarde, el estudio del nuevo fenómeno y su desarrollo posterior lo encabezaron en gran parte a los esposos Pierre y Marie Curie, quienes encontraron otras sustancias radioactivas como el torio, polonio y el radio. La intensidad de la radiación emitida era proporcional a la cantidad de uranio presente, por lo que Marie Curie dedujo que la radioactividad debía de ser una propiedad atómica. Junto a su marido Pierre y Henri Becquerel obtuvo el premio Nobel en 1903. Además, Marie fue la primera persona en conseguir dos premios Nobel, así como una de las primeras mujeres científicas importantes y que sirvió de precedente y modelo para abrir el campo de la ciencia a la mujer. Por ejemplo, fue la primera mujer en asumir la cátedra (de su marido tras su muerte) en los

650 años de antigüedad de su universidad. Aparte, la pareja de investigadores presentó sus resultados a la sociedad y a la comunidad científica renunciando a las patentes con las que hubieran podido lucrarse. Marie Curie murió de cáncer, probablemente provocado por su prolongada exposición al radio, sustancia con la que realizó la mayoría de sus investigaciones.

En 1934, Enrico Fermi se encontraba en un experimento cuando descubrió que ciertas radiaciones emitidas en fenómenos no muy comunes de desintegración eran en realidad neutrones. En 1938, en Alemania, Lise Meitner, Otto Hahn y Fritz Strassmann verificaron los experimentos de Fermi. Y en 1939 demostraron que parte de los productos que aparecían al llevar a cabo estos experimentos era el bario. Al poco tiempo se confirmó que era el resultado de la división de los núcleos de uranio: la primera observación experimental de la fisión (desintegración del núcleo atómico en dos o más núcleos más pequeños).

Todas estas investigaciones y descubrimientos supusieron la apertura de una nueva rama de la física: la física nuclear, tan importante en nuestros días por sus numerosas aplicaciones y que se funde con la física cuántica para la explicación de fenómenos como la desintegración radioactiva que hasta entonces sólo se había descrito.



Figura 1 - Henri Becquerel en su laboratorio.



Figura 2 - Pierre y Marie Curie en su laboratorio.

Son muchas las aplicaciones que se han desarrollado a partir de la radiactividad y sus efectos; algunas de las más importantes son las siguientes:

- Localización de tumores y tratamiento del cáncer (radioterapia) destruyendo las células malignas. Por ejemplo, se utiliza cobalto-60 que emite radiación gamma y destruye las células cancerígenas.
- Otras aplicaciones médicas, tanto en prevención y detección como en terapia con radiación.
- Obtención de semillas con mejores cualidades.
- Producción de esterilidad en especies nocivas y plagas.
- Medida de espesores de materiales: láminas de papel o metálicas, plásticos, etc.
- Radiografías industriales.
- Aprovechamiento de la energía de la radiación: generadores eléctricos en la industria espacial, marcapasos en medicina, etc.
- Fechado radiactivo, para determinar fechas de hechos históricos o geológicos. (Carbono 14)

Cabe decir obstante los procesos radiactivos son, en su mayor parte, muy peligrosos sin la protección adecuada. Los daños biológicos producidos por las radiaciones dependen de su energía y de los iones producidos a su paso. Las radiaciones ultravioleta, los rayos X, muy penetrantes y energéticos y las radiaciones alfa a distancias muy pequeñas son las radiaciones más peligrosas para el cuerpo humano.

Con frecuencia se subestiman los peligros de las radiaciones debido a que, excepto para dosis muy grandes, sus efectos más perjudiciales sólo se aprecian varios años después. Dosis altas de radiación pueden producir cáncer y lesiones en los cromosomas con efectos genéticos negativos irreversibles. El daño causado es siempre proporcional a la dosis recibida.



Figura 3 - Viejo símbolo que indica el peligro de exposición a una radiación nuclear.



Figura 4 - Nuevo símbolo que indica el peligro debido a la cercanía de una fuente radioactiva.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Desintegraciones radioactivas

En ciertos núcleos atómicos pesados se presenta de manera natural un fenómeno denominado radioactividad. De dichos elementos se dice que son radioactivos, pues emiten radiaciones no visibles que son capaces de impresionar placas fotográficas, atravesar cuerpos opacos a la luz ordinaria, producir fluorescencia, así como ionizar gases, por lo que también se denomina radiación ionizante.

La radioactividad es una propiedad de los isótopos que son inestables (radioisótopos). Un núcleo está caracterizado por un número atómico Z (número de protones en el núcleo) y un número másico A (número de nucleones: protones y neutrones). Por tanto, los isótopos son núcleos con un mismo número de protones Z, pero diferente número másico A, por lo que cambia el número de neutrones en dicho núcleo.



(Representación esquemática del núcleo atómico de un elemento X.)

Así pues, los isótopos que son inestables, es decir, que se mantienen en un nivel de energía excitado respecto del fundamental, se desintegran espontáneamente descendiendo sus capas nucleares al nivel de energía fundamental y emitiendo la diferencia de energía en forma de radiación. Esta radiación puede ser emitida de diversas formas, como puede ser la variación del estado de los nucleones, de forma que hay una emisión de radiación gamma; o con una variación del propio isótopo, donde se pueden emitir desde el núcleo electrones, protones, positrones, neutrones o partículas más pesadas. (Otro tipo de radiación, que no es propiamente nuclear, es aquella en la cual se generan rayos X, donde son electrones los que cambian de estado de energía y emiten dicha radiación).

En este escrito nos limitaremos a describir el fenómeno de la radioactividad, pues su explicación involucra procesos cuánticos complicados que no hemos estudiado; aunque básicamente se produce a causa de un desajuste entre el número de protones y neutrones, que condicionan la cohesión del núcleo mediante fuerzas nucleares. Se pueden distinguir cuatro tipos de radiación nuclear, como aparece en la siguiente tabla:

Tabla 1 - Clasificación en tipos de emisiones radioactivas.

Tipo de Emisión	Variación núcleo	Energía MeV	Velocidad	Penetración aire
α	$2p+2n$ 	1,8-8.8	$\leq 10\%$ luz	Baja
β^-	$n \longrightarrow p + e^-$ 	0,3-5	$\leq 90\%$ luz	Media
β^+	$p \longrightarrow n + e^+$ 	"	"	"
Cap. elect.	 $e^- + p \longrightarrow n + \text{Fotones}$ 	0,05-3	= luz	"
γ	$E_1 \longrightarrow E_2 + \text{Fotones}$ 	0,05-3	= luz	Alta

En la radiación α , el núcleo se desintegra en un núcleo más ligero (con 4 nucleones menos), emitiendo los 2 protones y 2 neutrones excedentes, es decir, un núcleo de Helio con carga positiva (He^{++}).

La radiación β está formada por electrones o positrones. En el proceso de la radiación β^+ , un protón se convierte en un neutrón que permanece en el núcleo y en un positrón (electrón con carga positiva), que es emitido al exterior como radiación. En el caso de la radiación β^- , un neutrón se desintegra en un protón y un electrón, el último de los cuales es emitido al exterior del núcleo. Además, si se hace un balance de energía, se deduce que se expulsa una partícula masiva sin carga muy difícil de detectar: un neutrino o un antineutrino (electrónicos) en la radiación β^- y β^+ respectivamente.

La captura electrónica es el proceso por el cual, en un elemento con un exceso de protones, el núcleo atómico captura un electrón que, al unirse con un protón, se transforma en un neutrón y emite fotones. En este proceso, la radiación emitida es de naturaleza electromagnética.

Un caso similar es la radiación γ , en la cual se emiten fotones. En realidad, no hay una desintegración del núcleo propiamente dicha. El núcleo está en un nivel de energía excitado, y al desexcitarse a un nivel de energía menor, se emite la diferencia de energía en forma de onda electromagnética. Esta radiación suele acompañar a los procesos de desintegración α y β , al quedarse el núcleo en un nivel de energía excitado tras emitir dichas radiaciones.

En cuanto a la atenuación de estas radiaciones, se puede comprobar experimentalmente que puede detenerse esta radiación mediante la colocación de láminas, como ilustra la siguiente figura:

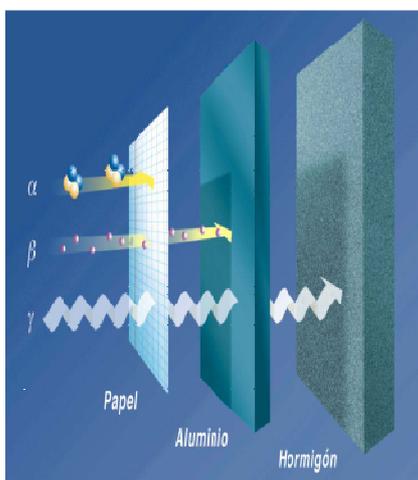


Figura 5 - Atenuación de las distintas radiaciones con láminas.

Nota: Para atenuar totalmente la radiación γ es necesaria una pared de hormigón o de plomo de al menos medio metro de espesor.

El fenómeno de la atenuación de la radiación al atravesar materiales es muy utilizado en la industria para medir los espesores y determinar las características de distintos materiales.

La desintegración radioactiva es un proceso en el cual se libera energía (exotérmica). Esta desintegración es espontánea, es decir, sin la actuación de un agente externo. Por el contrario, se puede provocar la desintegración de un núcleo en dos más pequeños mediante distintos procesos, como el bombardeo de un núcleo con neutrones. Mediante este fenómeno, denominado fisión nuclear, se puede obtener una cantidad enorme de energía.

Conceptos fundamentales

Las desintegraciones radioactivas transcurren al azar. De un núcleo aislado no podemos decir en qué instante se desintegrará, pero podemos predecir el comportamiento de un número muy elevado de núcleos radiactivos idénticos. Se puede comprobar que el número de núcleos radiactivos N disminuye con el tiempo de forma exponencial integrando la expresión diferencial:

$$dN = -\lambda N dt \rightarrow \int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t=0}^t dt \rightarrow \ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t \Rightarrow N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad [2]$$

El signo menos se debe a que el número de núcleos radiactivos disminuye con el tiempo. N_0 es el número de núcleos radiactivos en el origen de tiempos. λ es la llamada constante de desintegración radioactiva y representa la inversa de la vida media τ .

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = cte \quad [3]$$

La vida media de un radioisótopo es el tiempo promedio de vida de un átomo radioactiva antes de desintegrarse. El tiempo que transcurre hasta que la cantidad de núcleos radioactivos de un isótopo radioactivo se reduzca a la mitad de la cantidad inicial es el período de semidesintegración, período, semiperíodo, semivida o vida mitad. En consecuencia, la actividad de la muestra se reduce a la mitad de la inicial.

$$T_{sem} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad [4]$$

La actividad de una muestra es el número de decaimientos (desintegraciones) que ocurren en dicha fuente por unidad de tiempo en promedio (unidad: Becquerel). La actividad disminuye a medida que pasa el tiempo de manera exponencial y el descenso es más apreciable cuanto menor es el período de semidesintegración:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad [5]$$

La constante de desintegración radioactiva λ se puede definir equivalentemente como la constante de proporcionalidad entre el número de desintegraciones por segundo y el número de átomos radiactivos.

$$\lambda = \frac{A}{N} = cte \quad [6]$$

Tanto el número de núcleos radioactivos como la actividad disminuyen exponencialmente, pero su cociente es constante. Por tanto, cada radioisótopo tiene un semiperíodo y λ característicos, en general diferentes del de otros isótopos, por lo que es una manera de caracterizarlos. Este valor es una constante inalterable, a no ser que la sometamos a altas energías o bombardeemos la muestra con partículas muy energéticas e induzcamos procesos de fisión, fusión o transmutación de elementos.

Unidades de medida

Se pueden definir unidades de medida relacionadas con las desintegraciones radioactivas, en particular con el número de partículas detectadas o absorbidas en un tiempo determinado.

Tabla 2 - Unidades de medida de las desintegraciones radioactivas.

<i>Dosis detectada</i>	Becquerel	1 Bq	1 dps
	Curie	1 Ci	$3,7 \cdot 10^{10}$ dps
<i>Dosis absorbida</i>	Gray	1 Gy	1J/kg=100rad
<i>Dosis equivalente</i>	Sievert	1 Sv	$k_\alpha=20; k_{\beta,\gamma,X}=1,7$

La dosis detectada es el número de partículas detectadas en un contador y se mide en Bq, que equivale a una desintegración por segundo, o en Ci, que es una unidad de medida mayor. El origen de esta unidad se debe a Marie y Pierre Curie, que la definieron como la actividad de 1g de Ra-226, que equivale a 37GBq.

La dosis absorbida hace referencia a la energía depositada en cada unidad de masa a causa de la irradiación en un sistema físico o biológico y depende, principalmente, de la cantidad de energía transferida al volumen irradiado. La unidad de medida es el Gy que equivale a la absorción de un J de energía ionizante por un kg de material irradiado. 1Gy es igual a 100 rad (dosis absorbida de radiación Röntgen; 1R es una medida de la carga eléctrica depositada por los rayos X en aire seco en condiciones estándar).

La dosis equivalente se obtiene multiplicando la dosis absorbida en Gy por un factor k, dependiendo de la naturaleza de la radiación. La radiación alfa, que es una de las más dañinas para el cuerpo humano, tiene un factor de multiplicación alto respecto a otro tipo de radiaciones. 1Sv equivale a 1 rem (Röntgen equivalente en hombre, que se obtiene al multiplicar los rad por los mismos factores).

En biología y medicina se emplean otras medidas como la dosis efectiva que introduce nuevos factores dependiendo del efecto de la radiación en el tejido del cuerpo que la absorbe.

Esquema de desintegración del Ra-226

La muestra con la que realizaremos nuestro experimento es el Ra-226, por lo que comentaremos explícitamente el esquema de desintegración, el producto en el que decae y la radiación emitida. El radio es un metal blanco (se ennegrece al exponerse al aire), que pertenece al segundo grupo y séptimo período de la tabla periódica. Su símbolo es Ra y su número atómico, 88. Es extremadamente radioactivo, un millón más de veces que el uranio. 1g de Ra-226 tiene una actividad de 1 Ci y emite una radiación cuya energía es de aproximadamente 420J/h.

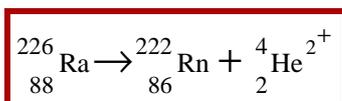
Al elemento Radio, palabra que proviene del latín *radius*, se le otorgó ese nombre por la radiación que emitía, de donde deriva el nombre de radioactividad, pues fue una de las primeras sustancias en las que se detectó e investigó la radiación, principalmente por el matrimonio Curie.

