

FUERZAS MAGNÉTICAS SOBRE MEDIOS MATERIALES: MEDIDA DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA

Objetivos: Medida de susceptibilidades magnéticas, análisis de los efectos de las condiciones de contorno en la fuerza ejercida por el campo magnético sobre un cuerpo material, y fuerzas asociadas a la conductividad.

Material: Fuente de alimentación alterna (50 Hz) con transformador de 125V y autotransformador variable, fuente de alimentación continua regulable GRELCO, balanza, bobina, electroimán con entrehierro, polímetros, sonda de inducción, muestras magnéticas y cilindros de aluminio con alambre de sujeción.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 MATERIALES PARAMAGNÉTICOS

La medida de susceptibilidades magnéticas por el método de la balanza se basa en el hecho de que un campo magnético no uniforme ejerce una fuerza sobre una muestra de material. Dicha fuerza depende de la susceptibilidad magnética del mismo.

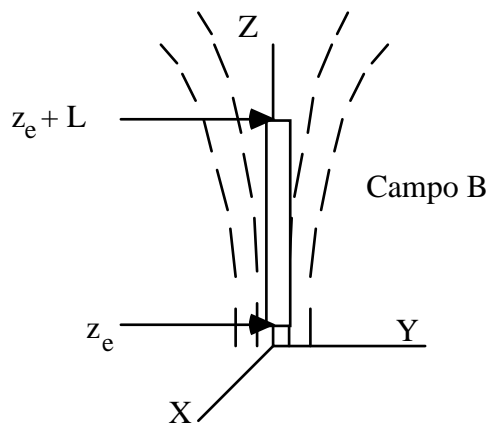


Figura 1

Consideremos el caso de un campo magnético no uniforme dirigido a lo largo del eje z. Para simplificar el tratamiento supondremos que el campo tiene simetría cilíndrica. Introduciremos en dicho campo una barra de material de sección A uniforme, y longitud L, con susceptibilidad magnética χ_m , de manera que su eje de simetría coincida con el del campo. Si suponemos que el campo es aproximadamente constante en cada sección de la barra, entonces la fuerza F_z ejercida por el campo tendrá la expresión:

$$F_z = \frac{\mu \chi_m}{2} A [H^2(z_e+L) - H^2(z_e)] \quad (1)$$

donde μ es la permeabilidad magnética del medio, y $H(z_e+L)$ y $H(z_e)$ son los valores del campo H en los extremos de la misma cuando la barra ha sido ya introducida. Esta es la fuerza que ejerce el campo magnético sobre los dipolos magnéticos que han sido inducidos por el mismo campo magnético.

Si en el seno del mismo campo magnético se introduce una muestra pequeña de material, entonces la expresión de la fuerza F_z vendrá dada por:

$$F_z = \mu \chi_m V H \frac{dH}{dz} \quad (2)$$

donde V es el volumen de la muestra y H es el campo en su interior (cuando la muestra ha sido ya introducida).

La mayoría de materiales paramagnéticos ($\chi_m > 0$) o diamagnéticos ($\chi_m < 0$) tienen una susceptibilidad magnética muy pequeña, por lo que los campos B_0 y H_0 existentes antes de introducir las muestras no se verán afectados de forma apreciable. Por tanto, la aproximación $B=B_0$ y $H=H_0$ será válida, y la aplicación de las expresiones (1) y (2) es sencilla, previa medida de B_0 . En estos casos puede tomarse $\mu=\mu_0$, y las expresiones (1) y (2) se reducen a:

$$F_z = \frac{\chi_m}{2\mu_0} A [B_0^2(z+L) - B_0^2(z)] \quad (3)$$

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \chi_m V B_0 \frac{dB_0}{dz} \quad (4)$$

Estas ecuaciones permiten medir la susceptibilidad de estos materiales siempre que se disponga de una balanza de alta sensibilidad - dado que la susceptibilidad es muy pequeña - previa calibración del campo magnético.

En esta práctica se medirá la susceptibilidad magnética de varias sales de metales de transición del grupo del hierro (electrones 3d), y de un óxido de Gadolinio (todas son sustancias paramagnéticas). La susceptibilidad de muchas de estas sustancias (por ejemplo las sales hidratadas) está determinada por la contribución del spin electrónico de los iones de los metales de transición, mientras que la de los momentos orbitales es despreciable, así como las contribuciones de los restantes átomos o iones. En estos casos, la contribución del spin a la susceptibilidad magnética χ_m de un material con n iones por unidad de volumen viene dada por la expresión teórica:

$$\chi_m = \frac{\mu_0 n g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3kT} \quad (5)$$

donde g es el factor de Landé (aproximadamente constante e igual a 2), μ_B es el magnetón de Bohr ($9.274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$), S es el número cuántico de spin, k es la constante de Boltzmann y T es la temperatura (en grados Kelvin). Así, por ejemplo, tendremos los siguientes valores de S para los iones que se utilizarán: Gd^{+3} ($S=7/2$), Fe^{+3} ($S=5/2$), Cr^{+3} ($S=3/2$), Ni^{+2} ($S=1$), Mn^{+2} ($S=5/2$) y Cu^{+2} ($S=1/2$). La ecuación (5) no tiene validez general, tal como se ha comentado anteriormente, pudiendo encontrar expresiones más generales en , por ejemplo, B.I.Bleaney y B.Bleaney, Cap. 14. Dado que n depende de la densidad y del peso molecular, se define la susceptibilidad magnética molar $\chi_{m, \text{molar}}$, molar que expresa la contribución para un mol de átomos, moléculas o iones:

$$\chi_{m, \text{molar}} \equiv \chi_m \frac{P_m}{\rho} = \frac{\mu_0 N_A g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3kT} \quad (6)$$

donde P_m es el peso molecular de la sustancia y ρ la densidad. Para una temperatura dada, $\chi_{m, \text{molar}}$ es proporcional al factor $S(S+1)$ de los iones paramagnéticos que forman la sal, de tal forma que la medida de la susceptibilidad magnética molar puede emplearse para estimar dicho factor.

1.2 MATERIALES FERROMAGNÉTICOS

El cálculo de la fuerza magnética en el caso de materiales ferromagnéticos presenta otro tipo de dificultades. Estos materiales presentan una susceptibilidad efectiva elevada y son medios no lineales. En estos casos la presencia del material puede modificar sustancialmente los campos magnéticos, por lo que la aplicación de las ecuaciones (1) y (2) se complica.

La dificultad radica en determinar el valor de los campos B y H en el medio material en función de los iniciales B_0 y H_0 . En cada caso, y en función de las condiciones de contorno definidas por la geometría de la muestra empleada deben establecerse las aproximaciones adecuadas para evaluar B y H. Así, por ejemplo, la ecuación (2) conduce a los siguientes resultados según que se haga la hipótesis de que $B \approx B_0$ o que $H \approx H_0$:

$$\text{si } B \approx B_0: \quad F_z = \frac{\chi_m V}{(1+\chi_m)\mu_0} B_0 \frac{dB_0}{dz} \quad (7)$$

$$\text{si } H \approx H_0: \quad F_z = \frac{(1+\chi_m)\chi_m V}{\mu_0} B_0 \frac{dB_0}{dz} \quad (8)$$

Cabe destacar el hecho de que estas dos expresiones conducen a resultados muy distintos. Un mismo campo B_0 producirá fuerzas muy diferentes dado el elevado valor que χ_m puede tomar en un material ferromagnético.

En esta práctica también se analizarán experimentalmente los efectos de distintas condiciones de contorno en la fuerza magnética, y se medirá la susceptibilidad magnética de una ferrita empleando dos muestras grandes y una muestra pequeña.

1.3 FUERZAS SOBRE CONDUCTORES: CORRIENTES DE FOUCAULT

Finalmente se aprovechará el montaje existente para medir la fuerza de interacción entre campos magnéticos variables con el tiempo y un medio material buen conductor. La presencia de un campo magnético variable con el tiempo genera un campo eléctrico inducido (ley de inducción de Faraday-Lenz); dicho campo eléctrico penetra en el medio conductor, generando las corrientes de Foucault. La expresión de la densidad de corriente para dichas corrientes corresponde a las de un medio lineal: la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico inducido, siendo la constante de proporcionalidad la conductividad del medio material (σ). Conviene aclarar que si la frecuencia de trabajo fuera muy elevada (del orden de los MHz o más), la profundidad de penetración en el conductor sería muy pequeña: en este caso no se puede hablar propiamente de corrientes de Foucault, ya que la corriente queda restringida a la superficie del conductor, no penetrando en el mismo. Esta situación no sería aprovechable para nuestra experiencia, pero la frecuencia de operación que usaremos (50 Hz) permite la generación de corrientes de Foucault en todo el volumen de los conductores que vamos a utilizar.

En el caso de sistemas con una geometría sencilla es posible realizar el cálculo teórico de la fuerza resultante, y deducir la conductividad σ del material a partir de la medida de dicha fuerza. En nuestro caso dispondremos de cilindros conductores de radio a , lo que permite un cálculo aproximado sencillo. Si empleamos notación compleja para los campos armónicos con el tiempo, podemos escribir el campo magnético de la forma:

$$\vec{B}_0(z,t) = |B_0| e^{i\omega t} \vec{u}_z \quad (9)$$

Llevando este campo a la ecuación del rotor del campo eléctrico, tendremos que el campo

eléctrico inducido y las corrientes inducidas tendrán la forma:

$$\vec{E}_i(z,t) = -j\frac{\omega r}{2} B_0(z,t) \vec{u}_\varphi \quad \vec{J}(z,t) = -j\frac{\sigma\omega r}{2} B_0(z,t) \vec{u}_\varphi \quad (10)$$

Observemos que el campo eléctrico "da vueltas" alrededor del campo magnético inductor definido en la ecuación (9). Las corrientes de Foucault son proporcionales a este campo, siendo la constante de proporcionalidad la conductividad del conductor σ .

Un cálculo sencillo de la fuerza puede realizarse mediante consideraciones energéticas. Para ello hemos de calcular la energía asociada a las corrientes inducidas, que no es otra cosa que la energía del campo magnético creado por dichas corrientes, dicho con otras palabras el campo autoinducido:

$$\vec{B}_i(z,t) = -j\frac{\sigma\omega\mu_0}{2} \frac{a^2 - r^2}{2} B_0(z,t) \vec{u}_z \quad (11)$$

Este campo autoinducido es el campo magnético creado por las corrientes de Foucault, y calculado con el teorema de Ampère.

