

PRÁCTICA 3

COEFICIENTES DE DILATACIÓN

OBJETIVO

Determinación del coeficiente de dilatación del agua a temperatura ambiente utilizando un picnómetro. Determinación del coeficiente de dilatación lineal de materiales sólidos en función de la temperatura usando un dilatómetro.

MATERIAL NECESARIO

- | | |
|--|---|
| - Balanza de precisión Sartorius | - Dilatómetro |
| - Baño termostático con termómetro | - Vaso de precipitados de 100 cm ³ |
| - Frasco de agua destilada | - 2 pinzas |
| - Frasco con alcohol | - Macarrón, papel de filtro y bayetas |
| - Picnómetro de 5 ml con un tubo de 300 mm de longitud | - Secador de aire |

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Las propiedades térmicas de estado nos dan la velocidad de variación de unas variables de estado con respecto a otras. El coeficiente de dilatación es una de ellas. Relaciona la variación de volumen con la variación de temperatura y viene dado por la expresión

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \quad (1)$$

Si el experimento se realiza a presión constante, por ejemplo a presión atmosférica, se puede sustituir la derivada parcial por una derivada total. Además se puede introducir la simplificación de sustituir diferenciales por incrementos, de manera que

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \approx \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T} \quad (2)$$

De manera que si se mide la variación de volumen, ΔV , producida al aumentar la temperatura una cantidad, ΔT , se puede estimar un valor de β en ese intervalo. En cada momento $V = V_0 + \Delta V$; siendo V_0 el volumen inicial. Sin embargo, dado que $\Delta V \ll V_0$, se puede considerar que $V \approx V_0$.

En el caso de que una de las dimensiones del cuerpo sea mucho mayor que las otras dos, por ejemplo en un tubo, se puede considerar el coeficiente de dilatación lineal, el cual, teniendo en cuenta las simplificaciones anteriores, en nuestro caso vendría dado por

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \approx \frac{1}{L_0} \frac{\Delta L}{\Delta T} \quad (3)$$

siendo L_0 la longitud del tubo a la temperatura ambiente y ΔL su incremento al aumentar la temperatura ΔT .

En general, tanto β como α dependen de la temperatura. En la práctica, se obtendrá β para el agua y α para un metal, de forma que en el intervalo de temperaturas considerado β aumentará con la temperatura y α permanecerá constante.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

La idea de la práctica es observar la variación de volumen del agua y de longitud de un metal al variar su temperatura. La temperatura de ambos se irá variando simultáneamente mediante un baño termostático en el que se introduce el picnómetro con agua y que está conectado a la barra de metal. Consideraremos T_0 como la temperatura ambiente, para la cual se medirá V_0 y L_0 . Al aumentar la temperatura se obtendrán diferentes valores T_i , a los cuales les corresponderán los valores de volumen y longitud V_i y L_i .

Observación: Se deben realizar las dos partes de la práctica simultáneamente.

Coefficiente de dilatación de líquidos

Un picnómetro es un recipiente que se prolonga por su boca en un estrecho tubo graduado (fig. 1) (con 300 divisiones de 1 mm en nuestro caso). El calibrado del picnómetro y del tubo graduado se realiza a la temperatura ambiente introduciendo en su interior agua destilada con ayuda de un macarrón y procediendo después a realizar las siguientes pesadas: m_1 = picnómetro vacío + tubo graduado vacío; m_2 = picnómetro lleno + tubo graduado lleno; m_3 = picnómetro lleno + tubo graduado vacío. De manera que $(m_2 - m_1)$ = masa de agua en el picnómetro y en el tubo graduado $(m_2 - m_3)$ = masa de agua en el tubo graduado; $(m_3 - m_1)$ = masa de agua en el picnómetro. Previamente se ha de determinar qué división n_0 se considera frontera entre el picnómetro y el tubo graduado. A partir de la densidad del agua (Tabla 1), podemos calcular el volumen del picnómetro y el volumen comprendido entre dos divisiones del tubo graduado, es decir, $(m_2 - m_3)/(300 - n_0)$.

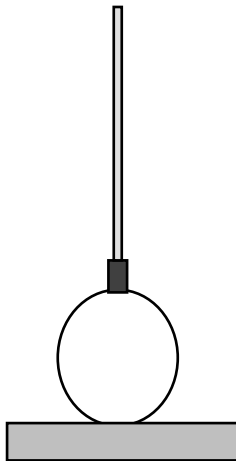


Figura 1. Picnómetro

Tabla 1. Densidad del agua en función de la temperatura

T(°C)	(gcm ³)
18	0.99862
19	0.99843
20	0.99823
21	0.99802
22	0.99780
23	0.99756
24	0.99732
25	0.99707

A continuación se prepara el picnómetro de modo que el menisco agua-aire se sitúe hacia la división $n = 50$. Mediante pesada se determina la masa total y luego la masa del agua, de forma que la densidad del agua permite calcular su volumen.