El radio es un producto de descomposición del uranio, tiene 25 isótopos diferentes, cuatro de los cuales se encuentran en la naturaleza. El más común es el Ra-226, además de ser el más estable o longevo (período de semidesintegración mayor). El Ra-226 es producto de la desintegración de U-238, un isótopo muy longevo (semivida de 4 mil millones de años) del uranio, y decae en Rn-222. El radón (Rn) es un gas noble altamente radioactivo, con un período de semidesintegración de tres días. En la siguiente figura aparece la cadena de desintegración del U-238.

Como se observa en la figura, el radio surge a partir del Uranio-238, tras varias desintegraciones en las que se emiten partículas α y β . La radiación α provoca cambios en el número másico de cuatro en cuatro, por lo que tras emitirse tres partículas α se obtiene Radio-226. Éste tiene un período de semidesintegración muy largo, de 1600 años, y decae en Radón-222 emitiendo una partícula α . La cadena de desintegración termina con el plomo-206, que es ya un producto estable.

Como dato de interés, cabe destacar que el Polonio-210 es la sustancia con la que envenenaron a Alexander Litvinenko, antiguo agente de los servicios secretos rusos y opositor del gobierno del Kremlin. Otro dato curioso es que el tabaco contiene altas dosis de Polonio-210 y Plomo-210, que son nocivas para la salud (400rad/año fumando un paquete y medio diario). Esa dosis es equivalente a hacerse una radiografía en el tórax cada día. (36)

En concreto, la reacción nuclear de desintegración del Ra-226 es la siguiente:



[7]

Asimismo, podemos representar dicha reacción gráficamente:

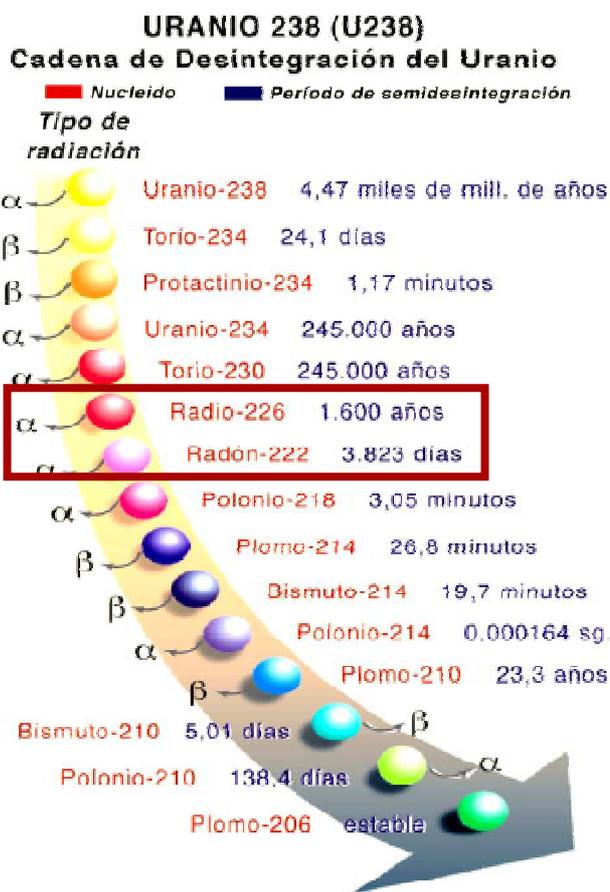


Figura 6 - Cadena de desintegración del U-238.

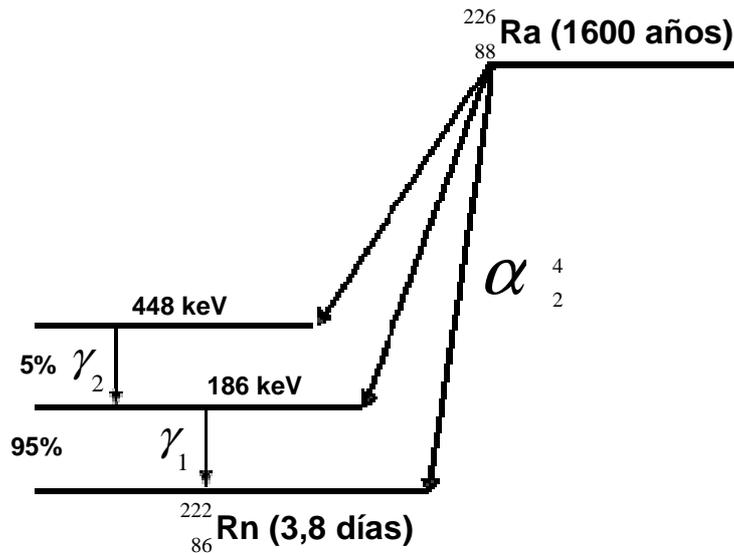


Figura 7 - Esquema de desintegración del Ra-226.

Como se observa, el Ra-226 se desintegra en Rn-222 emitiendo una partícula α (2 protones y 2 neutrones). Además, el núcleo puede permanecer en un estado excitado tras la desintegración, por lo que al pasar a un nivel de menor energía (nivel fundamental), emite la diferencia de energía en forma de radiación electromagnética. Se distinguen principalmente dos tipos de rayos correspondientes a los diferentes niveles discretos de energías en el núcleo excitado, donde una de las radiaciones γ predomina notablemente sobre la otra.

Radiación ambiental

En la Tierra, todos los seres vivos estamos siendo atravesados continuamente por radiación. Esta radiación de fondo es isótropa y uniforme, aunque se atenúa al atravesar ciertas paredes. La radiación que recibimos puede ser artificial o natural.

En nuestro planeta hay multitud de partículas con poder ionizante, como pueden ser protones, partículas α , muones, fotones, neutrones, mesones... Estas partículas pueden viajar a velocidades altas y atravesar nuestro cuerpo, con lo que estamos sometidos constantemente a una radiación de fondo que en principio no es perjudicial para nuestra salud.

El origen natural se debe a los radioisótopos presentes en la naturaleza, como el del potasio (K-40) o el del radón (Rn-226), un gas muy común y que está presente sobre el suelo. Además, recibimos radiación del exterior de nuestra atmósfera procedente de los rayos cósmicos, que se originan según distintas hipótesis en distintos fenómenos en el espacio como explosiones de estrellas, erupciones solares, agujeros negros supermasivos, estrellas binarias de rayos X, etc. Las partículas que forman estos rayos cósmicos (90% de protones) viajan a velocidades cercanas a las de la luz e ionizan la atmósfera al atravesarla. En consecuencia, la ionización de la atmósfera es mayor cuanto mayor sea nuestra distancia a la superficie de la Tierra. Por tanto, la radiación anual media que recibe un habitante que vive a miles de metros de altura es bastante más alta que la de uno que vive al nivel del mar. Es por ello, por lo que en los viajes en avión estamos sometidos a una radiación mayor, en especial los pilotos, que tras tantas horas de vuelo reciben una radiación comparable a un profesional que trabaja en una central nuclear o que manipula sustancias radioactivas.

Las sustancias radioactivas presentes en la naturaleza surgen a partir de las cuatro series radioactivas naturales que existen, partiendo todas ellas de un elemento inicial (los núcleos más pesados) y emitiendo partículas alfa, beta y gamma hasta llegar hasta un núcleo estable, punto en el cual se detiene la cadena. La emisión de partículas alfa es la responsable de que sólo existan cuatro series, pues es la desintegración en la cual se reduce el número másico en 4 unidades. Las tres series que se encuentran en la tierra son las del uranio (U-238), el actinio (se inicia con U-235) y el torio (Th-232), mientras que la del Plutonio (se inicia con Np-237) ya ha desaparecido en la tierra y sólo se puede generar de forma artificial.

La presencia de abundante material radioactivo en la Tierra de forma natural lleva a la conclusión de que cerca de la Tierra debió de haber una explosión de una estrella, fenómeno en el cual se desprende gran cantidad de uranio y plutonio. Aparte, los rayos cósmicos que inciden sobre nuestro planeta reaccionan con otras partículas y generan radioisótopos como el C-14, isótopos del hidrógeno, berilio, sodio, etc. (radionucleidos cosmogénicos). Los rayos cósmicos son altamente energéticos (con energías muy superiores a las logradas en un acelerador de partículas), aunque parte de ellos son desviados por el campo magnético terrestre que actúa sobre dichas partículas cargadas eléctricamente en movimiento. La atmósfera también actúa como filtro al descomponerse estos rayos mediante reacciones nucleares en rayos secundarios generando las partículas citadas anteriormente. Principalmente se forman piones, que son inestables y se desintegran en neutrinos y muones, que son la mayor parte de las partículas de los rayos cósmicos que alcanzan la superficie terrestre. ($1\mu\text{s}\cdot\text{cm}^2$)

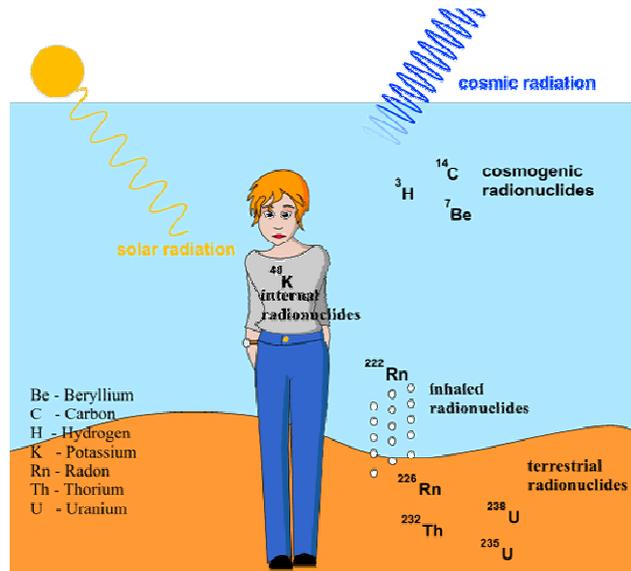


Figura 8 - Fuentes de radiación natural.

Nota: El Rn-222 es un gas muy común que constituye la mitad de la radiación ambiental que recibimos.

En cuanto a la radiación solar, hay que resaltar la importancia de la capa de ozono, que refleja parte de dicha radiación protegiendo nuestra piel. Esta radiación puede enrojecer y quemar la piel y puede provocar la aparición de cáncer de piel. Por ello, la existencia de agujeros en la capa de ozono es bastante peligrosa para los humanos y los seres vivos en general.

Tras el descubrimiento de la radioactividad, los experimentos y la utilización de dichas sustancias con distintos fines por el hombre han provocado un aumento de la radiación emitida y una contribución artificial a la misma a causa de estas actividades. Entre ellas están las prácticas médicas, las centrales nucleares y las pruebas de armamento nuclear.

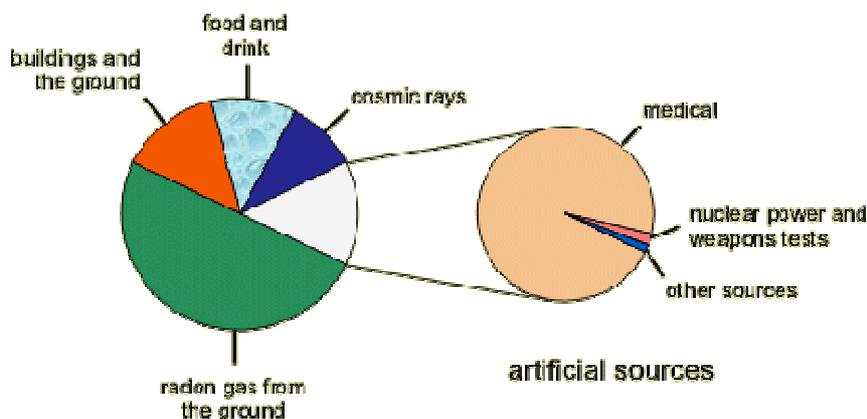


Figura 9 - Fuentes de la radiación ambiental.

Nota: la dosis efectiva anual en promedio es de 2,4mSv.

DETECTOR GEIGER-MÜLLER

En nuestro experimento para analizar la radioactividad ambiental y de la muestra decidimos emplear un detector sencillo que nos permite tomar las medidas adecuadas para los resultados que pretendemos obtener. Sólo necesitamos contar las desintegraciones y no de qué tipo son, ni la energía que se desprende en ellas. Por ello escogemos el detector Geiger-Müller. Un contador Geiger-Müller o simplemente contador Geiger es un instrumento que permite medir la radioactividad de un objeto o lugar. Está formado básicamente por una cámara de ionización, que consiste en un recipiente metálico, normalmente cilíndrico, con paredes gruesas aislantes. El cilindro es un cátodo y a lo largo de su eje longitudinal hay un alambre muy delgado que forma el ánodo, y que suele ser de tungsteno (volframio). Su interior está lleno de un gas fácilmente ionizable, tal como el argón o el criptón (90%) y etanol (10%).



Figura 10 - Esquema de la cámara de ionización del detector Geiger-Müller

El funcionamiento de dicha cámara de ionización es el siguiente: las radiaciones provenientes del exterior atraviesan la ventana de mica situada en una de las bases del cilindro. La partícula radioactiva entrante produce que el gas encerrado en dicha cámara se ionice, es decir, los átomos que componen el gas liberan un electrón y se quedan eléctricamente cargados, por lo que pueden formar una corriente.

A bajos voltajes entre los electrodos, los iones con cargas opuestas tienden a recombinarse y por tanto la corriente que circula es muy baja, con lo que el contador prácticamente no detecta ninguna corriente. Pero cuando se le aplican voltajes muy altos (diferencias de potencial constante de 1kV entre los electrodos), los iones ganan energía por lo que el movimiento de éstos impide su recombinación. Los iones primarios (los átomos que se han ionizado directamente) se aceleran entre los electrodos e ionizan los átomos del gas que se encuentra en su camino, con lo que se produce una reacción en cadena. Esta “avalancha” produce un pulso de corriente detectable. Este pulso eléctrico, de aproximadamente 1V, es registrado gracias a los electrodos por el contador Geiger en un contador digital.

Así pues, un detector G.M. permite determinar con gran precisión el número de partículas radioactivas que lo atraviesan en un intervalo de tiempo, pero no reconoce el tipo de partícula y da una información muy vaga acerca de dónde proviene la radiación. Es decir, localiza muy bien la trayectoria de una partícula en el tiempo pero no en el espacio.

Para el correcto funcionamiento del contador se debe hacer un calibrado inicial para establecer adecuadamente la diferencia de potencial entre los electrodos, de manera que el funcionamiento sea el más eficaz posible. La curva denominada “plateau” es la que representa el pulso en función del voltaje entre los electrodos y puede emplearse para determinar adecuadamente la región eficaz de trabajo del detector.