La energía magnética asociada a dicho campo autoinducido, para una sección Δz pequeña del cilindro, será:

$$U_{Bi} = \frac{1}{2} \int \vec{B}_i \vec{H}_i^* dV = -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0}{96} \pi a^6 |B_0|^2 \Delta z \quad (12)$$

Análogamente, para una sección Δz de un cilindro magnético imanable, de susceptibilidad χ_m , la energía de imanación tiene la expresión:

$$U_m = \frac{1}{2} \vec{m} \vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{2} \chi_m \pi a^2 \Delta z H_0^2 \quad (13)$$

Comparando ambas ecuaciones, tenemos que la susceptibilidad magnética equivalente a las corrientes inducidas y asociada a la conductividad del medio, χ_σ , puede definirse de la forma:

$$\chi_\sigma \equiv -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0^2}{48} a^4 \quad (14)$$

Esta susceptibilidad magnética equivalente a los efectos de la conductividad es de tipo diamagnético, y puede emplearse para calcular las fuerzas que se ejercen sobre el medio material, empleando las expresiones anteriores. Un cálculo más exacto, que en primer orden concuerda con el resultado de la ecuación (14), puede realizarse resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de Maxwell del rotor del campo E y del campo H. Estas ecuaciones pueden resolverse mediante un método iterativo: con B_0 se calcula E_i en primera aproximación, dicho E_i se emplea para calcular B_i (este sería el campo de la ecuación (11)), sumando B_i al B_0 podemos volver a calcular E_i en segunda aproximación, y así sucesivamente. Una vez calculado J con el grado de aproximación deseado, puede calcularse la fuerza del campo B_0 sobre dichas corrientes.

Si se repite el cálculo anterior para un cilindro conductor hueco de radio medio a y grosor de pared d (con $d \ll a$), la susceptibilidad magnética equivalente resulta ser:

$$\chi_\sigma \equiv -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0^2 d}{8} a^3 \quad (15)$$

Una deducción algo más detallada de las ecuaciones (14) y (15) se puede encontrar en la última referencia de la bibliografía, que aparece al final del guión.

Al inicio de esta práctica se calibrará el campo B_0 creado por la bobina que se utilizará en todas las medidas.

2. MEDIDA DE B_0

La figura 2 indica las dimensiones de la bobina que se emplea en esta práctica, cuyo campo magnético no uniforme vamos a calibrar.

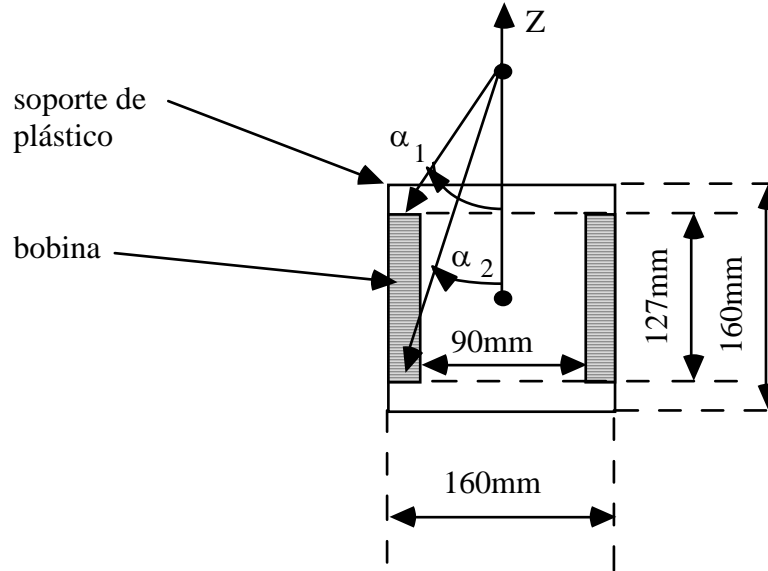


Figura 2

El campo magnético de un solenoide "finito" a lo largo de su eje de simetría (eje z) viene dado por la expresión:

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I}{2 h} \left(\frac{\frac{h}{2} - z}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}} + \frac{\frac{h}{2} + z}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{h}{2} + z\right)^2}} \right) \quad (16)$$

donde N es el número de espiras del solenoide, h es la longitud del solenoide, e I es la corriente que lo alimenta; el origen de coordenadas está en el centro del solenoide. Este campo decrece al aumentar z , por lo que la fuerza sobre una muestra paramagnética, situada a lo largo del eje z , estará dirigida hacia el centro del solenoide.

Para calibrar el campo magnético a lo largo del eje del solenoide utilizaremos una sonda de inducción, constituida por N_S espiras de sección S , con $N_S S = 1880 \pm 20 \text{ cm}^2$. Considerando que dicha sonda es lo bastante pequeña para considerar que el campo magnético que la atraviesa es uniforme en toda su sección, resultará que el flujo de dicho campo magnético viene dado por:

$$\Phi(t) = N_S S B_0 \quad (17)$$

donde B_0 es la componente del campo magnético que atraviesa perpendicularmente la bobina (dado en la ecuación (16)). Si la corriente que alimenta el solenoide es de la forma:

$$I_1 = I_{10} \cos(\omega t) \quad (18)$$

donde ω es la frecuencia angular ($\omega=2\pi f=100\pi$ rad/s), y I_{10} es la amplitud de dicha corriente, el campo magnético B_0 lo podemos expresar como:

$$B_0 = \tilde{B}_0 \cos(\omega t) \quad (19)$$

Deberemos tener en cuenta que \tilde{B}_0 varía con el eje z según la ecuación (16). La combinación de las ecuaciones (17), (18) y (19) indica que la sonda es atravesada por un flujo de campo magnético que cambia con el tiempo: la ley de inducción de Faraday-Lenz nos predice que aparecerá una fuerza electromotriz $\varepsilon(t)$ inducida en los extremos de dicha sonda,

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = N_S S \tilde{B}_0 \omega \sin(\omega t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (20)$$

Así pues, la amplitud de la fuerza electromotriz inducida (que es la magnitud que podemos medir cómodamente con un voltímetro de corriente alterna, ver Figura 3) viene dada por:

$$\varepsilon_0 = N_S S \omega \tilde{B}_0 \quad (21)$$

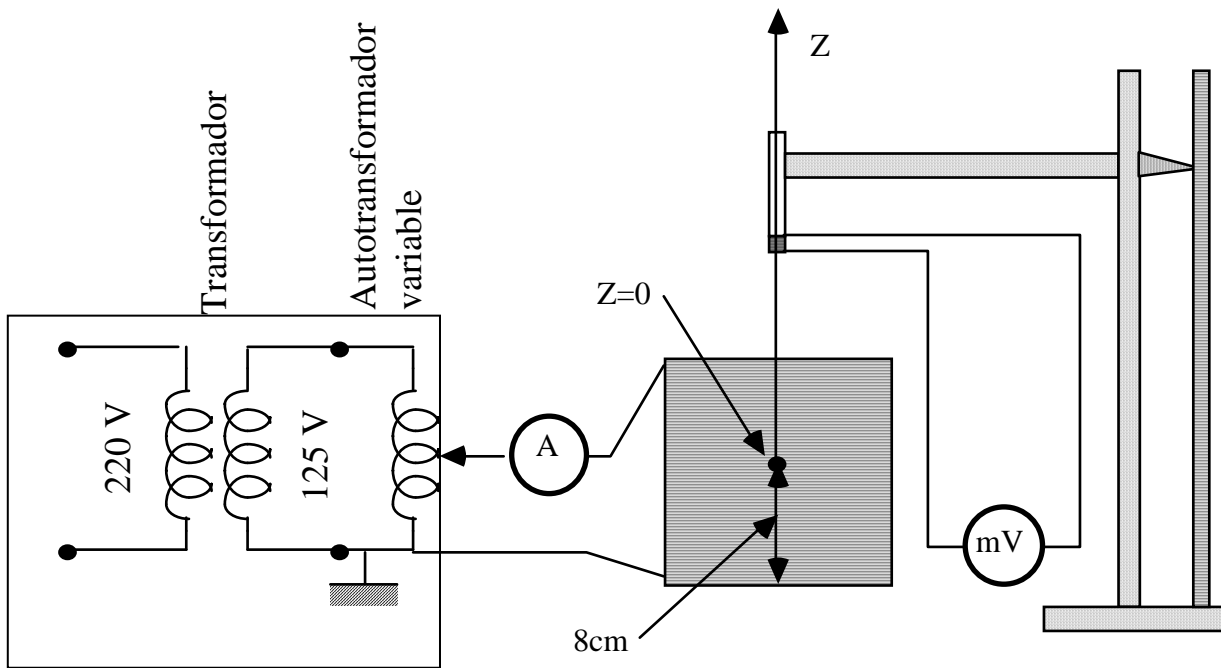
donde recordemos que \tilde{B}_0 varía con el eje z según la ecuación (15).

Alimentaremos el solenoide con corriente alterna de acuerdo con la Figura 3, y ajustaremos el autotransformador para fijar una corriente de alimentación, por ejemplo de $I_{10}=1A$. Mediremos la fuerza electromotriz inducida ε_0 a lo largo del eje z, barriendo aproximadamente el intervalo $[-2,22]$ cm, tomando el origen en el centro de la bobina. Conviene medir con detalle la zona interior de la bobina.

Dado que B_0 es la amplitud del campo creado por una corriente I_1 , cuando posteriormente alimentemos el solenoide con una corriente continua de intensidad I , el campo B_0 creado por la misma será:

$$B_0(\text{creado por } I) = \frac{B_0(\text{creado por } I_1)}{I_1} I \quad (22)$$

Representar \tilde{B}_0 en función de z (a partir de la ecuación (21)). Comparar con la ecuación teórica (16). Es conveniente hacer un ajuste de la expresión teórica a los puntos experimentales. Utilizando kyplot se puede hacer el ajuste de la función no lineal, tomando como parámetros de ajuste el número de espiras N , el radio efectivo del solenoide a , e incluso la altura h del solenoide (en realidad este último parámetro se puede fijar al valor dado en la figura 2). Se podrá representar en una misma gráfica los puntos experimentales y el correspondiente ajuste. Dicha gráfica, se utilizará para determinar B_0 y dB_0/dz , cuyos valores se precisan en apartados posteriores.