Introduce el picnómetro en el baño. Fija el termostato por debajo de la temperatura ambiente. Conecta el agitador del baño. Cada dos minutos toma nota de la posición menisco aire-líquido, hasta confirmar que no se desplaza, V_0 . Toma nota de la temperatura del baño, T_0 .

El picnómetro es de vidrio duro cuyo coeficiente de dilatación es del orden de 10^{-6} K^{-1} . Es suficientemente pequeño para poder suponer que el picnómetro tiene un volumen independiente de la temperatura.

A continuación se va aumentando la temperatura del baño con el termostato de 5 en 5 °C hasta unos 50-55 °C, T_i . El agua del picnómetro tarda bastante tiempo (~20 minutos) en alcanzar el equilibrio térmico con el baño termostático. Anota los valores del volumen cada cierto tiempo

hasta comprobar que se ha estabilizado, V_i , antes de aumentar la temperatura.

Coefficiente de dilatación lineal de sólidos

Este coeficiente se determina con la ayuda de un dilatómetro (fig. 2). Para ello se conecta el tubo de circulación exterior del termostato al tubo de medida, el cual a su vez está conectado a un dial que permite apreciar centésimas de mm en la dilatación del material. Conviene ajustar el dial a cero en la primera medida, con la circulación del baño conectada a temperatura ambiente, para así medir directamente L . Al ir aumentando la temperatura del líquido circulante actuando sobre el termostato se mide el aumento de la longitud del tubo, L_i ($L_0 = 600$ mm).

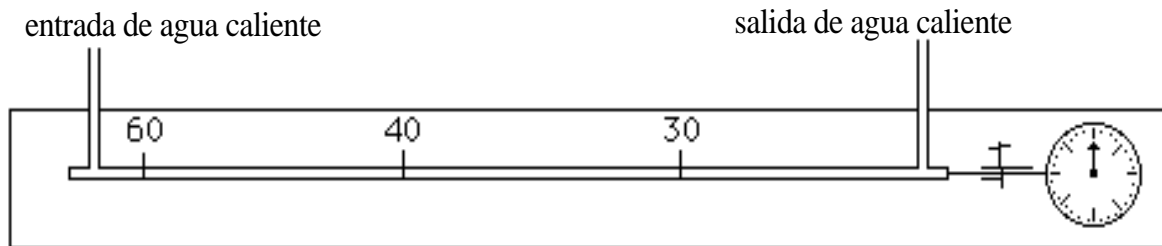


Figura 2. Esquema del dilatómetro

PRESENTACION DE RESULTADOS

- Tabla con los valores $m_1, m_2, m_3, m_2 - m_1, m_2 - m_3$ y $m_3 - m_1$, volumen del picnómetro V_0 , volumen de una división v , y V_i con sus errores.
- Tabla de las temperaturas de equilibrio, T_i , y los valores $V = V_i - V_0$, así como L_i medidos. Representación gráfica y comentarios.
- Coefficiente de dilatación del agua, α_i , y coeficiente de dilatación lineal del sólido problema (cobre), β_i , en cada uno de los intervalos ($T = T_i - T_{i-1}$). Estímese el error admisible en estos coeficientes de dilatación y compárense los resultados obtenidos con los valores tabulados.

COEFICIENTES DE DILATACIÓN

$$m_1 = 54'373 ; m_2 = 54'370 ; m_3 = 54'368 \quad \text{todo g}$$

$$\bar{m}_1 = 54'370 \pm 0'002 \text{ g}$$

$$m_2 = \cancel{120'672} \quad 120'758$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 120'866 - 26 \rightarrow 120'790 \\ 120'786 + 4 \rightarrow 120'790 \\ 120'788 \end{array} \right.$$

$$m_3 = 120'738 \pm 0'002$$

$$m_2 = \begin{array}{r} 123,980 \\ 956 \\ 966 \\ 978 \end{array}$$

$$120'780$$

$$120'800$$

$$\cancel{120'766 + 10}$$

$$120'764$$

$$T = 22'5 \pm 0'4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Objetivo

1o Determinación del coeficiente de dilatación del agua a temperatura ambiente utilizando un picnómetro.