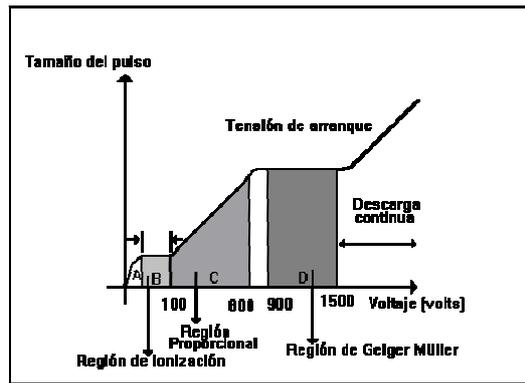


Figura 11 - Regiones de trabajo de la cámara de ionización de un contador G.M. Curva “Plateau”

En cuanto al funcionamiento interno, hay que destacar que el detector debe hacer una corrección al contar las desintegraciones, puesto que si dos partículas radioactivas llegan al mismo tiempo no es capaz de distinguirlos. Necesita un pequeño lapso de tiempo para que los gases se recombinen y se establezca la cámara después del pulso eléctrico anterior para poder detectar el siguiente. Este tiempo es muy pequeño, de unos micro segundos, y se denomina tiempo muerto o de recuperación. Aun así, el contador es muy sensible, además de ser manejable (respecto a otros contadores más complicados) y reducir el error humano al mínimo (al incluir por ejemplo la opción de contar en intervalos de 10s).

Como ya se ha indicado, el montaje fue bastante sencillo: simplemente se coloca el contador Geiger³ sobre una rejilla metálica a la que se adhiere por acción de unos imanes naturales. Se sitúa aleatoriamente en el caso del estudio de la radiación ambiental y orientado hacia la muestra en el caso de la muestra de Ra-226. Conviene prestar especial atención en que alrededor no haya otros elementos radioactivos que puedan interferir en los registros del contador y distorsionen los resultados (como, por ejemplo, relojes con esfera fluorescente u otras muestras radioactivas).

Una vez colocado el contador Geiger en el sitio adecuado se procede a la toma de medidas que va mostrando el contador digital que está conectado al contador Geiger, que no son más que el número de desintegraciones que están creando esos impulsos de corriente. Las medidas se toman pulsando el botón de “start” hasta que se detiene (en la posición de contar 10s), se anotan los datos, se borra el número del detector pulsando “null” y se vuelve a presionar “start”.

El número de desintegraciones se va anotando directamente en un ordenador donde, a medida que se van tomando las medidas, se representa un diagrama de barras o histograma con las frecuencias observadas. La gráfica nos indicará el tipo de distribución (Poisson o Gauss) que siguen las desintegraciones registradas.

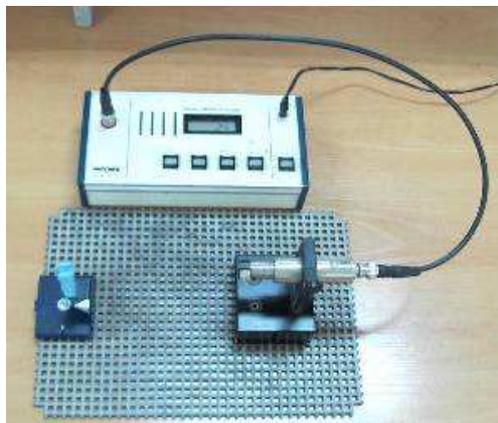


Figura 12 - Contador G.M. utilizado en el experimento.

³ A lo largo de todo el procedimiento al contador Geiger se le ha quitado una pequeña membrana protectora con el fin de tener una mayor sensibilidad.

El procedimiento particular se detalla separadamente en cada apartado. Tan sólo comentar que la muestra elegida de Ra-226 tenía cierta antigüedad, con lo que parte de sus núcleos ya se habrán desintegrado. No obstante, al ser el producto de desintegración radón un gas, estamos seguros de que no hay residuos de otro tipo en la muestra de radio. Además, el período de semidesintegración es muy largo. Por tanto, la elección de la muestra radioactiva es adecuada y no existirá distorsión por contaminación de otros residuos radioactivos y podemos además comparar los valores experimentales de la actividad con los iniciales de la muestra.

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Una vez hemos detectado las cuentas, debemos tratar esos datos mediante un modelo matemático adecuado. Ese modelo son las distribuciones de probabilidad, que nos ayudarán a interpretar los resultados adecuadamente. Para ello necesitamos hacer un número elevado de medidas, cuantas más, más fiable será nuestro resultado final y el ajuste a dichas distribuciones (Poisson, Gauss y test de χ^2).

Las desintegraciones radiactivas transcurren al azar, espontáneamente, sin la mediación agente externo. El proceso de desintegración de un núcleo es un proceso estadístico: no podemos predecir el momento en el que un núcleo aislado se desintegrará, pero podemos describir el comportamiento de un número muy elevado de núcleos radiactivos idénticos. Como se verificará experimentalmente, un proceso de tales características viene gobernado por el modelo matemático de la distribución de Poisson.

Distribución de Poisson

La distribución de Poisson fue descubierta por Siméon-Denis Poisson (1781-1840). Ésta es una distribución de probabilidad discreta que expresa la probabilidad de sucesos para un determinado valor en un cierto intervalo de tiempo, siempre y cuando los sucesos ocurran con una tasa media conocida.

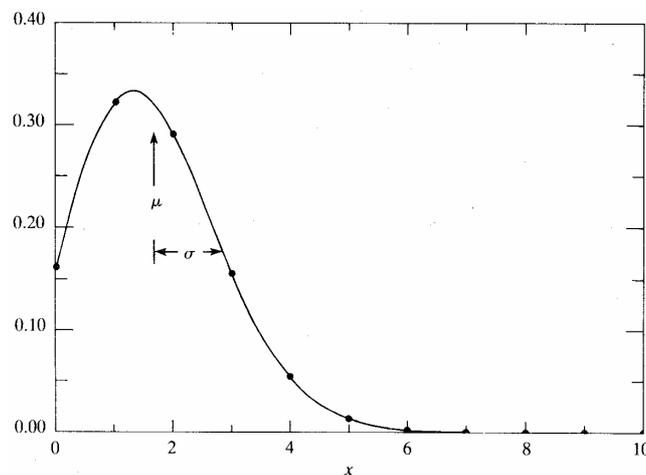


Figura 13 - Curva⁴ característica de una distribución de Poisson.

Una distribución de Poisson se caracteriza por:

- La **probabilidad** de obtener un determinado un valor discreto x dada una media μ :

$$P_{\mu}(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} \quad [8]$$

⁴ La curva representada no es la distribución de Poisson, sólo sirve para visualizar mejor la misma al unir los valores discretos.

- Sólo depende de **un parámetro: μ** , que puede ser o no entero⁵.
- La variable x es discreta, es decir, puede tomar valores enteros no negativos del 0 a infinito.
- Al igual que en la distribución de Gauss, la distribución de Poisson verifica la **condición de normalización**.

$$\sum_{x=0}^{\infty} P_{\mu}(x) = 1 \quad [9]$$

- El **valor medio** de la distribución es igual a su variable dependiente μ , es decir:

$$\bar{x} = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot P_{\mu}(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} = \mu \quad [10]$$

- Su **varianza** es igual a su variable dependiente μ , es decir:

$$\sigma^2 = \sum_{x=0}^{\infty} (x - \bar{x})^2 P_{\mu}(x) = \sum_{x=0}^{\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} \quad [11]$$

Desarrollando queda finalmente que la desviación estándar es la raíz de la media:

$$\sigma^2 = (\mu^2 + \mu) + \mu^2 - 2\mu^2 = \mu \Rightarrow \sigma = \sqrt{\mu} \quad [12]$$

Por tanto, la desviación estándar está ligada a la media. Por tanto, la desviación típica que le hemos de asignar a cada medida x es $s = \sqrt{x}$. El error de la media es la desviación estándar dividido entre la raíz del número de medidas.

En el caso de la radioactividad, el parámetro μ corresponde al número medio de desintegraciones en un intervalo registrado en la superficie del detector y será proporcional al intervalo de tiempo medido. k (constante si la actividad no varía apreciablemente) es la probabilidad por unidad de tiempo de que se desintegre un átomo.

$$\mu = k t \quad [13]$$

Cabe decir, que cuando en una distribución de Poisson el parámetro discreto μ es mayor que diez, la curva característica que describe ésta distribución se hace más simétrica y se aproxima a una distribución gaussiana (ambas se hacen indistinguibles para valores muy grandes).

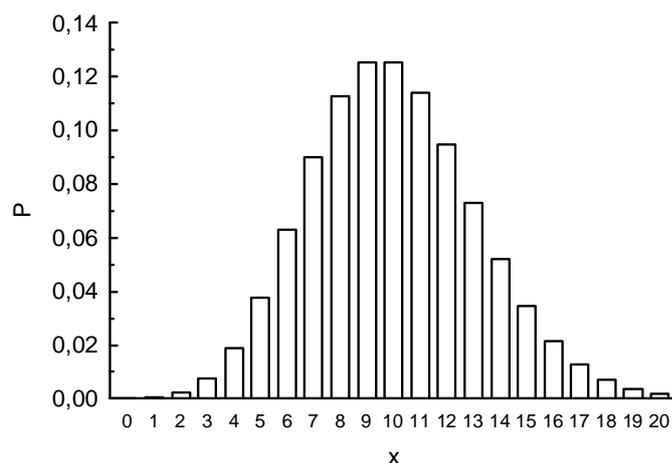


Figura 14 - Distribución de Poisson. $\mu=10$

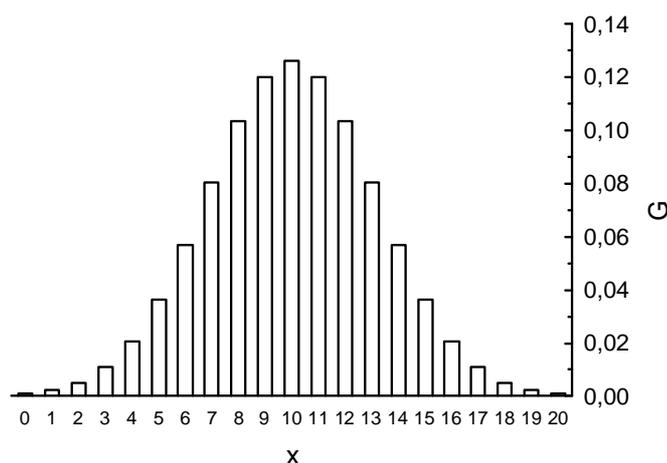


Figura 15 - Distribución de Gauss. $x_{med}=10, s=\sqrt{10}$

⁵ Si la media es un valor entero, se puede demostrar que $P_{\mu}(\mu) = P_{\mu}(\mu-1)$.

Distribución de Gauss

La distribución de Gauss (o normal) es una distribución de probabilidad que, gracias a sus propiedades tan particulares, es una de las distribuciones probabilísticas más empleadas en diferentes campos de la ciencia. Esto se debe a que la función de probabilidad que la define es una función simétrica en forma de campana (también es denominada campana de Gauss), por lo que se ajusta a gran número de aplicaciones estadísticas y sirve como modelo matemático para describir ciertos fenómenos.

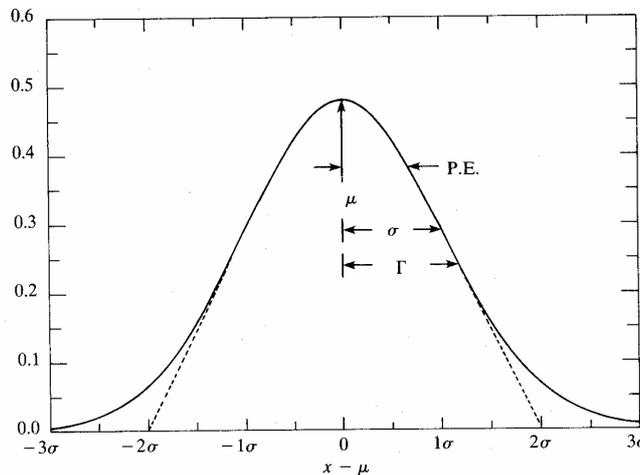


Figura 16 - Curva⁶ característica de la distribución de Gauss.

Una distribución gaussiana tiene las siguientes características:

- Su **función de densidad** de probabilidad viene dada por la expresión:

$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-X}{\sigma}\right)^2} \quad [14]$$

- Una **distribución límite**; de forma que cuantas más medidas se realicen en el experimento, más se aproximarán a la distribución acampanada, de forma similar a lo que sucede en la distribución de Poisson. Teóricamente habría que realizar infinitas medidas para alcanzar dicha distribución, lo cual es imposible. No obstante, el modelo describe con muy buena aproximación ciertos procesos en los que es posible tomar un número alto de medidas.
- Está **normalizada**:

$$N \rightarrow \infty \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \longrightarrow \text{Condición de normalización} \quad [15]$$

- Tiene su **máximo** en $x = X$, donde X coincide con el eje de simetría de la función de densidad.
- **Tiende a cero** rápidamente si $|x - X| \gg \sigma$, donde σ se define como la desviación estándar.

Como se puede observar la función de densidad depende de dos parámetros, X y σ , donde X es el máximo de la campana dada (ó el valor medio de las medidas) y σ es la desviación estándar. En una distribución de Gauss, la media de dicha distribución coincide con el valor máximo X de la campana, es decir $\bar{x} = X$. Efectivamente si calculamos el valor medio de la distribución tenemos que:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} xG(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-X}{\sigma}\right)^2} dx \quad [16]$$

⁶ En este caso, la curva sí que es la distribución y representa la densidad de probabilidad.

Haciendo el cambio de variable $y = x - X \Rightarrow dy = dx$ $y x = y + X$ se puede demostrar que:

$$\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} ye^{\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy + X \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \{0 + X\sqrt{2\pi\sigma^2}\} = X \quad [17]$$

Y su desviación estándar vendrá dada por:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 G_{X,\sigma}(x) dx \quad [18]$$

Haciendo el cambio de variable $y = x - X$ $y z = y/\sigma$ e integrando se obtiene al final que:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2 \rightarrow \text{varianza} \quad [19]$$

Normalmente la distribución de Gauss se suele transformar mediante la variable tipificada:

$$z = \frac{x - X}{\sigma} \quad [20]$$

Sustituyendo en $G_{X,\sigma}(x)$ nos queda:

$$G_{0,1}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad [21]$$

donde la función original esta tipificada en $N(0,1)$ y sólo dependerá de la variable z .