**Fuente de alimentación alterna
(50 Hz)**

Figura 3

3. MEDIDA DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA

Las medidas de susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas las haremos utilizando el electroimán, situando el extremo inferior de la muestra en la región del entrehierro. En este caso, al estar el campo magnético confinado esencialmente en el entrehierro, se puede hacer la aproximación de que el campo en el extremo superior de la muestra es cero, y la expresión de la fuerza magnética (ecuación 3) queda:

$$F_z = -\frac{\chi_m}{2\mu_0} AB_0^2 \quad (23)$$

siendo B_0 el campo en el entrehierro. Dicho campo a sido previamente calibrado para corrientes en el intervalo $I \in [0,5]$ A, y su valor viene dado por la siguiente expresión:

$$B_0 = a \cdot I + b \cdot I^2 + c \cdot I^3 + d \cdot I^4$$

con B_0 en Tesla, I en amperios y

$$a = 0.0514 \pm 0.0005 \text{ T/A}$$

$$b = 0.0041 \pm 0.0005 \text{ T/A}^2$$

$$c = -0.00155 \pm 0.00016 \text{ T/A}^3$$

$$d = 0.00008 \pm 0.00002 \text{ T/A}^4$$
(24)

Disponemos de varios tubos con sales de los iones Gd^{+3} , Fe^{+3} , Cr^{+3} , Ni^{+2} , Mn^{+2} y Cu^{+2} que contienen una masa distinta en cada caso (ver Tabla).

Situar el electroimán debajo de la balanza, y preparar su circuito de alimentación de corriente continua, con la fuente GRELCO (figura 4). Utilizaremos dicha fuente en el modo Icte. Para ello **SIN CONECTAR NADA A LA FUENTE** girar el mando de tensión al máximo (totalmente a la derecha) y el de intensidad al mínimo (totalmente a la izquierda). Se encenderá el led rojo correspondiente al modo Icte. En estas condiciones ya podemos conectar la fuente al electroimán. Para ello, los bornes del electroimán marcados con 1 y 2 deben de conectarse entre sí mediante un cable, y los bornes marcados con -/+ se conectarán a los respectivos de la fuente de alimentación. Variando únicamente el mando de intensidad (el de tensión debe dejarse siempre al máximo) podremos controlar el campo magnético en el entrehierro. La lectura de intensidad de corriente se puede hacer directamente en el lector de la propia fuente de alimentación. Seguidamente colgar uno de los tubos, y ajustar la posición del electroimán, de manera que el tubo quede bien centrado en el entrehierro, sin tocar las piezas polares del núcleo (esta operación conviene realizarla, si es necesario, cada vez que se cambie de tubo). Activar la balanza pulsando el botón ON y ponerla a cero pulsando el botón T (tara), asegurándose que en este momento la corriente es nula (por lo que el campo magnético en el entrehierro es cero); la balanza debe marcar cero. Después hacemos pasar por el electroimán una corriente I , y medimos en la balanza Δm . Así pues, la fuerza magnética que se ejerce sobre la muestra la obtendremos con la sencilla expresión: $F_z = \Delta m g$, donde Δm es la medida directa con la balanza cuando por el electroimán pasa una corriente I , y g es la aceleración de la gravedad ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$); dicha fuerza la medimos como la diferencia entre el peso de la muestra con corriente en el electroimán igual a cero (por eso la balanza se debe tarar cuando la corriente es cero), y el peso de la muestra cuando por el electroimán circula una corriente continua I . Con ello estamos en condiciones de construir una tabla $\Delta m = \Delta m (I)$ para cada muestra.

Sustancia	M (g)	L (mm)	P_m (g)	ρ (g/cm ³)
Gd_2O_3	97.9 ± 0.2	110 ± 1	362.5	7.407
$Fe (NO_3)_3 \cdot 9(H_2O)$	68.4 ± 0.2	130 ± 2	404.0	1.684
$CrK (SO_4)_2 \cdot 12(H_2O)$	75.4 ± 0.2	114 ± 1	499.4	1.826
$Ni SO_4 \cdot 6(H_2O)$	83.4 ± 0.2	108 ± 1	262.9	2.07
$K_3 Fe (CN)_6$	71.7 ± 0.2	104 ± 1	329.3	1.85
$SO_4 Mn (H_2O)$	92.8 ± 0.2	113 ± 1	169.0	2.95
$Cu (NO_3)_2 \cdot 3(H_2O)$	100.0 ± 0.2	130 ± 2	241.6	2.32

El intervalo de intensidad que hemos de cubrir es $I \in [0,5]$ A, salvo para el caso del G_2O_3 , en el que se cubrirá únicamente el rango $I \in [0,3]$ A. Los valores de I grandes, $I > 2$ A, producen un efecto Joule apreciable que puede calentar las bobinas del electroimán e incluso quemarlas, por lo que **es necesario hacer las medidas rápidamente** y no dejar el electroimán conectado más de lo necesario con intensidades grandes. Conviene hacer las medidas en bajada, es decir, subir rápidamente a la corriente máxima (5 o 3 A, según el caso), y a partir de ahí tomar medidas siempre en sentido decreciente (evitar hacer subidas y bajadas).

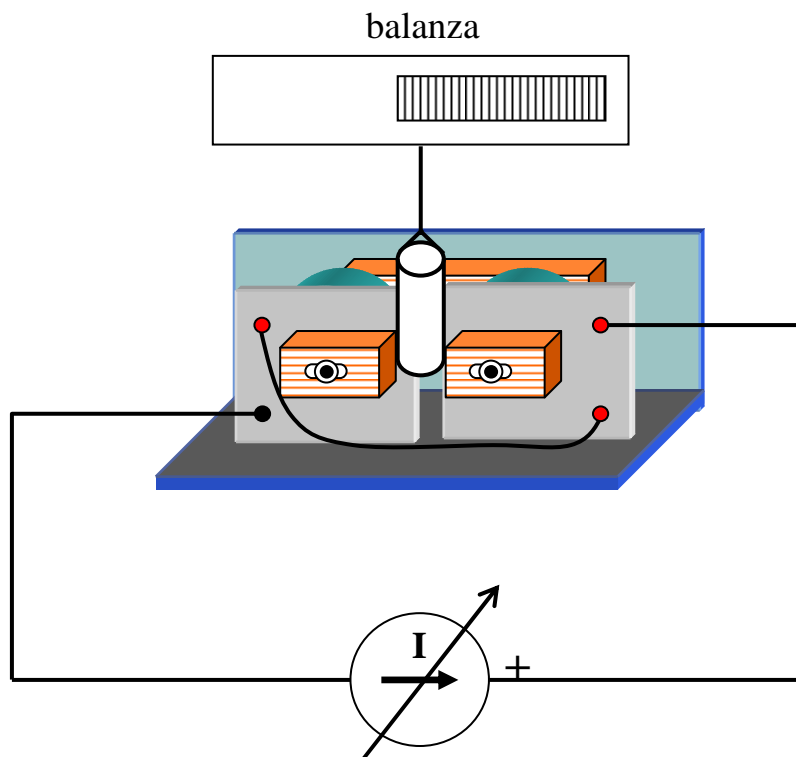


Figura 4

Una vez hechas las medidas, la ecuación (23) nos permitirá calcular χ_m : realizaremos un ajuste por mínimos cuadrados de la fuerza F_z (en nuestro caso $F_z = \Delta m g$) medida, en función de B_0^2 , calculado a partir de la corriente I , teniendo en cuenta la ecuación de calibración (24). En este cálculo hemos de tener en cuenta que buena parte del interior del tubo es aire, dado que los cristales de las sales empleadas dejan muchos huecos. Por ello, el área de la sección que hemos de utilizar en el cálculo no es la del tubo sino la efectiva, que es la que tiene el material descontando el aire: el volumen del material será $V=m/\rho$ y al área efectiva será $A=V/L$. Los valores de susceptibilidad obtenidos en este apartado se pueden comparar con los tabulados en un Handbook de Física y Química. Para ello hay que tener en cuenta que los valores tabulados corresponden a la susceptibilidad molar expresada en el sistema c.g.s. Así pues, la relación entre la susceptibilidad en unidades del S.I. en función del valor tabulado es:

$$\chi_m(S.I.) = \chi_m(\text{HandBook}) \frac{4\pi\rho}{P_m} \quad (25)$$

Siendo ρ la densidad del compuesto y P_m su peso molecular, ambos en unidades c.g.s.

La discusión de los resultados obtenidos realizarse en base a la ecuación (6), haciendo una gráfica en función de $S(S+1)$. Es interesante estudiar los valores relativos respecto, por ejemplo, a la sustancia que tenga mayor susceptibilidad molar, además de los valores absolutos.

4. EFECTOS DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO SOBRE F_z

El resultado dado por la ecuación (4) indica que para un material dado, si se toma una muestra de volumen V , F_z es independiente de la forma concreta de dicha muestra. Sin embargo, si χ_m es grande esta conclusión no es cierta, tal y como las ecuaciones (7) y (8) muestran.

Para comprobar experimentalmente los efectos de la geometría de la muestra sobre F_z se han preparado dos muestras ferromagnéticas del mismo material, cortadas en forma de lámina, ambas del mismo tamaño $32.5 \times 32.5 \times 0.5 \text{ mm}^3$, y sujetas con orientaciones distintas, tal como la Figura 5 muestra. Observemos que los alambres de sujeción y la tara empleada son materiales dia o paramagnéticos

($\chi_m \approx 0$), y por tanto su presencia puede despreciarse en relación a las acciones del campo magnético sobre las láminas ferromagnéticas.

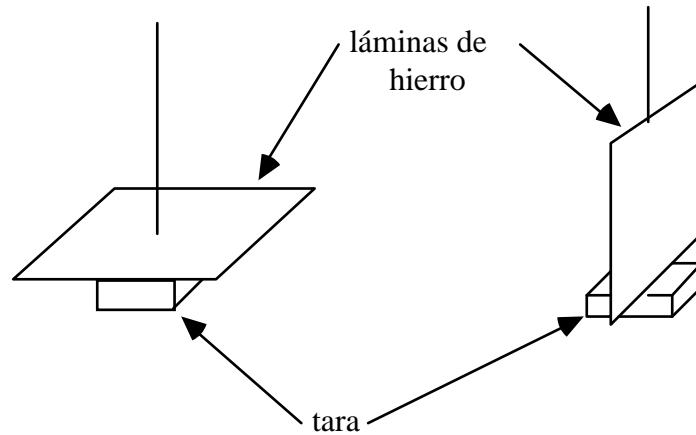


Figura 5

Retirar el electroimán y situar ahora la bobina debajo de la balanza, preparar su circuito de alimentación con corriente continua, y colgar una de las muestras (su centro queda en $z \approx 60\text{mm}$), todo ello tal como la Figura 6 indica. Activar la balanza pulsando el botón ON y ponerla a cero pulsando el botón T (tara), todo ello con campo magnético nulo (corriente en la bobina nula). Seguidamente construir una tabla $F_z = F_z(I)$, donde $F_z = \Delta m \text{ g}$, para ambas muestras, barriendo el intervalo $I \in [0,1]\text{A}$ con la ayuda del control de intensidad de la fuente de alimentación de corriente continua (Se trabajará en el modo Icte, como en el apartado anterior).