2o Determinación del coeficiente de dilatación lineal de materiales sólidos en función de la temperatura usando un dilatómetro.

Para realizar el calibrado del picnómetro hemos realizado medidas sucesivas de ést con y sin agua destilada.

m_1 = picnómetro vacío + tubo graduado vacío

m_2 = picnómetro lleno + tubo graduado lleno (tubo lleno hasta la subdivisión 200)

m_3 = picnómetro lleno + tubo graduado vacío (tubo lleno hasta la división nº 48)

Valores tomados a $T = 22.1 \pm 0.1^\circ\text{C}$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 54.373 \\ m_1 = 54.370 \\ m_1 = 54.368 \end{array} \right\} \bar{m}_1 = 54.370 \pm 0.002 \text{ g}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = 123.980 \pm 0.001 \text{ g} \\ m_2 = 123.956 \pm 0.001 \text{ g} \\ m_2 = 123.966 \pm 0.001 \text{ g} \\ m_2 = 123.973 \pm 0.001 \text{ g} \end{array} \right\} \bar{m}_2 = 123.970 \pm 0.011 \text{ g}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_3 = 120.780 \pm 0.001 \text{ g} \\ m_3 = 120.800 \pm 0.001 \text{ g} \\ m_3 = 120.764 \pm 0.001 \text{ g} \end{array} \right\} \bar{m}_3 = 120.781 \pm 0.009 \text{ g}$$

Aunque las medidas varían dada la gran precisión de la báscula y de perturbaciones (como la grasa de las manos, el toser, etc), la dispersión es bajísima en todos los casos.

Tabla 1. Dilatación del agua y un metal

i	$T_i \pm 0.1^\circ\text{C}$	$n_i \pm 1$	$\Delta L_i \pm 0.01 \text{ mm}$
1	23.1	48	0.00
2	30.1	58	0.09
3	40.0	76	0.21
4	50.0	100	0.33
5	55.0	124	0.39

La temperatura ha sido medida con el termómetro del baño del termostato, el cual no es muy fiable.

Además que ~~el agua~~ las paredes del picnómetro constaban de burbujas que hacen que su dilatación sea distinta a la del agua y las paredes del tubo, a su vez, tenían gotas de agua que se unían al líquido.

Todo esto hace aumentar los errores.

$$\Delta L_i = L_i - L_0$$

Interpolación de la densidad del agua a $22.1 \pm 0.1^\circ\text{C}$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = 0.99778$$

$$\delta(y) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \delta(x) = 0.00002$$

$$\rho = 0.99778 \pm 0.00002 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Tabla 2 - Cálculo de volúmenes

m_1	m_2 (g)	m_3 (g)	$m_2 - m_1$ (g)	$m_2 - m_3$ (g)	$m_3 - m_1$ (g)	V_0 (cm ³)	v (cm ³)
54.370 ± 0.002	123.970 ± 0.011	120.781 ± 0.009	69.600 ± 0.011	3.189 ± 0.014	66.411 ± 0.009	66.559 ± 0.009	0.0268 ± 0.00009

El error de la suma de las masas es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los errores.

$$V_0 = \frac{m_3 - m_1}{\rho(T=22.1^\circ\text{C})}$$

$$\delta(V_0) = \sqrt{\left(\frac{\partial V_0}{\partial m_3} \delta m_3\right)^2 + \left(\frac{\partial V_0}{\partial m_1} \delta m_1\right)^2 + \left(\frac{\partial V_0}{\partial \rho} \delta \rho\right)^2}$$

$$= \left(\frac{1}{\rho}\right)^2 \delta m_3^2 + \left(\frac{-1}{\rho}\right)^2 \delta m_1^2 + \left(-\frac{m_3 - m_1}{\rho^2} \delta \rho\right)^2$$

$$v = \frac{m_2 - m_3}{(300 - n_0)\rho} = \frac{m_2 - m_3}{(n_f - n_0)\rho}$$

$$\delta v = \left(\left(\frac{\partial v}{\partial m_2} \delta m_2\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial m_3} \delta m_3\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial n_f} \delta n_f\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial n_0} \delta n_0\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \rho} \delta \rho\right)^2 \right)^{1/2}$$