Todos los valores que se obtienen a partir de la función tipificada están tabulados puesto que la integral no tiene solución analítica. A partir de la parte entera y decimal de la variable z se obtiene la probabilidad final de encontrar un cierto intervalo de valores (restando dos probabilidades).

Para comparar las medidas realizadas con un valor teórico o aceptado se sigue el siguiente criterio:

$$\begin{aligned} |\bar{x} - a| &\leq 2\sigma_{\bar{x}} \rightarrow \text{resultado aceptable} \\ |\bar{x} - a| &\geq 2,5\sigma_{\bar{x}} \rightarrow \text{resultado inaceptable} \\ 1,96\sigma_{\bar{x}} &\leq |\bar{x} - a| \leq 2,6\sigma_{\bar{x}} \rightarrow \text{resultado no concluyente} \end{aligned} \quad [22]$$

Mediante la tipificación de las variables es inmediato obtener el nivel de confianza: la probabilidad de obtener una determinada medida dada una media. Así pues, es conocido el valor de 68%, la probabilidad de que la medida esté en el intervalo de una desviación estándar alrededor de la media. Para dos desviaciones estándar, la probabilidad es del 95%.

Una ventaja de la distribución de Gauss es que se pueden agrupar los valores en bins o intervalos de clase fácilmente y de manera simétrica respecto de la media y representarlos en un histograma de clases⁷. Además, dichos valores agrupados se pueden comparar con los valores tabulados para las tablas tipificadas, con lo que podremos comparar los resultados esperados con los experimentales. Esto resulta muy útil a la hora de ajustar unos datos cuando el número de medidas no es muy grande. Si se escoge una anchura de bin pequeña, el ajuste no será adecuado y visualmente se verá que faltan medidas para que realmente cuadre con una distribución de Gauss. No obstante, si se aumenta la anchura del bin, el ajuste será mejor tanto visual como cuantitativamente. Esto será de gran utilidad en este experimento, en el que no tendremos tiempo de realizar demasiadas medidas de las desintegraciones, con lo que la división en bins nos permitirá ajustar adecuadamente los datos a la distribución normal.

Por último, cabe comparar los dos tipos de distribuciones explicados:

⁷ El error asignable a los canales del histograma es aproximadamente la raíz del valor de la ordenada.

Tabla 3 - Comparación de las características de las distribuciones de Poisson y Gauss.

Poisson	Gauss
$x \geq 0$, natural	x : real
Variable discreta	Variable continua
Asimétrica	Simétrica
Un parámetro	⁸ Dos parámetros

Test del chi cuadrado

La forma de valorar cuantitativamente la bondad de un ajuste, tanto a la distribución de Poisson como a la de Gauss es mediante el test estadístico del chi cuadrado. El χ^2 es considerada como una prueba que mide la discrepancia entre una distribución experimental observada y otra teórica conocidos los parámetros característicos. Se define la cantidad:

$$\chi^2 = \sum_1^n \left(\frac{\text{observada}_i - \text{teórica}_i}{\text{error}_i} \right)^2 \quad [23]$$

Cuando mayor sea el χ^2 , es decir, la discrepancia entre los valores experimentales y los teóricos, peor será el ajuste entre las distribuciones; mientras que valores cercanos a n indicarán que el ajuste es mejor y que los valores experimentales concuerdan con lo esperado.

Cabe distinguir entre:

- Distribuciones límites: comparando k valores observados O_k con k valores esperados E_k . En el caso de la radioactividad, las desviaciones típicas son $\sqrt{E_k}$.

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(E_k - O_k)^2}{E_k} \quad [24]$$

- Ajuste de funciones: comparamos n valores medidos y_i con n valores esperados $f(x_i)$ las desviaciones típicas de las cuales son σ_i .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad [25]$$

Cuando a partir de una muestra de n datos o medidas se determina uno o más parámetros de la muestra, no es correcto comprar χ^2 con n sino con el número de grados de libertad. El número de grados de libertad se define como $\nu = n - l$, donde l son las ligaduras (ecuaciones empleadas para determinar los parámetros de la distribución a partir de las medidas experimentales). En el caso de la distribución de Poisson se consideran dos ligaduras: el número de datos y la media, mientras que en la de Gauss son tres (se añade la desviación estándar como nuevo parámetro).

χ^2 reducido (χ^2_{red}) se define como el cociente entre χ^2 y el número de grados de libertad (degrees of freedom). Debe ser del orden de 1 para que el ajuste sea aceptable.

$$\chi^2_{\text{red}} = \frac{\chi^2}{\nu} \approx 1 \quad [26]$$

Para valorar cuantitativamente si el ajuste es aceptable, se define el nivel confianza como la probabilidad de obtener un χ^2 mayor que el χ_0 obtenido para los ν grados de libertad. De nuevo hay que recurrir a las tablas donde aparecen dichos porcentajes dado χ_0 y ν .

Si el porcentaje es mayor o igual al 5% se considera el ajuste a la distribución aceptable, mientras que si es menor del 1% es inaceptable. Los valores intermedios no son concluyentes.

⁸ El que la distribución dependa de dos parámetros indica que la campana puede ser más achatada o más estrecha. Por el contrario, en la distribución de Poisson, dada una media, todas las distribuciones tienen el mismo aspecto puesto que la desviación estándar (que determina la anchura de la distribución) depende de la media.

ESTUDIO DE LA RADIACIÓN AMBIENTAL

Valor medio y ajuste a la distribución de Poisson

Para estudiar la radiación ambiental en el laboratorio con el objetivo de anular su contribución en posteriores medidas en la fuente radioactiva, procedimos de una manera sencilla: colocamos el detector en una posición cualquiera y lo conectamos a la corriente. Realizamos 150 medidas en intervalos de 10s, apuntando los valores registrados por el detector. Dicho contador tenía la opción de contar intervalos de 10s, con lo que la activamos para no tener que estar contando siempre mediante un cronómetro y reduciendo de esa manera un probable error humano. Inicialmente realizamos la comprobación con un cronómetro de que el tiempo de contaje del Geiger era efectivamente diez segundos. En consecuencia, consideramos que el error asignable al intervalo de tiempo era despreciable.

Tabla 4 - Medidas de la radiación ambiental con el detector Geiger-Müller.

2	4	4	3	4	7	3	4	4	3	4	2	2	4	1	2	4	5	3	4	2	7	3	2	2
0	6	4	3	1	3	2	2	3	2	3	0	2	4	4	3	4	4	4	0	2	8	2	2	6

Nota: Los valores representan el número partículas radioactivas que entran en el detector. El orden en el que fueron apuntándose las medidas, que es relevante para observar la aleatoriedad, es de izquierda a derecha y de arriba a abajo. Sólo se muestran 50 de los 150 valores que se tomaron para la radiación ambiental de fondo al no aportar nada nuevo.

A medida que íbamos apuntando las medidas, comprobábamos que las desintegraciones eran efectivamente aleatorias, con lo que los valores oscilaban considerablemente entre una y otra medida, alrededor de un valor medio. Esta observación son por tanto característica en el recuento de desintegraciones radioactivas. (Véase **Tabla 4**)

Se omite la tabla de medidas, pues la representación de los resultados en una tabla agrupada y en un diagrama de barras es mucho más ilustrativa.

Tabla 5 - Medidas de la radiación ambiental con el detector Geiger-Müller. Agrupación en n° de cuentas.

C	N (N _i =150)	E	(E-N) ² /E
0	8 ± 3	7	0,09
1	17 ± 4	22	1,06
2	38 ± 6	33	0,71
3	32 ± 6	34	0,08
4	34 ± 6	26	2,81
5	6 ± 2	16	5,84
6	7 ± 3	8	0,10
7	6 ± 2	3	1,95
8	1 ± 1	1	0,07
9	1 ± 1	0	0,72
s = 1,7		$\chi^2_{(v=8)}$	13,43
$\mu = 3,04 \pm 0,14$		χ^2_{red}	1,68
		CL	10%

Nota sobre las tablas: La columna C indica el número de partículas detectadas en un intervalo de diez segundos; la columna O, la cantidad de veces que se ha observado esa medida en el detector; la E representa el número de sucesos esperados teóricamente según la distribución de Poisson/Gauss para esa media. No se le asignan unidades, pues es un recuento. μ es la media de todas las medidas; s, la desviación estándar calculada a partir de todas las medidas. (Omitimos asimismo las unidades en C, la media y su desviación; por ser un recuento, aunque podría asignársele Bq/10). N_i es el número total de medidas. χ^2 es una cantidad que se decide redondear a dos cifras decimales, así como el reducido (χ^2_{red}) y CL es el nivel de confianza para v grados de libertad. Estos criterios se aplican en el resto de tablas del documento.

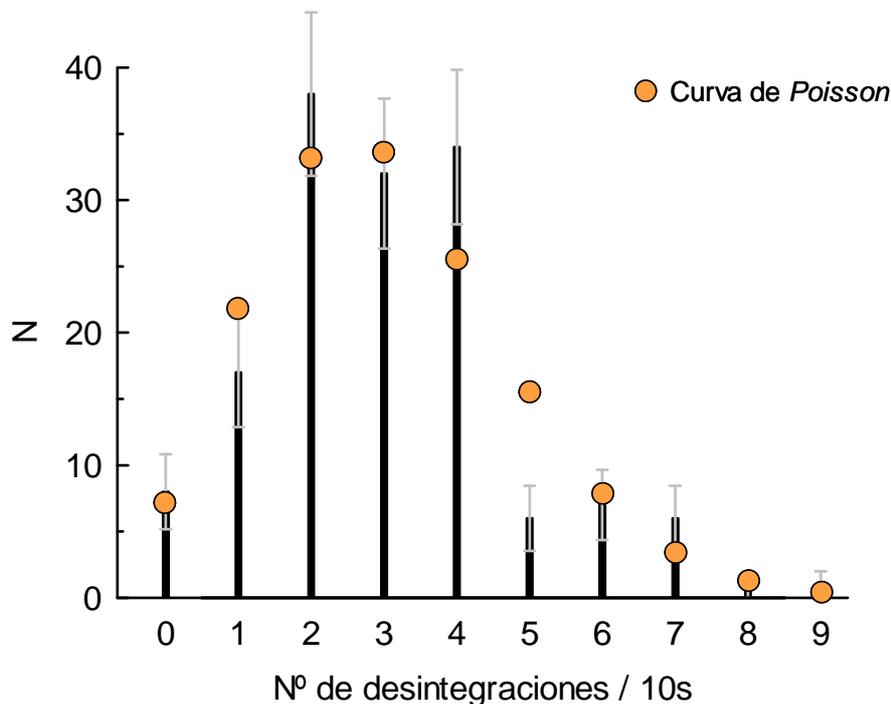


Figura 17 - Diagrama de barras:

Cantidad de veces N obtenido un determinado número de desintegraciones en un intervalo de diez segundos. Comparación con la distribución teórica de Poisson. $N_i=150$

Como se observa en la gráfica, el ajuste a la distribución de Poisson es aceptable, pues todos los valores teóricos excepto el sexto están comprendidos en el margen de incertidumbre de las medidas experimentales. En el caso de que hiciésemos un número de medidas mucho más elevado, el ajuste sería mejor. El hecho de que cuantas más medidas mejor es el ajuste se observó realizando el mismo proceso para 50 y 100 medidas, observándose que se ajustaba mejor cuanto mayor era el número de medidas.

Dados estos resultados, podemos concluir que la detección de partículas radioactivas, como cabía esperar, está gobernada por una distribución de Poisson, característica de los sucesos azarosos como lo son las desintegraciones radioactivas. Dicha distribución esta centrada en el valor medio μ y se ajusta a los valores experimentales con un nivel de confianza totalmente aceptable del 10%.

Podemos afirmar que el detector Geiger-Müller funciona correctamente y que las medidas que registra corresponden a desintegraciones radioactivas, pues los valores obtenidos son aleatorios y oscilan en su mayoría (68%) un intervalo equivalente a la desviación estándar respecto de la media, cuya raíz coincide con dicha desviación.

El valor medio obtenido equivale al número de desintegraciones en un intervalo de diez segundos en la superficie del detector. Si calculamos el fondo de radiación ambiental por segundo en una superficie:

$$A_{\text{amb}} = \frac{\mu}{10s \cdot S_{\text{det}}} \quad [27]$$

$$\delta(A_{\text{amb}}) = \sqrt{\delta_r(\mu)^2 + \delta_r(S_{\text{det}})^2} \quad [28]$$

$$A_{\text{amb}}(S) = 1980 \pm 170 \text{ Bq/m}^2$$

Conviene subrayar que este valor es aproximado, además de que puede variar según la hora en que se midan las medidas, las condiciones ambientales y otras circunstancias, como el lugar en el que se detectan, la dirección, etc. Esto refleja que la radiación de fondo no es estrictamente constante ni uniforme ni isótropa.

Atenuación

Para observar esta variación y comprobar la atenuación de la radiación ambiental en estancias protegidas, trasladamos nuestro detector a la repisa de la ventana del laboratorio, apuntando hacia el exterior. Registramos 25 medidas y representamos los resultados en una tabla y gráfica comparativas:

Tabla 6 - Comparación de la radiación ambiental interior y exterior.

C	N ($N_t=25$)	E	N_{int}	$(E-N)^2/E$
0	3 ± 2	0	1	13,36
1	2 ± 1	2	4	0,01
2	5 ± 2	4	6	0,43
3	6 ± 2	5	6	0,23
4	3 ± 2	5	4	0,73
5	5 ± 2	4	3	0,33
6	0	3	3	2,55
7	1 ± 1	1	1	0,14
8	0	1	1	0,71
9	0	1	1	0,50
s = 1,8		$\chi^2_{(v=8)}$		18,99
$\mu_{ext} = 4,0 \pm 0,4$		χ^2_{red}		2,37
$\mu_{int} = 3,04 \pm 0,14$		CL		1%

Nota: La columna N_{int} representa la columna E de la tabla anterior divididos sus valores entre 6 para poder comparar los valores adecuadamente.