Interpretar los resultados obtenidos para estas dos muestras. Uno de los posibles métodos a seguir sería representar F_z en función de I^2 , y analizar estas gráficas a la vista de las ecuaciones (7) y (8), estudiando qué condición de contorno se debe aplicar en cada caso.

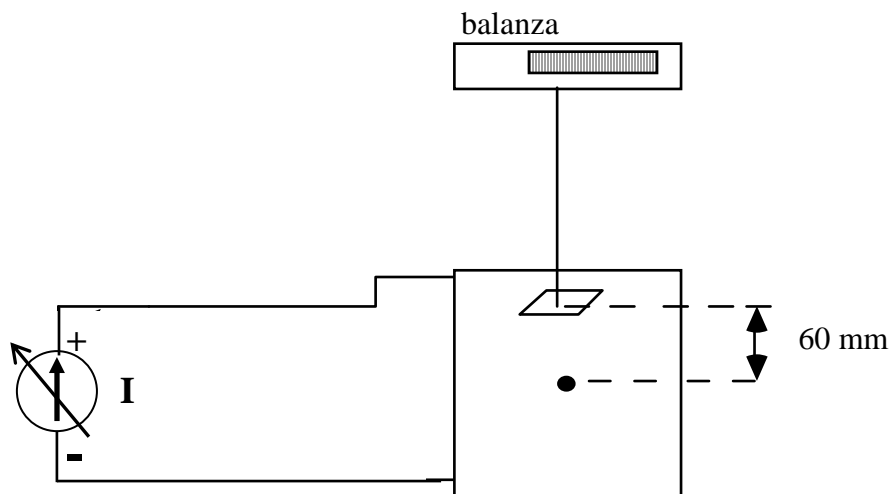


Figura 6

5. MEDIDA DE LA CONDUCTIVIDAD DE METALES

En este apartado alimentaremos la bobina con corriente alterna ($f=50$ Hz). El autotransformador proporciona una corriente de hasta unos 2 A. Se dispone de dos conjuntos de cilindros conductores de aluminio: cilindros macizos ($L=120$ mm y radios mayores de 14 mm) y cilindros huecos ($L=120$ mm, 2 mm de grosor de pared y radios medios mayores de). Cuando los cilindros se cuelgan de la balanza, el extremo inferior de los cilindros está en el punto medio de la bobina ($z=0$). Mediremos la fuerza que ejerce el campo magnético de la bobina sobre los cilindros conductores en función de la intensidad siguiendo el procedimiento habitual (Se recomienda hacer las medidas para corrientes decrecientes), y construyendo una tabla $F_z=F_z(I_0)$. A partir de dichas tablas podremos comprobar la diferente dependencia con el radio de la susceptibilidad equivalente según la geometría (cilindro macizo/hueco) y del análisis de los resultados se podrá deducir la conductividad del aluminio, utilizando las ecuaciones anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

- D.J.Griffiths, Introduction to electrodynamics, Prentice Hall, 1981.
- B.I.Bleaney y B.Bleaney, Electricity and Magnetism, Oxford University Press, 1976.
- Handbook of Chemistry and Physics. Sección E (susceptibilidades magnéticas).
- J. Pellicer-Porres, R. Lacomba-Perales, J. Ruiz-Fuertes, D. Martínez-García, "Force characterization of eddy currents", American Journal of Physics **74**, 267-271 (2006).

I. MEDIDAS

10

MUY BIEN!

2. Medida de B_0

Calibración campo magnético no uniforme de la bobina (eje z)

Corriente alterna 0-125V, 8A

Voltímetro (mV), Amperímetro salida 10A (A)

Fijamos $I_{10} = 1A$ (alimenta bobina). → Medida con polímetro:

Medimos fem. $\rightarrow \mathcal{E}_{ind}$ (en la sonda) a lo largo de z (posición en la regla). $I_{10} = 1,00 \pm 0,010 A$
 El valor oscila por L, autoinducción de la bobina, transitorio largo.

$z \pm 0,1cm$	$\mathcal{E}_{ind} (V)$
17,0	0,678 \pm 0,007
17,4	0,700 \pm 0,007
18,1	0,725 \pm 0,007
19,1	0,750 \pm 0,008
19,7	0,759 \pm 0,008
20,3	0,767 \pm 0,008
21,4	0,760 \pm 0,008
21,9	0,750 \pm 0,008
22,5	0,735 \pm 0,007
23,4	0,700 \pm 0,007
24,4	0,650 \pm 0,007
25,2	0,600 \pm 0,006
25,9	0,550 \pm 0,006
26,5	0,500 \pm 0,005
27,1	0,450 \pm 0,005
27,7	0,400 \pm 0,004
28,4	0,350 \pm 0,004
29,1	0,300 \pm 0,003
29,9	0,250 \pm 0,003
30,2	0,200 \pm 0,002
32,2	0,150 \pm 0,0015

El z_0 lo ajustamos a posteriori.
 Tiene que estar centrada, influye alineación de la sonda con eje, 1% \rightarrow 1mm. de error en \mathcal{E}_{ind}

En $z_0 \pm 0,2cm$ "sale" de la bobina (parte verde, incluida) de plástico

El suelo lo toca en $13,1 \pm 0,2cm$.

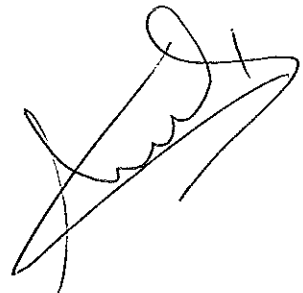
Por tanto, el cero experimental, como la media entre ambos valores, es: $21,0 \pm 0,4cm = z_0 exp.$

Medimos R_{bobina} con el óhmetro:

$R_b = 10,6 \pm 0,1 \Omega$

Y la resistencia de la sonda:

$R_{sonda} = 82,5 \pm 0,8 \Omega$



El error en z es la sensibilidad de la regla, mientras que el del voltaje es del 1%, según las indicaciones del fabricante.

34,1	$0,1000 \pm 0,0010$
35,3	$0,0800 \pm 0,0008$
37,5	$0,0500 \pm 0,0005$
39,3	$0,0400 \pm 0,0004$
41,1	$0,0300 \pm 0,0003$
42,5	$0,0250 \pm 0,0003$

Por otro lado, podemos calcular la altura de la bobina restando las posiciones de la sonda arriba y abajo:

$$h_{exp} = 29,0 - 13,1 \text{ cm} = 15,9 \pm 0,2 \text{ cm}$$

que coincide con el que aparece en el guión de la práctica (contando los bordes de plástico).

3. Medida de la susceptibilidad magnética

Continua Orles 0-5A / 0-30V C.C. \rightarrow a) genera al revés I_{max} o variación V
 Intensidad fuente I (A) $\pm 1\%$ Diferencia de masa del tubo Δm (g) $\pm 0,001g$ sensibilidad Santorius (balanza) como $V < 30V$, se cumple
 Material V (V) $\pm 0,1$ $h_{ens. \text{ máximo}} \rightarrow I_{cte}$

Material	I (A) $\pm 1\%$	Δm (g) $\pm 0,001g$	V (V) $\pm 0,1$
Gd_2O_3	0,00	0,000	0,0
(Gd^{+3})	3,00	1,367	11,8
	2,00	0,637	7,7
	2,80	1,231	11,0
	1,80	0,534	6,9
	2,60	1,083	10,3
	1,60	0,425	6,1
	2,40	0,934	9,5
	1,40	0,333	5,4
	2,20	0,800	8,8
	1,20	0,248	4,6
	2,00	0,659	8,0
	1,00	0,175	3,9
0,80	0,115	3,1	
0,60	0,066	2,3	
0,40	0,032	1,5	
0,20	0,010	0,8	
0,00	0,000	0,0	

Taremos con el tubo colgado y sin que toque el entrehierro.
 La balanza de precisión empleada es de marca Santorius. Se escoge el error de sensibilidad.
 ... otra tanda para cubrir el intervalo de 2A a 3A.
 La fuente continua GRECO en modo Icte se conecta como generador de corriente al electroimán para generar un campo magnético en el entrehierro controlable con I .

\hookrightarrow No se ha destarado, comprobación \checkmark .

$Fe(NO_3)_3 \cdot 9H_2O$ (Fe^{+3})	I (A)	Δm (g)	V (V)
	0,00	0,000	0,0
	5,00	0,427	19,4
	4,50	0,381	17,3
	4,00	0,330	15,4
	3,50	0,270	13,5
	3,00	0,205	11,6

Cabe señalar que en todos los casos Δm tiene signo positivo, es decir, sufre una fuerza añadida a la de la gravedad ("pesa más"). Si el eje z va hacia arriba, $F_z = -\Delta m g < 0$.

2,50	0,145	9,7
2,00	0,092	7,8
1,50	0,052	5,8
1,00	0,022	3,8
0,50	0,004	1,9
0,00	0,000	0,0

Realizamos las mediciones lo más rápidamente posible y de manera decreciente para evitar el efecto del calentamiento de las bobinas.