$$= \left(\left(\frac{1}{(300 - n_0)\rho}\right)^2 \delta m_2^2 + \left(\frac{-1}{(n_f - n_0)\rho}\right)^2 \delta m_3^2 + \left(\frac{m_2 - m_3}{(n_f - n_0)^2 \rho}\right)^2 \delta n_f^2 + \left(\frac{m_2 - m_3}{(n_f - n_0)\rho}\right)^2 \delta n_0^2 + \left(\frac{m_2 - m_3}{(n_f - n_0)\rho^2}\right)^2 \delta \rho^2 \right)^{1/2}$$

$$\Delta V = V_i - V_0 \quad (\text{Para la gráfica}) \rightarrow \Delta V = (n_i - 48) v = (n_i - n_0) v$$

$$\Delta V' = V_i - V_{i-1} \quad (\text{Para el coeficiente de dilatación}) \rightarrow \Delta V' = (n_i - n_{i-1}) v$$

ΔT_0

$$\delta(\Delta V) = \left(\left(\frac{\partial \Delta V}{\partial n_i} \delta n_i\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta V}{\partial n_0} \delta n_0\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta V}{\partial v} \delta v\right)^2 \right)^{1/2}$$

$$= \left((v \delta n_i)^2 + (v \delta n_0)^2 + ((n_i - n_0) \delta v)^2 \right)^{1/2}$$

Tabla 3. - Incrementos de V y T y coeficiente de dilatación

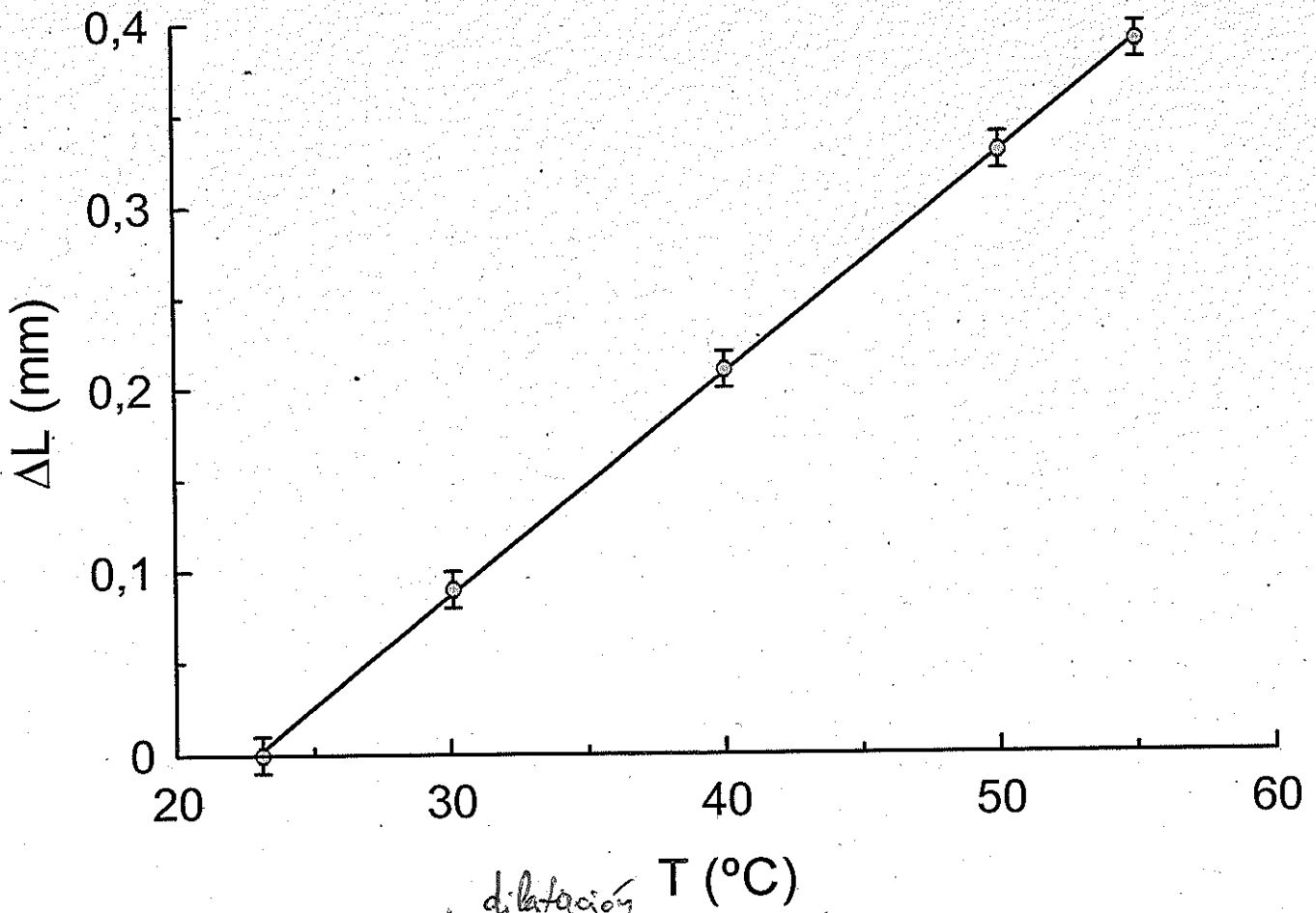
i	1	2	3	4	5
ΔV	0.000 ± 0.018	0.1268 ± 0.018	0.3551 ± 0.018	0.6595 ± 0.019	0.9512 ± 0.019
$\Delta V'$	0.00 ± 0.03	0.13 ± 0.03	0.23 ± 0.03	0.30 ± 0.03	0.29 ± 0.03
$\Delta T'$	0.00 ± 0.14	7.00 ± 0.14	9.90 ± 0.14	10.00 ± 0.14	5.00 ± 0.14
α Coeficiente de dilatación		$(27 \pm 0.5) \cdot 10^{-4}$	$(35 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}$	$(45 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}$	$(8.2 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}$