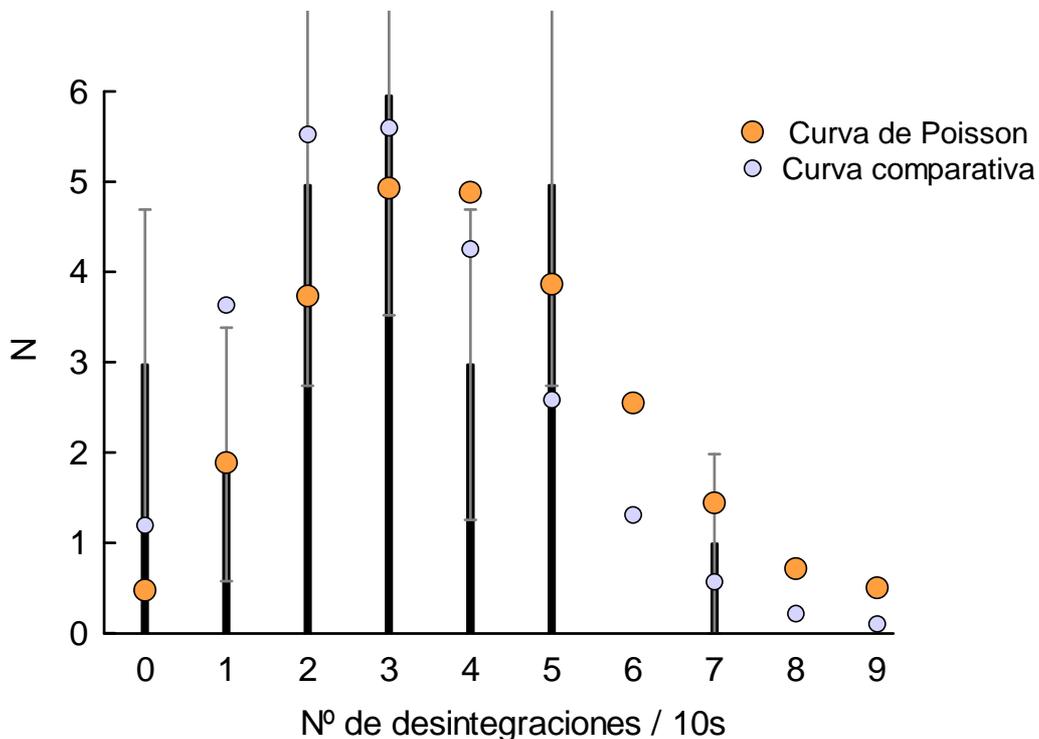


Figura 18 - Comparación de la radiación ambiental en el interior del laboratorio y el exterior. $N_t=25$

En efecto, se comprueba que ha aumentado la radiación ambiental, por lo que podemos deducir que existe una atenuación de las partículas radioactivas al atravesar las paredes de nuestro laboratorio. Este hecho confirma la descripción de la atenuación de la radioactividad alfa, beta y gamma con papel, aluminio y hormigón.

Al haberse realizado sólo veinticinco medidas, el nivel de confianza es muy bajo, con lo que el ajuste es inaceptable. Si comparásemos simplemente lo obtenido con los valores anteriores experimentales no podríamos extraer ninguna conclusión. No obstante, los valores teóricos obtenidos son muy orientativos, pues se aprecia que la media (exterior) es notablemente superior a la anterior (interior) y visualmente se observa el desplazamiento de la curva de Poisson hacia la derecha. Se ha comprobado este hecho eligiendo 5 grupos de 25 medidas de las 150 tomadas en el interior del laboratorio, con el mismo resultado en cada caso (menor que en el exterior). Por tanto, lo que no se ajusta a lo esperado es la distribución de Poisson a causa del número reducido de medidas tomado. Esta observación también se puede realizar a partir de la desviación estándar: mientras que en el caso anterior la desviación estándar coincidía en más decimales con la raíz de la media, en este caso, la desviación estándar es 1,8 y la raíz de la media 2.

Pese a este desajuste, la comprobación es concluyente y podemos afirmar que la radiación de fondo se ve atenuada al atravesar paredes puesto que el valor obtenido en el exterior del laboratorio es considerablemente mayor que el obtenido en su interior (un 30% más). El aumento podría deberse a la radiación solar (las medidas se realizaron por la mañana), al incidir la luz más directamente sobre el detector una vez se situó de cara al exterior.

ANÁLISIS DE LA DESINTEGRACIÓN DEL Ra-226

Valor medio y ajuste a la distribución normal

El análisis de la radiación del radioisótopo Ra-226 se realizó mediante una muestra cuya actividad era de 3,7kBq. Dicha muestra se situaba sobre un soporte adherido a una rejilla por medio de un potente imán para evitar movimientos. El detector, situado asimismo sobre la rejilla, lo orientamos en dirección a la abertura de la muestra a una distancia fija de $9,5 \pm 0,2\text{cm}$, que no se varió en ningún momento. El error en la distancia se debe a la incertidumbre respecto al punto donde estaba situada la fuente radioactiva, puesto que estaba recubierta parcialmente con un pequeño cilindro de plomo. Conectamos el detector de la misma manera que para el estudio de la radiación ambiental y realizamos 150 medidas. A medida que íbamos tomándolas comprobábamos de nuevo la aleatoriedad del número de partículas detectadas, lo que recuerda de nuevo que la desintegración es un proceso azaroso gobernado idealmente por el modelo matemático de la distribución de Poisson. Si representamos en una gráfica las medidas:

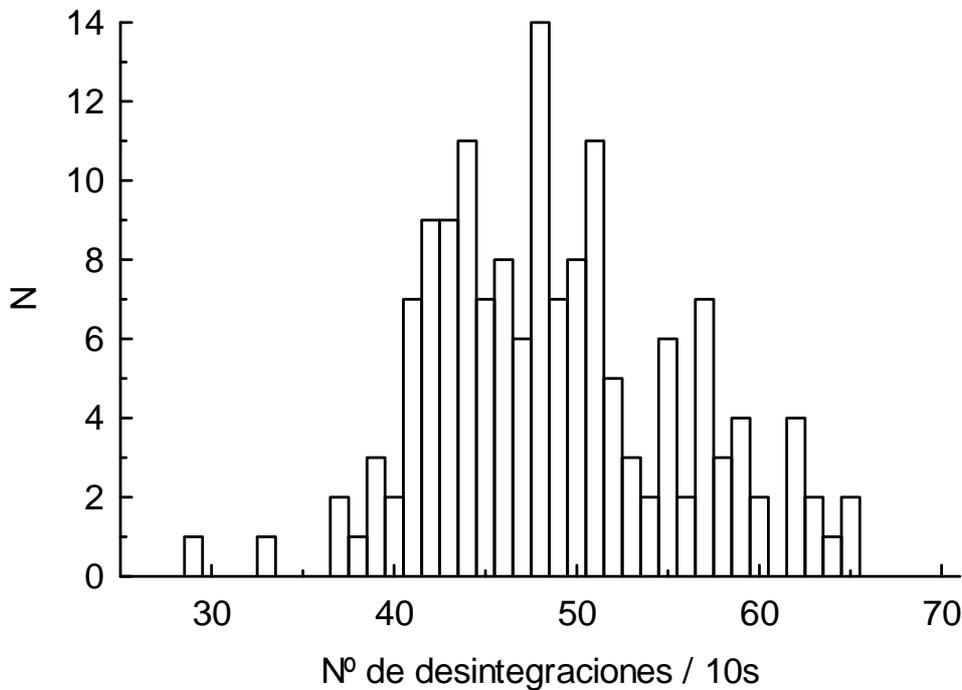


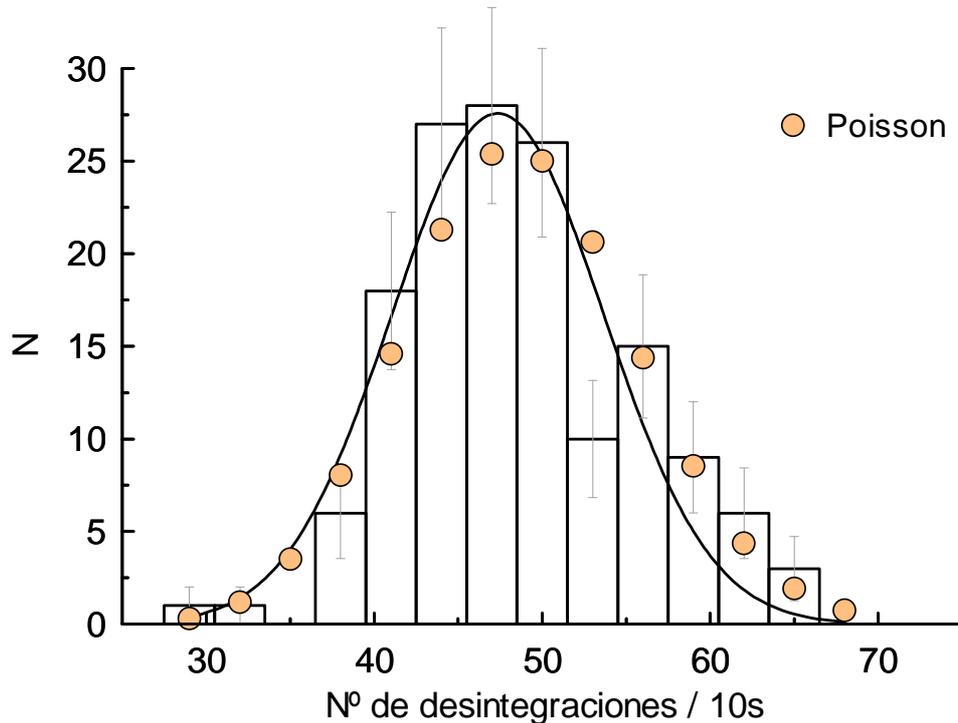
Figura 19 - Detección de partículas radioactivas emitidas por una fuente de Ra-226 mediante un detector Geiger-Müller. Representación de la cantidad de veces N observada cada medida registrada en el contador en intervalos de tiempo de diez segundos. $N_t=150$

Como se observa inmediatamente, no podemos visualizar ninguna distribución concreta a la que se puedan ajustar dichas medidas. Esto se debe a que el número de medidas realizadas es muy pequeño en comparación con la media de las medidas y su consecuente desviación estándar. Con el fin de ajustar los datos obtenidos de forma más adecuada, agrupamos las medidas en intervalos de clase, cuyas anchuras son de 3. Obtenemos la siguiente tabla y el consecuente histograma de clases:

Tabla 7 - Partículas detectadas en la desintegración del Ra-226. Agrupación de las medidas en intervalos de clase.

Bin	N (N _i =150)	E	(E-N) ² /E	
1	29	1 ± 1	0	1,58
2	32	1 ± 1	1	0,03
3	35	0 ± 0	4	3,52
4	38	6 ± 2	8	0,52
5	41	18 ± 4	15	0,79
6	44	27 ± 5	21	1,52
7	47	28 ± 5	25	0,27
8	50	26 ± 5	25	0,04
9	53	10 ± 3	21	5,48
10	56	15 ± 4	14	0,03
11	59	9 ± 3	9	0,02
12	62	6 ± 2	4	0,61
13	65	3 ± 2	2	0,59
14	68	0 ± 0	1	0,74
s = 7		$\chi^2_{(v=11)}$	15,75	
$\mu = 48,8 \pm 0,6$		χ^2_{red}	1,43	
		CL	17%	

Nota: La columna "Bin" representa el n° de bin y el valor central del bin. Anchura del bin=3.



**Figura 20 - Detección de partículas radioactivas emitidas por una fuente de Ra-226
Histograma de clases, anchura del bin=3. N_i=150**

[Curva de Gauss ajustada por mínimos cuadrados: coeficiente de correlación lineal r=0,94]

En este caso se aprecia que el ajuste es mucho mejor, pues prácticamente todos los intervalos son compatibles con lo esperado teóricamente según la distribución de Poisson. Como la media es un valor alto, se aprecia que dicha distribución es prácticamente simétrica, con lo que la podemos aproximar por una distribución normal o de Gauss, que es la curva representada en la figura y que ha sido ajustada por mínimos cuadrados. Visualmente se observa que tanto las medidas ex-

perimentales como las dos distribuciones se ajustan adecuadamente, aunque deberían realizarse un número mayor de medidas para eliminar los bins que se desvían de lo esperado [el tercero y el noveno, que como cabe esperar a partir del análisis visual de la gráfica son los que más contribuyen al χ^2 , (véase última columna de la **Tabla 7**). El nivel de confianza, no obstante, es bastante alto, aproximadamente del 17% (con respecto al modelo de la distribución de Poisson).

En cuanto al ajuste por mínimos cuadrados, se puede verificar que la media ajustada coincide con la media real así como la desviación estándar:

$$x_{\text{med}} = 48,8 \pm 0,6 \quad s = 7$$

$$x_{\text{m,aj}} = 47,4 \pm 0,5 \quad s_{\text{aj}} = 6$$

También se comprobó que la desviación estándar era equivalente a la raíz de la media.

Para ajustar según el modelo de la distribución normal de Gauss elegimos ocho intervalos de clase de manera que el cálculo de los valores esperados sea más cómodo al utilizar los valores tabulados. Así pues, los intervalos tendrán una anchura de media desviación estándar y el primero y el último comprenderán todas las medidas desde el 0 y hasta el infinito respectivamente para que la suma de todas las probabilidades de 1 (normalizado en la distribución de probabilidad) ó 150 (multiplicando por el número de medidas).

Se obtiene la siguiente tabla de valores y el correspondiente histograma de clases:

Tabla 8 - Partículas detectadas en la desintegración del Ra-226.
Agrupación de las medidas en 8 intervalos de clase ajustando a una distribución normal.

Bin	N (N _i =150)	E*	(E-N) ² /E
1	8 ± 3	10	0,41
2	18 ± 4	14	1,29
3	27 ± 5	22	0,91
4	35 ± 6	29	1,37
5	24 ± 5	29	0,77
6	13 ± 4	22	4,00
7	14 ± 4	14	0,00
8	11 ± 3	10	0,10
s = 6		$\chi^2_{(v=5)}$	8,86
$x_{\text{med}} = 48,8 \pm 0,6$		χ^2_{red}	1,77
		CL	12%

Nota: El valor medio sería el límite entre el cuarto y el quinto bin. La anchura de cada uno de ellos es de media desviación estándar excepto el primero y el último.

**En este caso, la columna E es el valor esperado según el modelo de la distribución normal.*

En la columna de los valores esperados se observa la simetría de la distribución normal respecto de la media. Si comparamos los valores teóricos con los experimentales se acusa de alguna manera el que hayamos aproximado con una distribución normal, puesto que en los datos experimentales se observa una concentración mayor de valores antes de la media, es decir, una distribución asimétrica (Poisson). Esto tiene como consecuencia que el nivel de confianza baje con respecto al anterior ajuste. Por ejemplo, en el sexto bin se observa un desajuste bastante grande tanto en la última columna de la tabla como en la gráfica posteriormente representada.

Respecto a los grados de libertad, en el caso de la distribución de Poisson se consideran dos ligaduras (la media y el número de medidas), mientras que en Gauss se toman tres, (se le añade el tercer parámetro: la desviación estándar, que es independiente de la media, a diferencia del caso de la curva de Poisson).