$\text{CrK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12(\text{H}_2\text{O})$	0,00	0,000	0,0
(Cr^{+3})	5,00	0,166	19,4
	4,50	0,150	17,4
	4,00	0,128	15,5
	3,50	0,108	13,5
	3,00	0,083	11,6
	2,50	0,059	9,7
	2,00	0,039	7,8
	1,50	0,021	5,9
	1,00	0,010	3,9
	0,50	0,003	1,9
	0,00	0,000	0,0

$\text{NiSO}_4 \cdot 6(\text{H}_2\text{O})$	0,00	0,000	0,0
(Ni^{+2})	5,00	0,265	19,3
	4,50	0,240	17,4
	4,00	0,208	15,5
	3,50	0,172	13,7
	3,00	0,132	11,7
	2,50	0,094	9,7
	2,00	0,062	7,8
	1,50	0,037	5,8
	1,00	0,016	3,9
	0,50	0,005	1,9
	0,00	0,000	0,0

$K_3Fe(CN)_6$	0,00	0,000	0,0
(Fe^{+3})	5,00	0,099	19,5
	4,50	0,090	17,5
	4,00	0,078	15,6
	3,50	0,064	13,7
	3,00	0,050	11,7
	2,50	0,035	9,7
	2,00	0,023	7,8
	1,50	0,013	5,8
	1,00	0,005	3,9
	0,50	0,002	1,9
	0,00	0,000	0,0

$SO_4Mn(H_2O)$	0,00	0,000	0,0
(Mn^{+2})	5,00	1,434	13,5
	4,50	1,293	17,5
	4,00	1,118	15,7
	3,50	0,948	13,7
	3,00	0,717	11,7
	2,50	0,516	9,8
	2,00	0,384	7,8
	1,50	0,192	5,8
	1,00	0,088	3,9
	0,50	0,023	1,9
	0,00	0,000	0,0

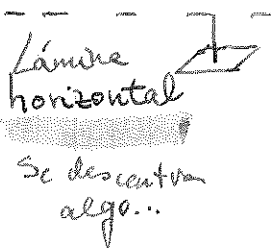
$Cu(NO_3)_2 \cdot 3(H_2O)$	0,00	0,000	0,0
(Cu^{+2})	5,00	0,109	19,6
	4,50	0,095	17,7
	4,00	0,084	15,7
	3,50	0,068	13,8
	3,00	0,051	11,8
	2,50	0,034	9,8
	2,00	0,023	7,9
	1,50	0,013	5,9
	1,00	0,002	3,9
	0,50	0,001	1,9
	0,00	0,000	0,0

bobina $\rightarrow < 0$

4. Condiciones de contorno sobre Fz

Bobina bajo la balanza.

$0 \leftarrow I A$



Centraos lámina.

Intensidad fuente
 $I \pm 0,01 A$

Diferencia masa en la balanza
 $\Delta m \pm 0,001 g$

Continua bobina.

$\Delta m > 0$ en todos los casos.

Voltaje en la fuente
 $V \pm 0,1 (V)$

	Intensidad fuente $I \pm 0,01 A$	Diferencia masa en la balanza $\Delta m \pm 0,001 g$	Voltaje en la fuente $V \pm 0,1 (V)$
Lámina horizontal 	1,00	0,043	9,6
	0,90	0,033	8,7
	0,80	0,023	7,7
	0,70	0,017	6,7
	0,60	0,015	5,8
	0,50	0,009	4,8
	0,40	0,004	3,9
	0,30	0,002	2,9
	0,20	0,000	1,9
	0,10	0,000	0,9
	0,00	0,000	0,0
Lámina vertical 	1,00	2,599	9,6
	0,90	2,125	8,7
	0,80	1,699	7,7
	0,70	1,295	6,7
	0,60	0,953	5,8
	0,50	0,680	4,8
	0,40	0,441	3,9
	0,30	0,251	2,9
	0,20	0,109	1,9
	0,10	0,029	1,0
	0,00	0,000	0,0

5. Conductividad de metales

Bobina en alterna $\rightarrow f = 50 Hz$

Balanza tubo

(espesor de cilindros huecos)

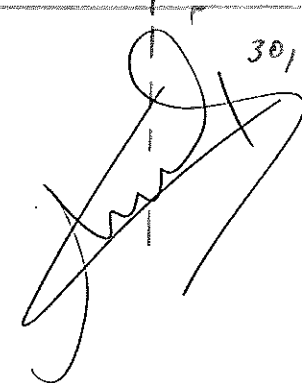
Tipo de cilindro: \bar{a} (mm)

Intensidad por la bobina (aprox) $I (A) \pm 10\%$

Longitud de cilindros $L = 120 mm$
Diferencia de masa en la balanza $\Delta m \pm 0,001 g$

Peso de la muestra $M (g) \pm 0,00$

Tipo de cilindro	\bar{a} (mm)	Intensidad por la bobina (aprox) $I (A) \pm 10\%$	Longitud de cilindros $L = 120 mm$ Diferencia de masa en la balanza $\Delta m \pm 0,001 g$	Peso de la muestra $M (g) \pm 0,00$
Hueco	15 mm	2,979	0,007	30,402
		1,806	0,004	
		1,608	0,001	
		1,40	0,000	
		1,20		
		1,00		
		0,80		
		0,60		
		0,40		
		0,20		
		0,00	0,000	



De nuevo, las medidas se realizan de manera discrepante en I y lo más rápidamente posible para evitar el calentamiento de la bobina.

Macizo	14	2,972
		1,794
		1,603
		1,400
		1,206
		1,000
		:
		0,000

0,012	52,294
0,008	
0,005	
0,004	
0,002	
0,000	
:	
0,000	

Los valores de Δm que marca la báscula son negativos, lo que indica un efecto diamagnético por apantallamiento del campo magnético debido a las corrientes. Se representa $-Am \frac{F_z}{r}$

Huaco	19	1,975
		1,800
		1,607
		1,400
		1,201
		1,008
		0,800
		0,602

0,022
0,018
0,014
0,010
0,007
0,004
0,002
0,000

37,564

Macizo	19,3	1,896
		1,600
		1,404
		1,200
		1,001
		0,806
		0,600
		0,401
		0,200

0,033
0,067
0,051
0,038
0,026
0,017
0,009
0,004
0,000

70,523



Macizo	18,4	1,966
		1,800
		1,660
		1,400
		1,208
		1,004
		0,802
		0,600
		0,400

0,026
0,022
0,018
0,014
0,011
0,007
0,004
0,002
0,000

107,398

Macizo	21,9	1,980
		1,802
		1,599
		1,401
		1,205
		1,004
		0,800
		0,598
		0,400
		0,199
		0,100

0,172
0,142
0,111
0,086
0,064
0,044
0,029
0,016
0,007
0,002
0,000

130,658

[Handwritten signature]

Huevo 23	1,975	0,051	45,429
	1,799	0,042	
	1,598	0,033	
	1,400	0,025	
	1,200	0,019	
	1,000	0,013	
	0,797	0,008	
	0,605	0,004	
	0,399	0,000	

prueba $\left\{ \begin{array}{l} \checkmark \\ \checkmark \end{array} \right.$ cte
 computada
 si $V > \frac{I}{r}$ del $\frac{I}{r}$ I > I
 r selecc
 pasie a Icte
 Icte

Macizo 24	1,975	0,328	155,721
	1,800	0,270	
	1,609	0,215	
	1,402	0,164	
	1,199	0,119	
	1,004	0,083	
	0,800	0,052	
	0,600	0,029	
	0,398	0,013	
	0,198	0,003	
	0,000	0,000	

Macizo 26, 1	1,976	0,483	183,489
	1,800	0,403	
	1,605	0,317	
	1,401	0,241	
	1,203	0,178	
	1,001	0,122	
	0,804	0,078	
	0,601	0,044	
	0,402	0,020	
	0,200	0,005	
	0,000	0,000	

Huevo 27	1,969	0,122	53,997
	1,795	0,103	
	1,600	0,081	
	1,400	0,062	
	1,200	0,046	
	1,000	0,032	
	0,800	0,020	
	0,596	0,012	
	0,401	0,006	
	0,200	0,003	
	0,003	0,000	

[Handwritten signature]

Maizo 28,3

1,975

0,878

213,938

error
↓
bobina
caliente

1,803

0,730

1,599

0,570

1,400

0,439

1,200

0,322

1,000

0,224

0,802

0,144

0,597

0,080

0,400

0,037

0,200

0,009

0,000

0,000

Maizo 29,8

1,972

1,050

242,445

1,800

0,875

1,606

0,692

1,400

0,526

1,200

0,386

0,999

0,267

0,800

0,171

0,598

0,095

0,402

0,043

0,200

0,010

0,000

0,000

Hueco 31

1,975

0,210

61,020

1,800

0,174

1,602

0,138

1,400

0,106

1,202

0,078

1,000

0,055

0,801

0,035

0,598

0,020

0,402

0,009

0,198

0,003

0,000

0,000

Maizo 31,9

1,974

1,613

277,043

1,800

1,345

1,598

1,054

1,401

0,810

1,200

0,594

1,000

0,414

0,799

0,263

0,597

0,146

0,400

0,066

0,197

0,015

0,000

0,000

[Handwritten signature]

Hueco 35	1,969	0,337	68,021
	1,803	0,283	
	1,600	0,222	
	1,401	0,170	
	1,200	0,125	
	9,998	0,086	
	6,800	0,056	
	0,602	0,032	
	0,400	0,014	
	0,200	0,005	
	0,000	0,000	

Hueco 39	1,969	0,564	80,766
	1,800	0,470	
	1,605	0,373	
	1,401	0,286	
	1,200	0,210	
	1,004	0,147	
	0,798	0,094	
	0,600	0,053	
	0,403	0,025	
	0,197	0,008	
	0,000	0,000	

[Handwritten signature]

Si la fuerza fuese suficientemente grande, la muestra podría "evitar" al compensar la fuerza magnética la fuerza de la gravedad.

II. TRATAMIENTO DE DATOS

2. Con la bobina utilizada y la sonda de inducción pretendemos calibrar el campo magnético en punto del eje de la bobina, que corresponde a la ecuación (16) del quión. Las dimensiones h, a son conocidas (por el quión) y por la medida experimental de h, a a partir de la posición de la sonda arriba y abajo, como se señaló en la parte 2) de las medidas. En lugar de introducir h y a como valores dados a la hora de ajustar nuestras medidas con la ecuación teórica, los dejaremos como parámetros libres que nos calcule el ajuste por mínimos cuadrados, para comprobar posteriormente su concordancia.

Además, pese a haber calculado z_0 experimentalmente (la posición de la sonda en el centro de la bobina), lo dejaremos también como parámetro de ajuste.