$$\alpha = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

$$\delta \alpha = \left(\left(\frac{\partial \alpha}{\partial V} \delta V \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta V} \delta \Delta V \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta T} \delta \Delta T \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\left(\frac{\Delta V}{V^2 \Delta T} \delta V \right)^2 + \left(\frac{1}{V \Delta T} \delta \Delta V \right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V (\Delta T)^2} \delta (\Delta T) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

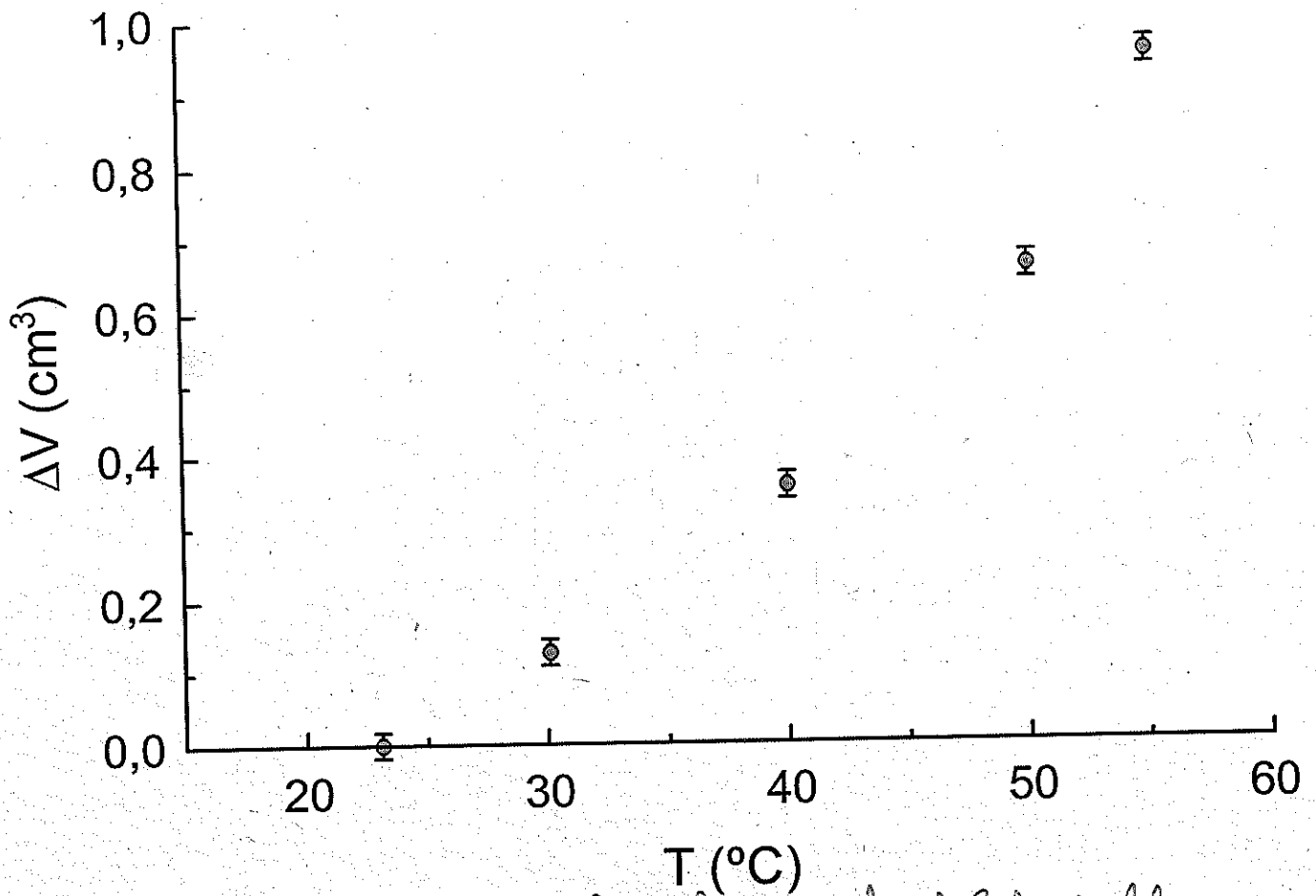
$$\lambda = \frac{1}{L} \frac{\Delta L}{\Delta T} \quad (\text{con un error análogo al anterior})$$