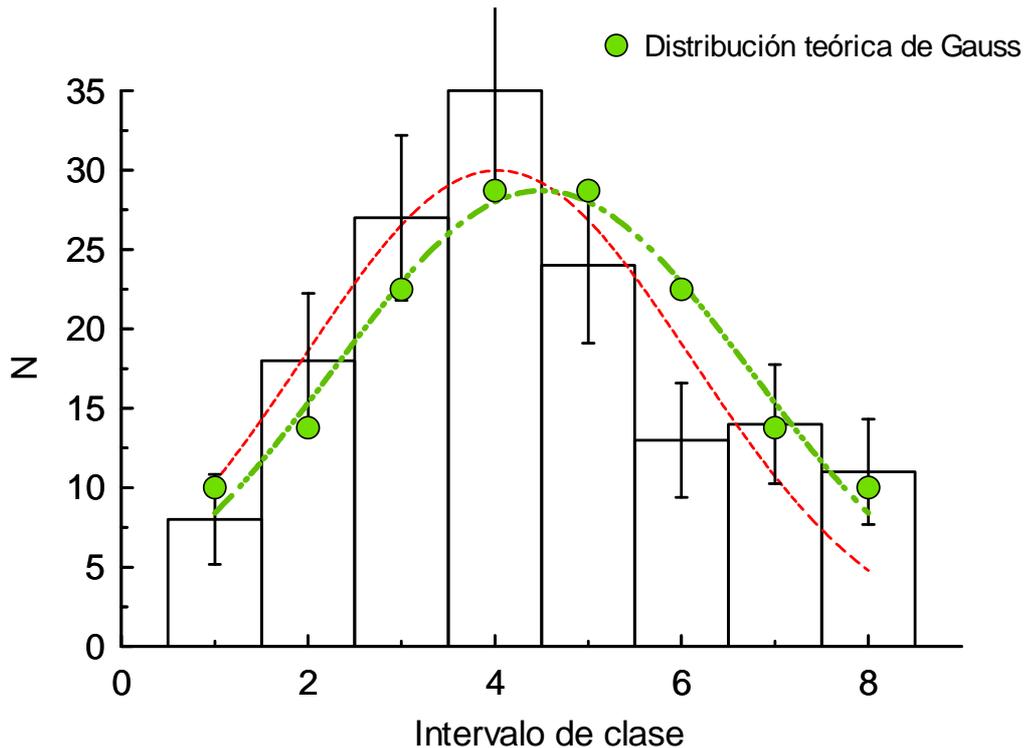


Figura 21 - Detección de partículas radioactivas emitidas por una fuente de Ra-226
Histograma de clases, división en ocho intervalos de clase y ajuste a una distribución normal. $N_t=150$
[Curva de Gauss ajustada por mínimos cuadrados (en rojo): coeficiente de correlación lineal $r=0,89$]

En cuanto al coeficiente de correlación lineal, podemos observar que ha disminuido considerablemente respecto al anterior ajuste. Esto se debe a los redondeos al dividir en bins y a la ligera asimetría en la distribución de los datos experimentales. Por tanto, se puede extraer la conclusión de que la elección de bins condiciona el ajuste notablemente. Hay que encontrar un término medio: ni una anchura de 1, pues no se aprecia la distribución, ni tan pocos como en este caso, pues se empieza a perder precisión en el ajuste. En nuestro caso, elegir 3 como anchura del bin ha sido la opción más adecuada, tanto para el nivel de confianza como para el ajuste por mínimos cuadrados.

Cálculo de la energía de las partículas alfa y de su masa, descripción de la muestra:

Completamente al margen de este análisis de los resultados obtenidos experimentalmente, podemos hacer un cálculo orientativo sobre los valores de la energía de las partículas alfa emitidas en este proceso de desintegración. Empleando los datos de las investigaciones de Marie Curie, sabemos que nuestra muestra de radio emite una energía equivalente a 42 $\mu\text{J/h}$. Esto corresponde a la emisión de 3700 partículas alfa por segundo, sin tener en cuenta la contribución de la radiación γ en esa energía. Por tanto, nuestra muestra emite 13,32 millones de partículas por hora. Dividiendo la energía por hora entre el número de partículas emitidas en una hora, se obtiene que la energía de cada partícula alfa es de 3pJ ó 20 MeV. Si suponemos que la partícula se mueve a velocidades de 0,1c (véase **Tabla 1**, quizá el valor final sea algo mayor al haber escogido la cota superior) y despreciamos efectos relativistas, podemos igualar dicha energía a la energía cinética de la partícula alfa. Si despejamos la masa, obtenemos que $m_\alpha=7 \cdot 10^{-27}\text{kg}$. Como la partícula alfa consta de dos protones y dos neutrones (núcleo de helio), dividimos entre cuatro y obtenemos la masa de un nucleón:

$$m_{\text{nuc}}=1,8 \cdot 10^{-27}\text{kg}$$

Es lógico que este valor se ajuste al valor aceptado ($m_{\text{esp}}=1,7 \cdot 10^{-27}\text{kg}$), pues estamos basándonos en el valor de la energía que se espera para el radio y en ningún caso en datos experimentales. Este cálculo es una simple descripción de las partículas alfa que supuestamente emite la muestra.

Nota: En estos y posteriores cálculos al margen del experimento no se hace el análisis de errores pues los valores obtenidos no son rigurosos, sino que sólo pretenden dar una idea aproximada de los valores y de los órdenes de magnitud.

Se puede comprobar de una manera sencilla que el ajuste al modelo matemático de distribución de probabilidades es mejor cuanto mayor es el número de medidas. Así pues, se hacen tres ajustes para diferentes números de medidas y se procede a la comparación de los resultados:

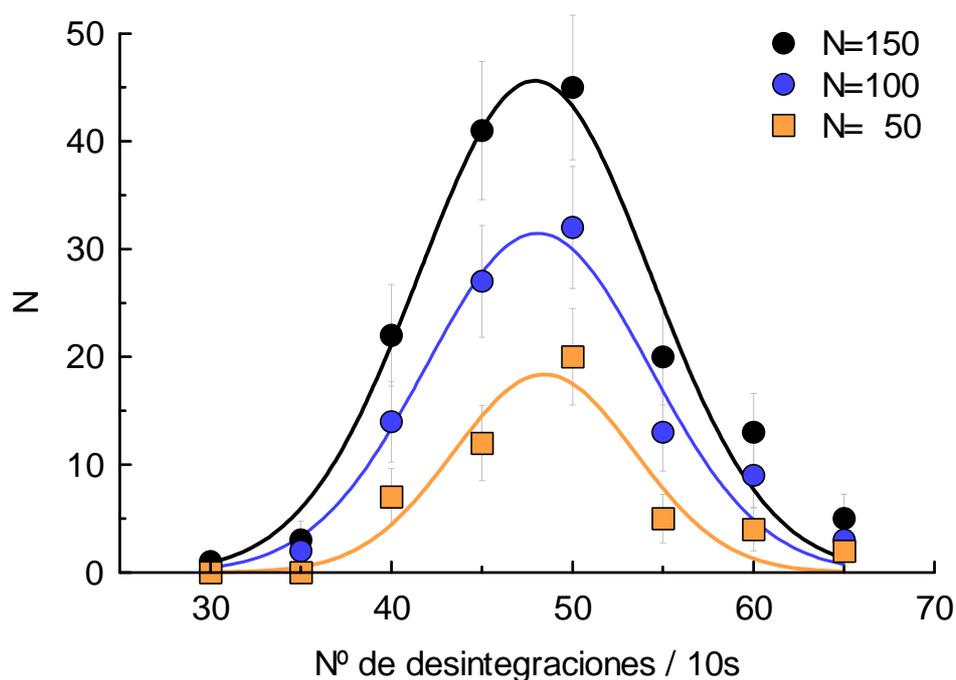


Figura 22 - Detección de partículas radioactivas emitidas por una fuente de Ra-226. Agrupación de las medidas en ocho intervalos de clase y ajuste por mínimos cuadrados a una distribución normal según el número de medidas

Visualmente se observa que cuanto mayor es el número de medida, mejor se ajusta la curva a los valores experimentales. En la curva negra, todos los datos con su margen de incertidumbre comprenden o son muy cercanos al valor teórico esperado. En la curva naranja, también con compatibles pero se puede ver que están bastante separados en general de la curva y que no se distingue tan claramente la tendencia de la campana de Gauss. Cuantitativamente se pueden analizar estas observaciones a partir de los coeficientes de correlación lineal en la siguiente tabla:

Tabla 9 - Valores de la media, la desviación estándar y los coeficientes de correlación lineal r para cada uno de los tres ajustes a la distribución normal.

N	x_{med}	$x_{m.aj}$	s	s_{aj}	r
50	$49,2 \pm 1,0$	$48,4 \pm 0,8$	6	$5,0 \pm 0,8$	0,939
100	$49,0 \pm 0,7$	$48,1 \pm 0,6$	7	$6,2 \pm 0,6$	0,977
150	$48,8 \pm 0,6$	$47,9 \pm 0,5$	7	$6,4 \pm 0,5$	0,980

Nota: s_{aj} corresponde al valor obtenido en el ajuste por mínimos cuadrados. Se especifica el error obtenido en dicho ajuste aunque, por ser s en sí mismo un error, habría que redondearlo simplemente a una cifra significativa.

Como se aprecia en la tabla, las medias, son compatibles entre sí tanto entre distinto número de medidas como entre las calculadas y las ajustadas por mínimos cuadrados. Asimismo, la desviación estándar, que coincide aproximadamente con la raíz en cada caso, también son comparables según el número de medidas y entre la calculada y la ajustada. Se observa claramente que el coeficiente de correlación lineal crece a medida que crece el número de medidas. Por tanto, el ajuste con cincuenta medidas es el peor, mientras que si hiciésemos un número muy grande de medidas, cada vez nos iríamos acercando más a un coeficiente de correlación 1. Sin embargo, este crecimiento es a un ritmo del orden de la raíz del número de medidas, con lo que a partir de un cierto número de medidas ya no es rentable hacer muchas medidas más pues no se mejora apreciablemente el resultado

obtenido. Además, las medidas ocupan un tiempo finito, con lo que nunca podremos llegar al ajuste perfecto, sin tener en cuenta otros efectos que podrían aparecer como el descenso exponencial de la actividad de la fuente, por ejemplo.

Otra fuente de error en los ajustes realizados puede ser el redondeo en los bins. Al no elegir una anchura del bin entera, se redondea de manera que la representación del histograma de clases no corresponde totalmente con la distribución experimental real, con lo que el ajuste será aproximado y el nivel de confianza será probablemente menor.

Otro efecto no contemplado es la radiación ambiental, valor que no hemos restado en los resultados finales por economía de cálculo en los histogramas y medias. En cualquier caso, dicha radiación tiene una influencia mínima y no relevante para el análisis de las distribuciones de probabilidad. Pero el resultado obtenido para la radiación ambiental sí cumplirá una función importante a la hora de calcular la actividad de la fuente con mayor precisión, pues restaremos su valor teniendo en cuenta que no se ha variado la posición del detector ni las circunstancias ambientales respecto a las medidas anteriores.

Actividad de la fuente

Si analizamos el valor medio de desintegraciones cada 10 segundos obtenido y teniendo en cuenta la superficie del detector y la distancia a la que se han realizado las medidas, podemos calcular la actividad total de la fuente radioactiva y compararla con el valor que aparece inscrito en ella.

El diámetro de la ventana del detector (es una superficie algo cóncava pero sólo nos interesa la proyección plana), que es medido con una cinta métrica, es de $d=1,4 \pm 0,1\text{cm}$. Esta medida no habría sido más precisa de haber utilizado otro aparato, pues había una incertidumbre respecto a esta distancia a causa de los bordes metálicos redondeados y debido a la dificultad de hacer dicha medida sin dañar la membrana protectora, cuyo protector había sido extraído para tomar las medidas.

Por tanto, la superficie del detector es:

$$S_{\text{det}} = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 1,5 \text{ cm}^2 \quad \delta(S_{\text{det}}) = 2\pi \left(\frac{1,4}{2}\right) \frac{1}{2} \delta(d) = 0,2 \text{ cm}^2 \quad [29]$$

Hay que resaltar que esta medida tiene un error relativo grande (15%) y que va a condicionar la precisión con que obtengamos el valor de la actividad de la fuente. Para mejorar la precisión habría que o bien emplear una superficie de detección mucho más grande o bien estudiar los efectos de los bordes y realizar la medida con un aparato más preciso.

Si suponemos que la emisión de la muestra es isótropa podemos calcular la superficie de una esfera en la que se repartiría uniformemente la emisión de cada instante de tiempo, de igual manera que una onda que se expande a partir de una perturbación de un foco puntual. En nuestro caso aproximamos la fuente por un punto (al estar a una distancia relativamente grande, la aproximación es válida). Así pues, la superficie de la esfera que correspondería a la emisión de partículas en un mismo intervalo de tiempo, y que son detectadas en la superficie del detector a una distancia de $D=9,5 \pm 0,2 \text{ cm}$ de la fuente sería:

$$S_{\text{esf}} = 4\pi D^2 = 1130 \text{ cm}^2 \quad \delta(S_{\text{esf}}) = 2 \cdot 4\pi D \delta(D) = 50 \text{ cm}^2 \quad [30]$$

El error en la distancia se debe a que no se pudo medir adecuadamente la distancia, pues la fuente estaba parcialmente recubierta con lo que la medida se hizo exteriormente, con lo que el margen de incertidumbre es bastante grande. Una solución podría haber sido realizar la medida con el pie de rey (que permite medidas de profundidad), aunque el error relativo (4%) no tiene un peso considerable en comparación con la otra superficie.

Tenemos pues que:

$$S_{\text{det}} = 1,5 \pm 0,2 \text{ cm}^2 \quad S_{\text{esf}} = 1130 \pm 50 \text{ cm}^2$$

Por tanto, si en la superficie S_{det} se han registrado μ_{med} partículas, por una regla de tres podemos deducir la expresión en S_{esf} , donde se detectará un número de partículas equivalente al número total de desintegraciones de la muestra en el intervalo de tiempo contado (10s). En este caso sí que

es importante restarle a μ_{med} el valor medio de la radiación ambiental. Dividiendo entre diez segundos (con error despreciable) podemos calcular la actividad de la fuente :

$$A = \frac{\mu_{med} - \mu_{amb}}{10s} \cdot \frac{S_{esf}}{S_{det}} = 3400 Bq \quad [31]$$

$$\delta(A) = A \cdot \sqrt{\delta_r(\mu_{med} - \mu_{amb})^2 + \delta_r(S_{esf})^2 + \delta_r(S_{det})^2} = A \cdot \sqrt{0,0002 + 0,002 + 0,02} = 500 Bq$$

Como se observa en el análisis de errores, el peso en el error está en la medida de la superficie del detector, mientras que el error debido al recuento de sucesos radioactivos, que al depender de la raíz de la media se podría pensar que es influyente, es en este caso despreciable al ser grande el número de medidas realizadas tanto en la radiación ambiental como en la de la muestra de Ra-226.