Por último, cabe señalar que no tenemos, como dice el quión, un ajuste de $B_0(z)$, sino de $E_{ind}(z)$, para representar gráficamente las medidas directas y no otras derivadas. Por tanto, la ecuación (16) quedaría, convenientemente modificada:

$$E_{ind} = \frac{A_1}{h} \left(\frac{\frac{h}{2} - (z - z_0)}{\left(a^2 + \left(\frac{h}{2} - (z - z_0)\right)^2\right)^{1/2}} + \frac{\frac{h}{2} + (z - z_0)}{\left(a^2 + \left(\frac{h}{2} + (z - z_0)\right)^2\right)^{1/2}} \right)$$

donde $E_{ind}(z)$ es la representación de medidas directas y A_1, h, a y z_0 son parámetros del ajuste.

h, a y z_0 se compararán con los valores conocidos y a partir de A_1 podremos calcular el número de espiras y la autoinducción de la bobina.

$$A_1 = N_s S W \frac{\mu_0 N I_0}{2} \leftrightarrow N = \frac{2A_1}{\mu_0 (S) 2\pi f I_0}$$

tomando los valores conocidos del quión: $f = 50\text{Hz}$, $N_s S = 1880 \times 10^{-6}\text{m}^2$, y el I_0 experimental. La autoinducción se puede aproximar por:

$$L \approx \mu_0 N^2 S / h = \mu_0 N^2 \frac{\pi a^2}{h}$$

Cabe señalar también que en toda esta práctica, las medidas de V e I en corriente alterna hacen referencia a valores eficaces, pero a que no se explicita en cada caso. Al estar los factores $1/\sqrt{2}$ en ambos lados de la ecuación (6, 7), no cambian los parámetros del ajuste.

En definitiva, si representamos las medidas de $E_{ind}(z)$ y calculamos los valores señalados (teniendo en cuenta la conversión de centímetros a metros), obtenemos:

haciendo substitutos en todas las figuras para describir específicamente las magnitudes representadas. (a última hora)

Voltaje $\epsilon_{0 \text{ ind}}$ inducido en la sonda en función de su posición z (eje vertical).

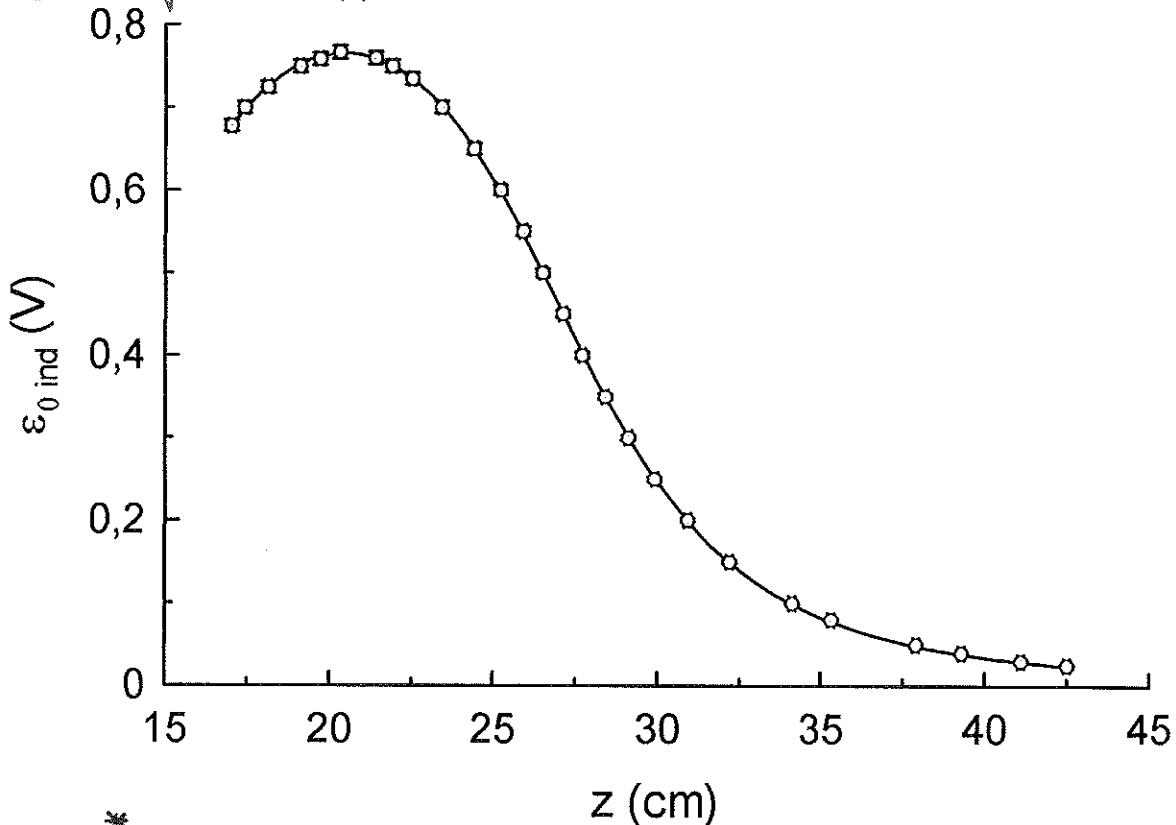


Figura 2: Calibración del campo magnético en el eje de una bobina (alimentada con corriente alterna) mediante una sonda de inducción pequeña situada en dicho eje.

Ecuación: (ver página anterior) de ajuste:

Resultados del ajuste: $mcc = 0,99998$

$A_1 = 6,711 \pm 0,014 \text{ Vcm}$; $h = 12,64 \pm 0,07 \text{ cm}$; $a = 6,07 \pm 0,03 \text{ cm}$; $z_0 = 20,411 \pm 0,015 \text{ cm}$

Como se observa, el ajuste es bondadoso, pues todos los puntos concuerdan con la ecuación del ajuste, y el coeficiente de correlación múltiple es muy alto. Esto se debe en parte a una correcta realización de las medidas (sonda centrada en el eje, etc. así como a haber dejado cuatro parámetros libres. Si los comparamos con los correspondientes valores experimentales:

CONOCIDO
 $h_{\text{guión}} (\text{sin } \text{bordes}) = 12,7 \text{ cm}$

AJUSTE
 $h_{\text{aj}} = 12,64 \pm 0,07 \text{ cm}$

$a_{\text{guión}} (\text{exterior}) = 16 \text{ cm} / 2 = 8,0 \text{ cm}$

$a_{\text{med}} = 6,07 \pm 0,03$

$a_{\text{guión}} (\text{interior}) = 9,0 \text{ cm} / 2 = 4,5 \text{ cm}$

$z_0 \text{ exp} = 21,0 \pm 0,4 \text{ cm}$

$z_0 \text{ aj} = 20,411 \pm 0,015$

Por tanto, se observa que el valor de h del ajuste es plenamente compatible con el del guión, que el valor de a_{med} está en el intervalo esperado de a_{ext} , a_{int} ; y que el valor de z_0 es consistente, pues está a menos de dos barras de error del medido.

dentro del margen de incertidumbre a partir de A_1 , calculamos los parámetros que caracterizan completamente nuestra bobina:

$N = 1808 \pm 27$ (nº de espiras)

$n = N/h = 143 \pm 2$ espiras/cm (densidad de espiras)

$L = 0,377 \pm 0,012 \text{ H}$

En definitiva, hemos obtenido ^{con bastantes garantías} una ecuación de calibración del campo magnético en la bobina (su eje), la cual se utilizará en los apartados posteriores. Así pues, el campo cuando alimentemos la bobina con una corriente I_0 (fija) será (donde $B_{0f} = B_0/\sqrt{2}$)

$$B_{0f}(I, z) = \frac{I_0}{I_0} \cdot \frac{1}{N_S SW} \cdot (\text{Ec. ajustada}) = E_{\text{ind}}(z) \quad (\text{ecuación \# 1})$$

De manera similar, calcularemos la derivada de dicha ecuación, que no se explicita por carecer de interés, para calcular con los mismos parámetros del ajuste $\frac{dB_0}{dz}$.

3. Mediante el electromán alimentado en corriente continua y la balanza de precisión analizaremos la fuerza que sufre cada muestra por el campo magnético existente en el entrehierro en función de la intensidad de corriente. Esta dependencia está calibrada en el quión (ecuación 24). Por tanto, a partir de I calcularemos B_0 con su correspondiente error, y representaremos $\Delta m(B_0^2)$. Cabe señalar que la báscula señala valores positivos al conectar I , es decir, la muestra sufre una fuerza hacia abajo en la dirección z , ^{sentido} negativo es decir, se añade a la fuerza de gravedad ("pesa más") que marca la báscula. Por tanto, teniendo en cuenta los cambios de signo, la ecuación (23) quedaría: $Fz = -\Delta m g$ \otimes

$$\Delta m = \frac{\chi_m}{2\mu_0 g} A \cdot B_0^2 \quad \text{que será la ecuación a ajustar.}$$

(- $\Delta m > 0$)

donde $A = \frac{m}{\rho L}$ (valores tabulados en el quión) \downarrow $m_f < m_i$