Grafica 1. Coeficiente ~~condensación~~ dilatación lineal del aluminio

Es recta $y = (-0.1279 \pm 0.003 \cdot 10^{-2}) \mu\text{m} + (0.01218 \pm 0.00008) \text{mm}/^\circ\text{C}$

Pendiente $\rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta T} = (1.218 \pm 0.008) \cdot 10^{-5} \text{mm}/^\circ\text{C}$



Gráfica 2. Dependencia del coeficiente de dilatación del agua con T

CONCLUSIONES

En esta práctica, los objetivos eran determinar los coeficientes de dilatación del agua y del aluminio en función de la temperatura.

Para hallar el coeficiente de dilatación del agua hemos calibrado un picnómetro (el picnómetro tiene ciertas medidas pero no sabemos el valor exacto del volumen de ellas).

La experiencia consiste en ~~calibrar~~ observar la diferencia de volumen cada vez que se obtiene el equilibrio a cierta temperatura. La magnitud que nos relaciona la diferencia de ^{medida} volumen y temperatura en el agua es el coeficiente de dilatación del agua obteniendo los datos que se muestran en la tabla 3.

Si lo comparamos con los teóricos (extraídos del Handbook)

°C	α_{agua} (1/°C)
20	$2'06 \cdot 10^{-4}$
25	$2'56 \cdot 10^{-4}$
30	$3'02 \cdot 10^{-4}$

Siendo estos resultados considerablemente parecidos. Resultados prácticos.

T (°C) (intervalo)	α ($1/^\circ\text{C}$)
(23'1, 30'4)	$(2'7 \pm 0'5) \cdot 10^{-4}$
(30'3, 40'0)	$(3'5 \pm 0'4) \cdot 10^{-4}$
(40'0, 50'0)	$(4'5 \pm 0'4) \cdot 10^{-4}$
(50'0, 55'0)	$(8'7 \pm 0'4) \cdot 10^{-4}$

$\frac{\Delta V}{V_0 \Delta T}$ Al tratarse de intervalos relativamente pequeños de temperatura podemos considerar una relación lineal que se muestra en la gráfica 2. También puede observarse que los valores en la gráfica 2 no dibujan exactamente una línea recta. Esto es debido principalmente a que si dejabas ^{el experimento} en estado de equilibrio (temperatura constante en el termostato) durante un tiempo más prolongado, el volumen del agua aumentaba de tamaño. De hecho el último dato tuvo un tiempo de espera mucho mayor (más de media hora) y puede observarse en un punto en la gráfica relativamente más alto.

En cuanto al coeficiente ^{de dilatación} lineal del metal (de dilatación), lo hemos obtenido mediante el ajuste a una recta por mínimos cuadrados de los datos que se muestran en la tabla 1 y se representa en la gráfica 1.

Los resultados son los siguientes:

$$\alpha (\text{Handbook}) = 2134 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\alpha (\text{experimental}) = (21031 \pm 0'044) \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

Aunque estos resultados no logan a casar entre sí, tienen ~~un~~ el mismo orden de magnitud de forma que la práctica la hemos efectuado casi correctamente.

Por último merece señalarse que la ^{de dilatación} del metal sigue efectivamente una relación lineal que se verifica con que el índice de correlación lineal de la gráfica 1 es muy próximo a la unidad ($r = 0'99993$).

B