Por tanto, la actividad de la fuente es: $A=3400 \pm 500 Bq$

Este resultado es totalmente compatible con el valor esperado, 3700Bq, que aparecía inscrito en la fuente. Por tanto, podemos concluir que los valores obtenidos experimentalmente son correctos y que la determinación de la actividad de la fuente mediante este simple método ha sido exitosa y se ajusta a los valores reales, aunque quizá falte algo de precisión para garantizar que el resultado es fiable. El error relativo, del 15%, depende íntegramente del error en la medida del diámetro, que quizá hayamos sobreestimado. No obstante, se debería utilizar, como ya hemos comentado, un aparato de medida más precioso o un contador con una superficie de detección mayor.

El que obtengamos un valor de la actividad y que podamos compararlo con el esperado se apoya en que el período de semidesintegración del Ra-226 es muy largo (unos 1600 años). Si fuese de unos días, como el caso del Rn-222, al que decae el Ra-226 tras desintegrarse, no podríamos hacer este cálculo pues la actividad disminuiría exponencialmente, con lo que este descenso sería muy acusado. Por el contrario, en el Ra-226 este descenso es prácticamente inapreciable y suponemos que la actividad de la muestra es prácticamente constante mientras tomamos las medidas y que no ha variado sustancialmente desde que se adquirió (antigüedad de unos pocos años). Esta apreciación no nos permite calcular el período de semidesintegración del Ra-226, pero excluye períodos de semidesintegración cortos y concuerda, como es lógico, con el valor del Ra-226 de 1600 años. El hecho de que salga un valor inferior a 3700Bq no es suficiente para decir que se puede apreciar el decaimiento de la muestra al llevar ya unos años en el laboratorio, pues no hemos determinado dicha actividad con suficiente precisión.

Podemos hacer un cálculo orientativo sobre la dosis equivalente que hemos recibido a lo largo de nuestra exposición a la fuente radioactiva. Para ello debemos tener en cuenta que el Ra-226 emite partículas alfa (la emisión de gamma es despreciable en cuanto a su contribución a la dosis) y que la energía asociada a dicha radiación es de 420J por hora y gramo de muestra. En nuestro caso serán 42 $\mu J/h$.

Si nos situamos aproximadamente a medio metro de la fuente y suponemos que nuestra superficie corporal irradiada es de 0,5m² (12) y nuestro peso 80kg, podemos hacer el siguiente cálculo sobre la dosis absorbida cada hora:

$$DA/h = 42 \frac{\mu J}{h} \cdot \frac{0,5m^2}{4\pi(0,5m)^2} \cdot \frac{1}{80kg} = 0,084 \frac{\mu Gy}{h} \quad [32]$$

El estar tan alejado de 1Gy es una señal de que la radiación no es peligrosa para el cuerpo. Si calculamos la dosis equivalente por hora:

$$DE/h = DA \cdot k_{\alpha} \approx 0,002 mSv/h \quad [33]$$

Este valor es orientativo, no es más que un cálculo aproximado, pero lo podemos comparar este valor con el que aparece en los niveles de radioactividad de las centrales nucleares:

Tabla 10 - Dosis actualmente utilizadas en una central nuclear para establecer los límites de permanencia en cada zona, el personal que puede acceder a ellas y su señalización:

Zona	Dosis
Zona gris o azul	de 0,0025 a 0,0075 mSv/h
Zona verde	de 0,0075 a 0,02 mSv/h
Zona amarilla	de 0,02 a 2 mSv/h
Zona naranja	de 2 a 100 mSv/h
Zona roja	> 100 mSv/h

Nota: Tabla extraída de (4)

Como se observa, estaríamos en la zona gris o azul, niveles que no son perjudiciales si sólo está un par de horas ante la muestra. No obstante, el acercarse o alejarse de la fuente condicionaría enormemente la zona en la que estaríamos. Si nos colocásemos a una distancia pequeña de manera que envolviésemos toda la radiación de la fuente, estaríamos en plena zona verde o incluso en la amarilla (unos 0,02mSv/h). Por eso es importante vigilar no estar muy cerca de la fuente un tiempo prolongado. Por ejemplo, una exposición a medio metro durante todas las horas del año equivaldría a una dosis de 10mSv, lo cual puede tener consecuencias importantes en la salud.

Variación de la intensidad con la distancia

Si estudiamos la variación de la intensidad de la radiación (el número de partículas detectadas en una misma superficie) con la distancia entre el detector y la fuente, podemos prever una dependencia con la inversa del cuadrado de la distancia, como sucede en la distribución esférica de una onda con un foco de emisión puntual.

No obstante, la aproximación a esta función matemática nos llevaría a un número de desintegraciones infinito cuando estuviésemos en valores cercanos al cero, lo cual es imposible, puesto que la actividad de la fuente es un número finito. Por tanto, decidimos desplazar la función en el origen para que corte el eje de ordenadas en algún punto. De hecho, si se realiza el ajuste por mínimos cuadrados se observa un coeficiente de correlación lineal mucho más alto introduciendo este nuevo parámetro de desplazamiento en el origen: $y=1/(x+B)^2$

Para obtener unas medidas fiables y ajustables a la función por mínimos cuadrados, realizamos medidas para diferentes distancias entre la fuente y el detector, crecientes a intervalos regulares. Para cada medida realizamos 5 medidas de 20s. Para detectar los 20s debemos activar la opción del detector de contar hasta el infinito y cronometrar los 20s. En este caso sí asignamos un error a las medidas del tiempo, pues existe una incertidumbre provocada por el tiempo de reacción humano. Este error lo estimamos en 0,2s, que es la desviación que observábamos al intentar para nuestro cronómetro (sensibilidad de 0,01s) en 20s.

Las medidas que obtuvimos fueron las siguientes:

Tabla 11 - N° de desintegraciones del Ra-226 en función de la distancia entre el detector y la fuente.

d ± 0,1 cm	N° de desintegraciones (Δt = 20,0 ± 0,2s)					Media μ
2,3	1608	1673	1642	1693	1681	1660 ± 30
3,1	979	941	957	1017	984	973 ± 17
3,9	567	620	672	625	621	618 ± 13
4,7	439	439	438	439	456	440 ± 10
5,5	312	327	308	316	342	321 ± 9
6,3	227	250	221	241	236	235 ± 7
7,1	182	179	178	188	155	176 ± 6
7,9	149	140	157	154	157	151 ± 6
8,7	130	117	115	114	122	120 ± 5
9,5	115	95	124	117	114	113 ± 5

Nota: A la media obtenida se le ha restado la radiación ambiental. En el error de la media se ha tenido en cuenta el error de la media para 5 medidas, el de la radiación ambiental y el de la medida del tiempo. (N_i=5)

El error de la media será:

$$\delta(\mu) = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(-\mu \cdot \frac{20s}{(20s)^2} \cdot 0,2s\right)^2 + \delta(\mu_{amb})^2} \quad [34]$$

Cabe destacar que al haberse realizado pocas medidas, la desviación estándar no coincide con la raíz de la media en cada distancia, pero este hecho no es relevante para el análisis de la variación de la intensidad con la distancia.

Al representar la media en función de la distancia obtenemos la siguiente gráfica:

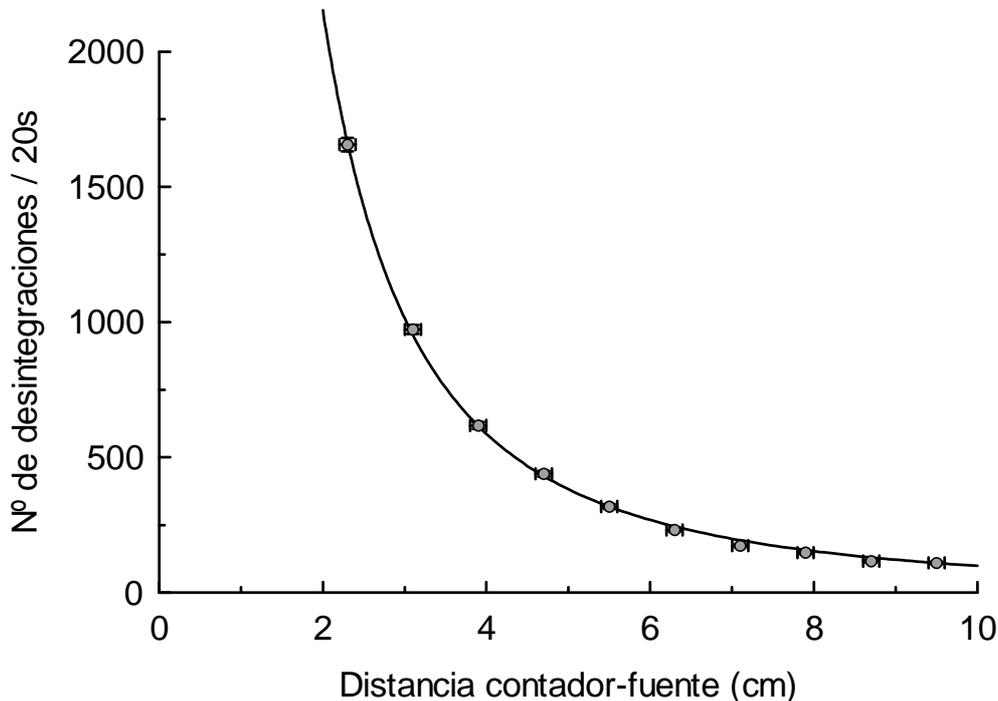


Figura 23 - Desintegraciones en 20s en función de la distancia entre el contador y la fuente de Ra-226

La ecuación de la función ajustada y el coeficiente de correlación lineal son:

$$N/20s = \frac{10300 \pm 300}{(d + (0,19 \pm 0,04))^2} \quad r=0,9997 \quad [35]$$

Como podemos ver, el ajuste es casi perfecto, y el coeficiente de correlación lineal es muy alto, con lo que se verifica la ley inversa del cuadrado de la distancia (con el desplazamiento). Todas las medidas o sus intervalos de error están sobre la curva, que tiende asintóticamente a cero (cuanto más alejado de la fuente estés, menor será la radiación detectada). Se observa que los errores están bien estimados, pues se ajustan a la curva y no son demasiado grandes dada la correlación tan alta entre las medidas experimentales y la función.

Es conveniente indicar que el error en la medida del tiempo, donde el factor humano tiene la influencia predominante, es más acusado cuanto más cerca de la fuente estemos, al ser el número de medidas detectadas así como el ritmo de crecimiento del número tan alto. Por ello no es conveniente acercarse demasiado a la fuente, pues las medidas se desajustarían bastante, como se intuye sin más que observar la pendiente de la función para distancias pequeñas.

En cuanto al desplazamiento de la función, podemos ver que es de aproximadamente 0,2cm. Si tenemos en cuenta que el error en la distancia era de 0,1cm (la posición era difícil de determinar por estar la fuente parcialmente cubierta), podemos observar que este valor es bastante poco fiable, puesto que es difícil separar el error que puedas haber cometido en la medida de la distancia del des-

plazamiento teórico de la función. Por ello no será un valor con el cual podamos operar con seguridad. Este hecho, unido al error en la medida del tiempo, limitará la precisión de nuestros cálculos y la fiabilidad de los mismos. Para remediar este hecho, deberíamos haber contado medidas de 10s en el contador, pues el error se reducía al del aparato, que consideramos despreciable en los anteriores apartados y haber medido la distancia con más precisión con el pie de rey, por ejemplo.

En comparación con la radiación ambiental, podemos comprobar mediante un cálculo sencillo (sustituyendo en la ecuación $d=50\text{cm}$) que, a medio metro de separación de la fuente, el efecto de la muestra es similar al de la radiación ambiental, con lo que a una distancia prudencial, la influencia de la misma sobre nuestro cuerpo es despreciable.

Para comprobar de otra manera la ley inversa del cuadrado de la distancia podemos hacer una transformación lineal y ajustar los valores a una recta, de forma que los posibles desajustes se hagan más claramente apreciables. Para ello representamos el número de desintegraciones en función de $1/(d+B)^2$. Calculando los errores correspondientes obtenemos la siguiente tabla y gráfica:

Tabla 12 - N° de desintegraciones del Ra-226 en función de la distancia entre el detector y la fuente.

$d \pm 0,1 \text{ cm}$	$1/(d+B)^2 [1/\text{cm}^2]$	Media μ
2,3	0,162 \pm 0,014	1660 \pm 30
3,1	0,093 \pm 0,006	973 \pm 17
3,9	0,060 \pm 0,003	618 \pm 13
4,7	0,0419 \pm 0,0018	440 \pm 10
5,5	0,0309 \pm 0,0012	321 \pm 9
6,3	0,0238 \pm 0,0008	235 \pm 7
7,1	0,0188 \pm 0,0006	176 \pm 6
7,9	0,0153 \pm 0,0004	151 \pm 6
8,7	0,0127 \pm 0,0003	120 \pm 5
9,5	0,0107 \pm 0,0002	113 \pm 5

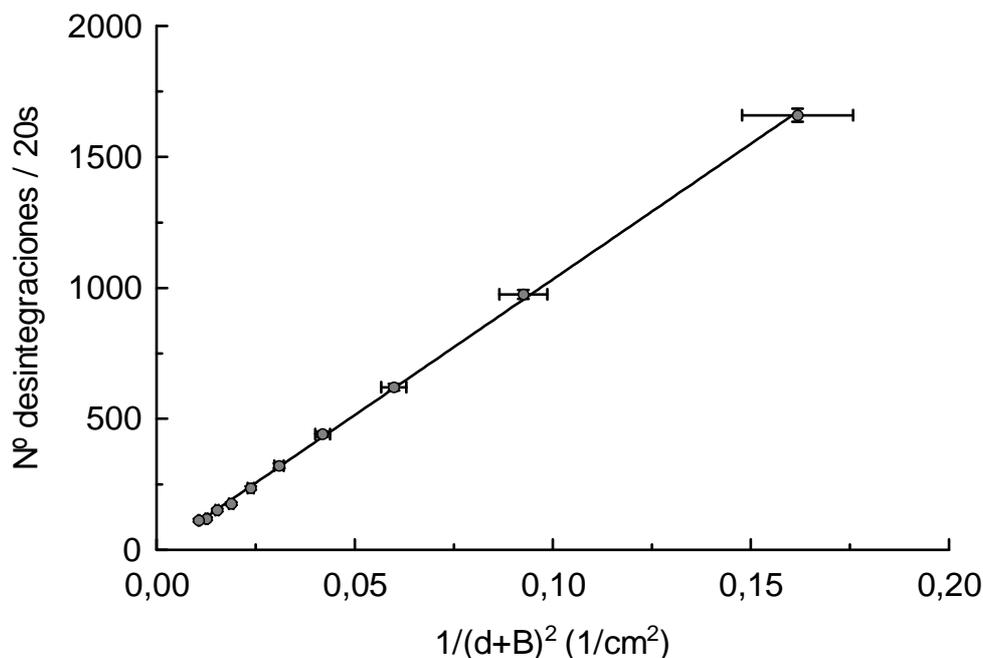


Figura 24 - Desintegraciones en 20s en función de la distancia entre el contador y la fuente de Ra-226. Transformación lineal para el ajuste por mínimos cuadrados a una recta.