$m_f, m_i = \Delta m < 0 \rightarrow$ medido, báscula ponía signo -

Se toma en toda la práctica $g = 980 \pm 0,01 \%$. Así pues, se ajustará a una ecuación lineal:

$$\Delta m = A_1 + A_2 \cdot B_0^2, \quad \text{donde se espera que}$$

$$A_1 \approx 0$$

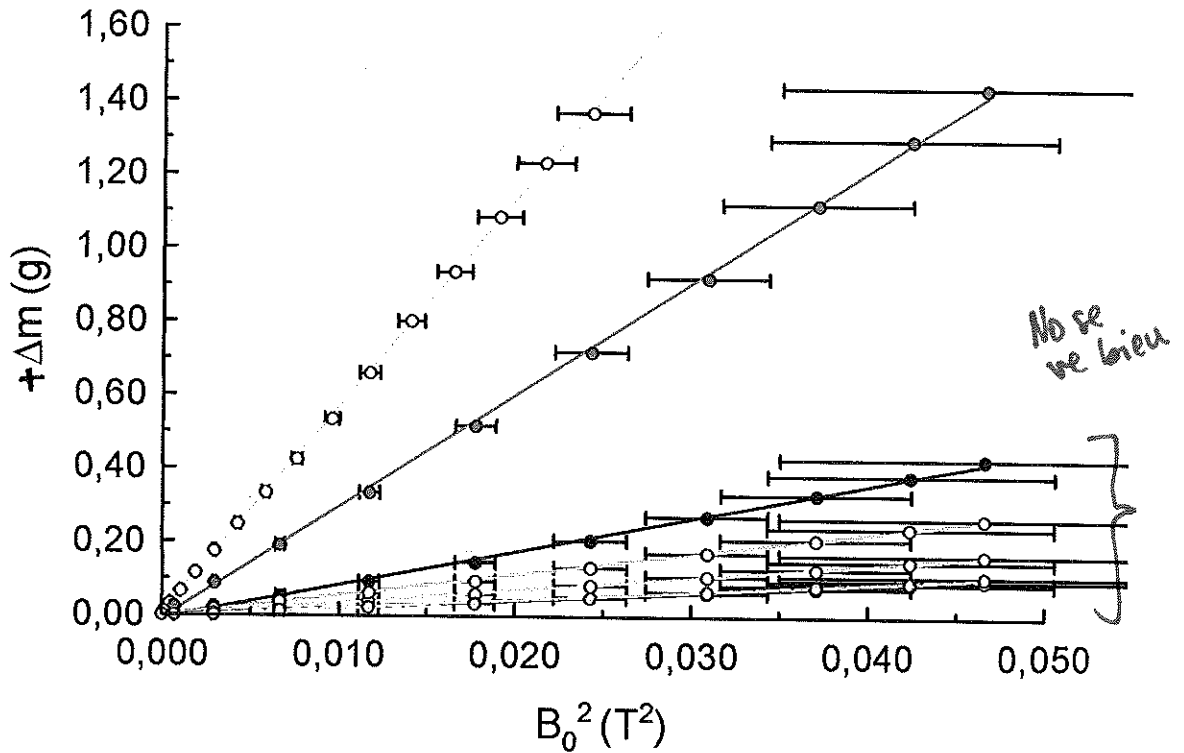
$$A_2 = \frac{\chi_m}{2\mu_0 g \rho L} m, \quad \text{de donde podemos despejar } \chi_m:$$

$\chi_m = 2\mu_0 g \rho L A_2 / m$, ^{adimensional} que se relacionará con el valor tabulado del Handbook (molar):

$$\chi_{m \text{ mol}} = \chi_m \cdot P_m / 4\pi \rho \quad (P_m, \rho \text{ tabulados en el quión})$$

Por último, se comprobará la concordancia de estos valores con la ecuación teórica (6) para los espines de los iones conocidos y una temperatura ambiente de 293,15 K (aproximadamente, pues no medimos dicha temperatura). Por tanto, será un valor orientativo, aunque finalmente obtendremos este valor para hacer un ajuste de los $\chi_{m \text{ mol}}$ medidos en función de $S(S+1)$. Además, analizaremos los valores relativos de χ respecto al valor mayor de las muestras.

Diferencia de masa (puro) de las sales medida por la balanza (Δm) debido a campo magnético B_0 en el entrehierro.



Legenda de las sales utilizadas:

- Gd_2O_3
- $Fe(NO_3)_3 \cdot 9(H_2O)$
- $CrK(SO_4)_2 \cdot 12(H_2O)$
- $NiSO_4 \cdot 6(H_2O)$
- $K_3Fe(CN)_6$
- $SO_4Mn(H_2O)$
- $Cu(NO_3)_2 \cdot 3(H_2O)$

Figura 3: Cálculo de la susceptibilidad magnética de muestras de sales de iones conocidas mediante la medida de la fuerza ejercida sobre ellas en el entrehierro de un electroimán alimentado en corriente continua y con un campo magnético conocido (calibrado en función de la intensidad). Todas las sustancias son paramagnéticas.

De igual manera se puede comprobar cómo algunas muestras sufren una fuerza mayor para iguales intensidades debido a su mayor susceptibilidad. En cuanto a los ajustes, cabe señalar un buen acuerdo de las medidas con la ecuación teórica esperada, pues apenas se desvían de la recta, como se puede comprobar a partir de los altos coeficientes de correlación lineal, y tienen ordenados en el origen compatibles con cero (como cabría esperar).

Aparte, es necesario indicar que los valores de $K_3Fe(CN)_6$ y $Cu(NO_3)_2$ son muy parecidos y no se distinguen en la gráfica (se solapan). Esto indica que tendrán una susceptibilidad magnética similar.

Los errores grandes para intensidades altas se deben a que B_0^2 depende de una curva de calibración con potencias de I , lo que implica, tras la propagación de errores, un margen de incertidumbre mayor a mayor I .

En la tabla de la página siguiente se calcula, a partir de los resultados del ajuste de cada muestra, la susceptibilidad χ_m adimensional, la χ_m molar extraída a partir del espín y se comparan con las tabuladas en el Handbook.

⊗ Como comentario general, cabe señalar que el signo utilizado con z hacia arriba, con lo que F_z será una fuerza hacia arriba. Cuando la balanza marque un valor positivo, la fuerza será hacia abajo, por lo que $F_z < 0$, y viceversa. Si Δm es la lectura de la balanza, $F_z = -\Delta m g$.

Sal	Resultados del ajuste		$\chi_{m\text{aj}}$	Susceptibilidad molar (cm^3/mol)	
Gd_2O_3	r	0,9999	0,01157	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,0450 \pm 0,0004$
	A_1 (g)	$0,006 \pm 0,002$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,0269$
	A_2 (g/T^2)	$56,43 \pm 0,18$	0,00011	$\chi_{m\text{ tab}}$	$0,0532$
$\text{Fe}(\text{NO})_3$ $9(\text{H}_2\text{O})$	r	0,9992	0,000719	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,0137 \pm 0,0003$
	A_1 (g)	$-0,008 \pm 0,003$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,0149$
	A_2 (g/T^2)	$9,12 \pm 0,12$	0,000015	$\chi_{m\text{ tab}}$	$0,0152$
$\text{CrK}(\text{SO}_4)_2$ $12(\text{H}_2\text{O})$	r	0,9996	0,000241	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,00524 \pm 0,00007$
	A_1 (g)	$-0,0014 \pm 0,0008$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,00640$
	A_2 (g/T^2)	$3,54 \pm 0,03$	0,000003	$\chi_{m\text{ tab}}$	/
NiSO_4 $6(\text{H}_2\text{O})$	r	0,9997	0,000374	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,00378 \pm 0,000005$
	A_1 (g)	$-0,0017 \pm 0,0013$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,00341$
	A_2 (g/T^2)	$5,66 \pm 0,05$	0,000005	$\chi_{m\text{ tab}}$	$0,00401$
K_3Fe $(\text{CN})_6$	r	0,9997	0,000141	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,00199 \pm 0,00003$
	A_1 (g)	$-0,0010 \pm 0,0005$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,01493$
	A_2 (g/T^2)	$2,128 \pm 0,019$	0,000002	$\chi_{m\text{ tab}}$	$0,00229$
SO_4Mn (H_2O)	r	0,9997	0,00270	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,0123 \pm 0,0002$
	A_1 (g)	$-0,010 \pm 0,006$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,0149$
	A_2 (g/T^2)	$30,6 \pm 0,3$	0,00003	$\chi_{m\text{ tab}}$	$0,0142$
$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ $3(\text{H}_2\text{O})$	r	0,998	0,000173	$\chi_{m\text{aj mol}}$	$0,00144 \pm 0,00004$
	A_1 (g)	$-0,0031 \pm 0,0012$	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	$0,00128$
	A_2 (g/T^2)	$2,33 \pm 0,05$	0,000004	$\chi_{m\text{ tab}}$	$0,00157$

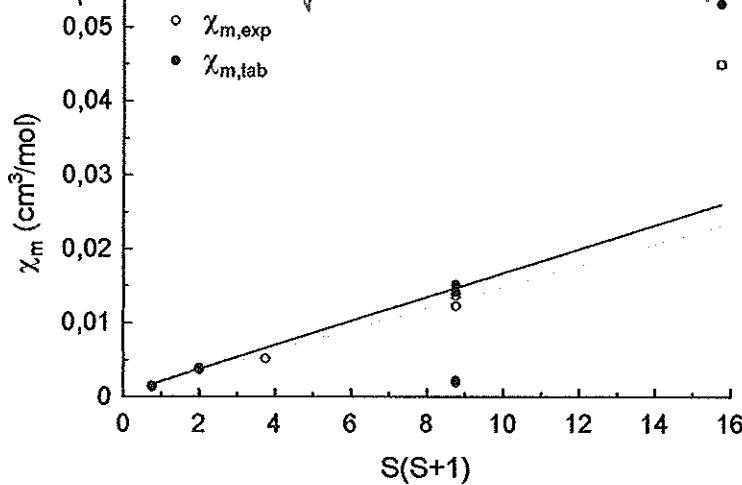
Tabla 3: Resultados del ajuste de la Figura 3 y cálculos de las susceptibilidades magnéticas de cada muestra. Ecuación del ajuste: $\chi_{m\text{aj}} = A_1 + A_2 B_0^2$

Se aprecia en todos los casos un alto coeficiente correlación lineal y una ordenada en el origen compatible con cero, pero los valores de la susceptibilidad experimentales no son compatibles con los tabulados en la mayor parte de los casos, pues quedan a más de dos barras de error. Además, el valor es del mismo orden, pero está sistemáticamente por debajo del tabulado, lo que puede deberse a un error en la curva de calibrado de B_0 , que explicaría este error sistemático, o a errores en los valores tabulados del guión. Aparte, los resultados del ajuste no tienen en cuenta los errores individuales de cada punto, con lo que al tener grandes barras de error para B_0^2 alto, el resultado final podría cambiar significativamente, o ser el margen de incertidumbre en $\chi_{m\text{aj}}$ mayor, de manera que englobase el valor tabulado. Por otro lado, hay que señalar la falta de control que tenemos sobre estos errores sistemáticos, pues son valores que nos vienen dados, tabulados, y que no podemos verificar durante la práctica. Muchas medidas tienen una escasa dispersión (ajustan muy bien a una recta), pero no sabemos realmente si la M y L tabuladas son las adecuadas, o si el material tiene impurezas, etc. Por ello, no podemos concluir con seguridad cuál ha sido la fuente principal de error de entre las señaladas. Otra posible causa de error es el sellado de los tubos, que no es perfecto, pues se observaban en su interior burbujas de aire o de agua, con lo que es posible que hayamos entrado algo de humedad del exterior. Esto podría degradar la muestra con el paso del tiempo, con lo que cambiaría la pureza de la composición química. Esto explicaría que los valores de χ estén sistemáticamente por debajo de los tabulados.