Nota: Se ha comprobado que el ajuste es mucho mejor (coeficiente de correlación lineal más alto) cuando le sumamos el parámetro B a las distancias. El error de estas últimas parece algo sobreestimado.

Se observa inmediatamente la dependencia lineal y no se distingue ningún error sistemático ni desajustes considerables. Por tanto queda verificada la hipótesis de la dependencia con la inversa del cuadrado de la distancia. La ecuación de la recta y el coeficiente de correlación lineal, que al ser un valor muy cercano a uno muestra la fiabilidad de los resultados obtenidos, son:

$$N = \frac{10370 \pm 80}{(d + B)^2} + (-4 \pm 5) \quad r = 0,9997 \quad [36]$$

La ordenada en el origen representa el número de desintegraciones cuando d tiene a infinito, con lo que es lógico que sea aproximadamente cero (a una gran distancia no se detectará ninguna partícula radioactiva), aunque dicho efecto aparecería bastante antes (a unos pocos metros) por la atenuación de las partículas alfa, que son las emitidas al desintegrarse el Ra-226, efecto que no se ha tenido en cuenta en este experimento al haberse realizado las medidas a distancias inferiores a 1dm.

Si realizamos un cálculo con las superficies análogo al del apartado anterior para obtener la actividad de la fuente, obtenemos la siguiente tabla de resultados con sus errores:

Tabla 13 - Actividad de la muestra radioactiva de Ra-226.

d ± 0,1 cm	Media μ	Actividad (kBq)
2,3	1660 ± 30	3,6 ± 0,6
3,1	973 ± 17	3,8 ± 0,6
3,9	618 ± 13	3,8 ± 0,6
4,7	440 ± 10	4,0 ± 0,6
5,5	321 ± 9	3,9 ± 0,6
6,3	235 ± 7	3,8 ± 0,6
7,1	176 ± 6	3,6 ± 0,5
7,9	151 ± 6	3,8 ± 0,6
8,7	120 ± 5	3,6 ± 0,5
9,5	113 ± 5	4,1 ± 0,6
A_{med} (kBq)		3,8 ± 0,6

Nota: El valor esperado, suponiendo que la actividad no ha variado apreciablemente desde que se adquirió la fuente es de A=3,7kBq

Como se puede comprobar, la actividad obtenida es compatible con la esperada. En cuanto a la precisión, cabe decir que podría mejorarse como ya se ha explicado anteriormente, pues el error relativo es algo alto (del 15%). Comparando con el resultado anterior de la actividad, podemos observar que este valor es superior al esperado a diferencia del anterior, por lo que la hipótesis de que haya decaído su valor no se sustenta a partir de este resultado, aunque al tener un error grande no es concluyente para desmentirla.

Si analizamos la **Figura 24**, podemos deducir que cuanto más nos acerquemos al origen, más cerca estaremos de detectar la mitad del número de desintegraciones que emite la muestra en un intervalo de tiempo. En el límite, cuando la distancia tienda a cero, el valor de la ordenada en el origen de la función ajustada será diez veces la actividad de la fuente. No obstante, si realizamos dichos cálculos obtenemos:

A= 30 ± 13 kBq, valor que es desorbitado y sin sentido, puesto que la actividad de una muestra radioactiva jamás puede crecer. Sin embargo, este valor no invalida los cálculos anteriores realizados para la actividad. Este desajuste se debe simplemente a que la función es una aproximación válida cuando las distancias son mayores al diámetro del detector. Por el contrario, cuando nos acercamos a cero, dicha aproximación no es válida, puesto que las distancias son muy pequeñas y la superficie es constante. La aproximación realizada es el tomar la superficie del detector como la equivalente a la

porción de esfera cuyo radio que coincidiría con la distancia entre la fuente y el contador y que envolvería a dicha superficie. Para distancias pequeñas, habría que emplear la fórmula del ángulo sólido (2). En ese caso, hay que ajustar la función por mínimos cuadrados, obteniendo una gráfica muy similar a la anterior, y con el mismo coeficiente de correlación lineal, aunque con otra expresión:

$$N = \frac{(77400 \pm 500) \cdot r^2}{2(d^2 + r^2) \left(1 + \sqrt{1 - \frac{r^2}{d^2 + r^2}} \right)} \quad [37]$$

donde r es el radio del detector y d la distancia entre el contador y la fuente.

Si sustituimos en d igual a cero y dividimos entre diez, nuestro razonamiento se verifica y se obtiene el siguiente valor (calculando el error en la ordenada paso a paso):

$A = 3900 \pm 800$ Bq, valor que sí es compatible con lo esperado.

Hay que señalar que el valor esperado es de 3700 Bq. Es fácilmente comprobable que al ser la vida media tan larga, la disminución de la actividad de la muestra es despreciable. Si suponemos que la actividad de la muestra fue calculada hace 10 años, obtenemos empleando la ecuación [5] que la actividad actual es de:

$A_{act} = 3680$ Bq, que entra dentro del valor inscrito en la muestra (variación del 0,4%).

Por supuesto, las variaciones a lo largo de la toma de medidas del experimento son totalmente insignificantes. Lógicamente, este efecto sólo es despreciable y no afecta a la precisión de los resultados en aquellos experimentos donde las fuentes radioactivas tengan una vida media bastante larga. Si se desintegran 3700 núcleos por segundo, el número total de núcleos debe ser muy grande en comparación. Mediante la ecuación [4] y [6] podemos calcular que el número de núcleos de nuestra muestra es:

$$N_0 = 2,7 \cdot 10^{14}$$

Por otro lado, el número de núcleos desintegrados en las tres horas que duró el experimento es:

$$N_{des.exp} = 4,0 \cdot 10^7, \text{ aproximadamente una millonésima parte del total.}$$

Aparte, puesto que conocemos el número de átomos de la muestra y sabemos su peso atómico (226u) y el número de Avogadro N_A , podemos calcular su masa total:

$$m = 226 \frac{g}{mol} \cdot \frac{2,7 \cdot 10^{14}}{6,022 \cdot 10^{23}} mol = 0,1 \mu g$$

Por otro lado, si 1g de radio tenía una actividad de 1Ci, nuestra muestra tendrá una actividad de 0,1 μ Ci, que equivale a 3,7kBq, con lo que se verifica el resultado, como era de esperar.

Finalmente, si calculamos la media ponderada entre los tres valores experimentales obtenidos para la actividad a lo largo del análisis, se tiene que:

$$A_{med} = 3,7 \pm 0,4 \text{ kBq}$$

Este resultado final se ajusta muy bien a lo esperado: tiene un error relativo del 9,5%, y sólo se desvía un 1,5% del valor inscrito en la fuente, con lo que sería el valor calculado más fiable. Este hecho muestra que el experimento se ha desarrollado satisfactoriamente y que se ha alcanzado el objetivo planteado exitosamente.

CONCLUSIÓN

En nuestro experimento hemos alcanzado satisfactoriamente los objetivos planteados de estudiar la radiación ambiental y analizar las desintegraciones radioactivas de una fuente de Ra-226 mediante un detector Geiger-Müller y un posterior análisis de los datos registrados.

Se ha determinado el valor medio de la radiación ambiental en un intervalo de 10s, para lo cual se han realizado 150 medidas. Se ha verificado que el recuento de sucesos radioactivos sigue el modelo de una distribución de Poisson, ajustándose los valores experimentales a los teóricos con un nivel de confianza aceptable. Los resultados obtenidos en este apartado, que han sido adecuados y compatibles con lo esperado, se podrían mejorar realizando un número mayor de medidas en posteriores experimentos o contar un intervalo de tiempo mayor.

El valor medio obtenido, que es relativamente bajo y no conlleva ningún riesgo para el cuerpo humano, como era de esperar, es útil en posteriores apartados para aislar el efecto de la radiación ambiental en los recuentos de la fuente radioactiva.

Asimismo, se ha detectado la variación de la radiación ambiental en función de la situación del detector. El valor medio era menor en el interior del laboratorio, de lo cual se infiere que existe una atenuación de la radiación ambiental proveniente del exterior al atravesar las paredes.

Respecto al análisis de las desintegraciones del Ra-226, objetivo principal del experimento, podemos afirmar que se ha obtenido adecuadamente el valor medio y se ha verificado con un alto nivel de confianza la correspondencia de los datos experimentales con una distribución normal de Gauss, que es el modelo que gobierna los sucesos radioactivos cuando los valores del recuento son mayores que la decena.

Además, se ha calculado la actividad de la fuente satisfactoriamente mediante diversos métodos y se han comparado los diferentes resultados verificando su compatibilidad. El hecho de que la actividad de la fuente coincidiese con el valor inicial de la actividad al adquirirse la muestra indica que su período de semidesintegración debe de ser largo, como es el caso del Ra-226. Asimismo, con el fin de describir la muestra y tener una idea sobre los órdenes de magnitud puestos en juego, se han calculado el número de núcleos radioactivos y el peso de la muestra, y se ha comprobado que disminución en una década es prácticamente inapreciable. Aparte, se ha realizado un pequeño cálculo para comprobar que el tiempo al que se estuvo sometido a la radiación en el experimento era inocuo para la salud. Estas descripciones no partían de datos experimentales propios.

Por último se ha comprobado la variación de la intensidad de la radiación con la inversa del cuadrado de la distancia. Las medidas obtenidas se han ajustado perfectamente a la función teórica, con lo que hemos podido demostrar con bastantes garantías que esta ley se cumple.

En **resumen**, todos los objetivos de este experimento se han alcanzado satisfactoriamente y con una precisión y nivel de confianza bastante alto que quizá no cupiese esperar a priori en un experimento de desintegraciones radioactivas, donde los errores en experimentos con pocas medidas son bastante relevantes. Pese a sólo haber realizado 150 en cada caso, se han obtenido unos valores compatibles con lo esperado, se han ajustado los valores experimentales a las distribuciones de probabilidad y se ha obtenido la actividad de la fuente radioactiva adecuadamente. Podemos concluir que, mediante este sencillo montaje experimental y gracias a la eficiencia del detector Geiger-Müller y a un correcto análisis de los datos, el experimento ha sido un éxito.

Fuentes consultadas:

- Tena, Ballester (2002). *Guión de prácticas, Técnicas experimentales en Física General*.
- *Transparencias de Técnicas Experimentales en Física General*, F. Ballester (2007)

1. http://nuclear.fis.ucm.es/webgrupo/Lab_Detector_Gaseoso.html#geiger
2. http://evalu29.uv.es/lab_fan_03/GM.pdf
3. http://es.wikipedia.org/wiki/Radiactividad_natural
4. http://es.wikipedia.org/wiki/Desintegración_radiactiva
5. <http://www.fisicarecreativa.com/guias/interac.pdf>
6. <http://top.gae.ucm.es/radiofisica/laboratorio/poiss.pdf>
7. <http://abcienciade.blogspot.com/2008/03/radioactividad.html>
8. http://www.mtas.es/insh/ntp/ntp_304.htm
9. <http://www.csn.es>
10. http://www.ionizantes.ciemat.es/adjuntos_documentos/ActCap1.pdf
11. <http://ie.lbl.gov/education/isotopes.htm>

Fuentes secundarias:

12. <http://idd0073h.eresmas.net/jue3.htm>
13. <http://www.inaoep.mx/~rincon/newton.html>
14. http://www.bioingenieros.com/bio-maquinas/tomografia/index.htm?bases_teoricas.htm&1
15. <http://www.rie.cl/?a=30093>
16. <http://www.monografias.com/trabajos30/radiografia-industrial/radiografia-industrial.shtml>
17. http://www.df.uba.ar/users/sgil/labo5_uba/guias/activ_VI_60.pdf
18. http://www.isciii.es/htdocs/centros/sanidadambiental/radioproteccion_presentacion.jsp
19. http://www.cab.cnea.gov.ar/divulgacion/seresvivos/m_serresvivos_f7.html
20. <http://www.ugr.es/~gabpca/spr/it1.htm>
21. <http://www.usc.es/gaes/Docencia/LFNyP/practica0.html>
22. http://es.wikipedia.org/wiki/Protección_radiológica
23. http://es.wikipedia.org/wiki/Desintegración_alfa
24. [http://es.wikipedia.org/wiki/Radio_\(elemento\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Radio_(elemento))
25. http://es.wikipedia.org/wiki/Rayos_cósmicos
26. http://es.wikipedia.org/wiki/Contador_Geiger
27. http://es.wikipedia.org/wiki/Distribucion_de_poisson
28. http://es.wikipedia.org/wiki/Distribución_normal
29. http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen1/ciencia2/08/htm/sec_10.html
30. <http://es.encarta.msn.com/encnet/refpages/RefArticle.aspx?refid=761569327>
31. http://es.encarta.msn.com/encyclopedia_761565861/Efectos_biológicos_de_la_radiación.html
32. http://es.geocities.com/apuntes_ensayos/trab1a20/carpetas/nuclear/nu03.htm
33. <http://weblogs.madrimasd.org/ciencianuclear/archive/2006/12/01/53391.aspx>
34. <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0504-01/tipos-rad.html>
35. http://newnet.lanl.gov/spanish/s_main.htm
36. <http://newton.cnice.mecd.es/escenas/fisicamoderna/seriesradiactnaturales.php>
37. <http://www.cobaes.edu.mx/2005/fisica/t673.htm>
38. http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/jaimefa/jaimecuevas/clase_12-1.pdf
39. <http://www.gestiopolis.com/recursos/experto/catsexp/pagans/eco/44/distrinormal.htm>
40. <http://www.textoscientificos.com/fisica/radiactividad>
41. <http://www.pmmministries.com/ministeriosalud/tabaco/tabacoindex.htm>
42. http://www.windows.ucar.edu/tour/link=/physical_science/physics/atom_particle/cosmic_rays.sp.html