⊗ Se representa χ en unidades del Handbook (molar/4 π) en todas las gráficas

Por otro lado, los valores χ_{spin} son muy dispares al tabulado y al experimental no por un error del experimento, sino por haber supuesto que la contribución en una red de iones sería idéntica a la del átomo aislado. Es de especial interés el caso de $\text{Fe}(\text{WO}_3)_2$ y $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$. En el primer caso, el ión sería Fe^{3+} , pero en el segundo el hierro está unido a otros átomos, el ión sería $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$. Para calcular χ_{spin} se ha utilizado en ambos casos el espín de Fe^{3+} (5/2), con lo que esta suposición del quión no sería aplicable en este caso, tanto para valores tabulados como experimentales. A continuación se representa χ_m (S(S+1)) y se ajustan aquellos puntos que presentan una dependencia lineal (se excluye el citado $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$ y Gd_2O_3).

⊗ Susceptibilidad magnética molar de sales en función del espín de sus iones S.



⊗ **Figura 3b:** Contribución del espín electrónico a la susceptibilidad magnética (molar) de varias sales (materiales paramagnéticos). Se desprecian en el ajuste los puntos que se desvían notablemente de la recta, lo que indica que su espín efectivo no coincide con el átomo aislado (se han despreciado interacciones de la red de iones que sí eran significativas).

Ecuación: $\chi_m = A_1 + A_2 \cdot S \cdot (S+1)$

Resultados del ajuste:

Val. experimentales: $r = 0,993$; $A_1 = 0,0004 \pm 0,0006 \text{ cm}^3/\text{mol}$; $A_2 = 0,00143 \pm 0,00010 \text{ cm}^3/\text{mol}$

Valores tabulados: $r = 0,998$; $A_1 = 0,0005 \pm 0,0005 \text{ cm}^3/\text{mol}$; $A_2 = 0,00162 \pm 0,00007 \text{ cm}^3/\text{mol}$

Valor teórico (ecuación 6 del quión)/4 π

$A_2 = 0,00171 \text{ cm}^3/\text{mol}$

Se observa un ajuste bueno para los puntos escogidos, aunque el valor de χ se aleja sensiblemente del valor teórico, lo que se debe probablemente a las interacciones en la red no tenidas en cuenta en el desarrollo de la ecuación (6) para un átomo aislado (se aplican a la red).

Por otro lado, se aprecia que los valores experimentales están siempre (sistemáticamente) por debajo de los tabulados, lo que nos puede hacer sospechar de que estamos afectados de un error sistemático como si fuese un factor de escala constante. Para verificar esto, representamos

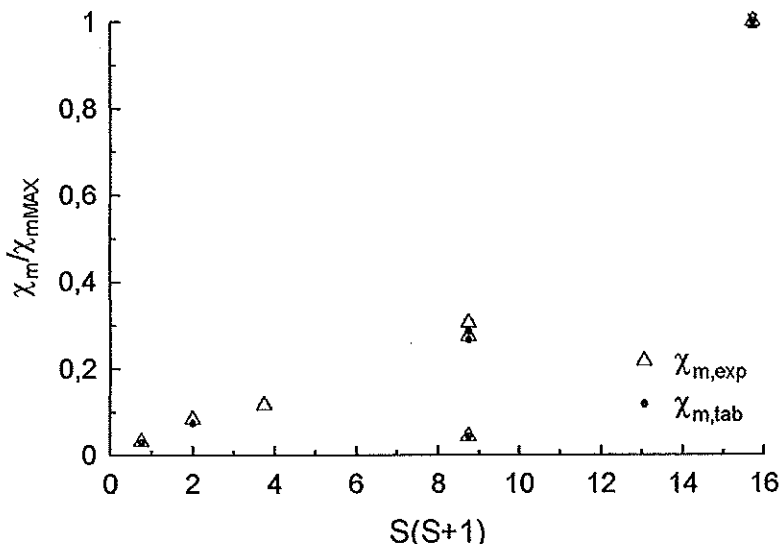


Figura 3c: Comparación de los valores relativos de susceptibilidad respecto al valor mayor (correspondiente a Gd_2O_3) por separado para valores experimentales y tabulados.

$\chi_{\text{exp}} / \chi_{\text{tab}}$ y $\chi_{\text{tab}} / \chi_{\text{tab}}$ para analizar si el factor es constante y las proporciones se mantienen. En la gráfica a la izquierda se verifica esta hipótesis, pues los valores relativos coinciden plenamente. Por tanto, se confirma un error sistemático en nuestra procedimiento experimental, o bien por una degradación de las muestras o por aproximaciones teóricas realizadas que no eran plenamente válidas, o por error en la calibración de χ . Todos ellos son factores que no tiene en cuenta el ajuste de la Figura 2, con lo que el error en χ_{tab} no es suficiente para englobar el valor tabulado.

Por completitud, y para comprobar que no ha habido ningún error de lectura en la toma de medidas de V e I , representamos dichas variables para comprobar la ley de Ohm uniendo todas las medidas en una sola serie.

⊗ Voltaje V frente a intensidad I en el electroimán (lecturas en la fuente continua GRELCO)

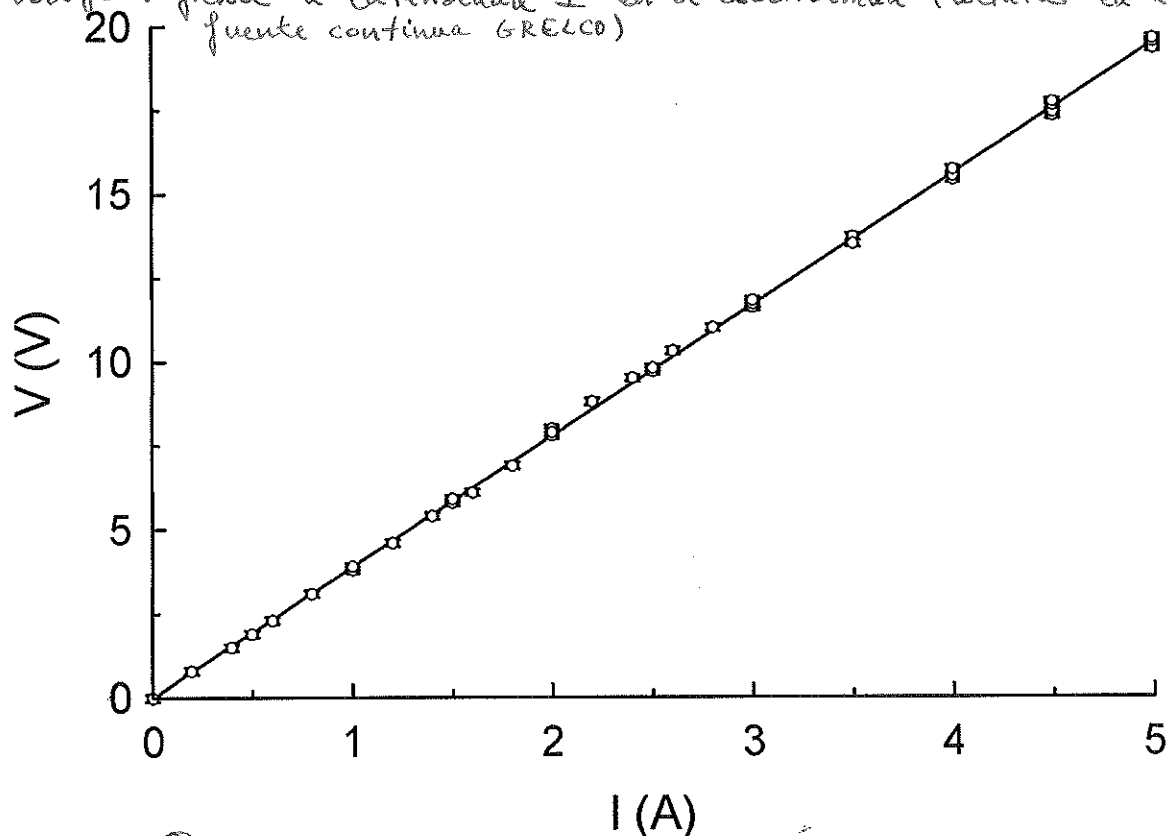


Figura 3d: Comprobación de la ley de Ohm a partir de las lecturas de V e I en el electroimán.

Ecuación: $V = RI + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9999$

$V_0 = -0,005 \pm 0,018 \text{ V}$; $R = 3,896 \pm 0,006 \Omega$

Esta gráfica garantiza una consistencia de las medidas de V e I realizadas, sin saltos o anomalías que pudiesen dar fe de un error accidental. La I se mide directamente del lector de la fuente de alimentación GRELCO, y de manera similar la V .

El coeficiente de correlación es muy alto y la ordenada en el origen es compatible con cero. El valor de la pendiente sería la resistencia de las bobinas del electroimán.

4. Para comprobar las condiciones de contorno sobre F_0 se comparan las líneas similares con distinta orientación. A partir de la tabla $\Delta m(I)$ de cada muestra, podemos representar gráficamente $\Delta m(I^2)$ y estudiar qué condición de contorno aplicar en cada caso, con lo que las ecuaciones (7) y (8) quedarían de la siguiente manera (utilizando #1):

$$B \approx B_0 \rightarrow \Delta m = -\frac{\chi_m}{1+\chi_m} \cdot \frac{V}{\mu_0 g} \cdot \left(\frac{I}{I_{10}} \cdot \frac{1}{N_s SW} \right)^2 \cdot E_{\text{ind}}(z) \cdot \frac{d E_{\text{ind}}(z)}{dz}$$

$$H \approx H_0 \rightarrow \Delta m = -(1+\chi_m) \chi_m \frac{V}{\mu_0 g} \cdot \left(\frac{I}{I_{10}} \cdot \frac{1}{N_s SW} \right)^2 \cdot E_{\text{ind}}(z) \cdot \frac{d E_{\text{ind}}(z)}{dz}$$

El signo menos de las ecuaciones se cancela con el valor negativo de la derivada.

El volumen, según el guión, es: $V = 32,5 \times 32,5 \times 0,5 \text{ mm}^3$ y la posición $z = z_0 + 6,0 \text{ cm}$, con lo que E_0 y $\frac{dE_0}{dz}$ serán constantes que se pueden calcular utilizando los 2 parámetros ajustados en la Figura 2. Por tanto, obtenemos el siguiente ajuste lineal:

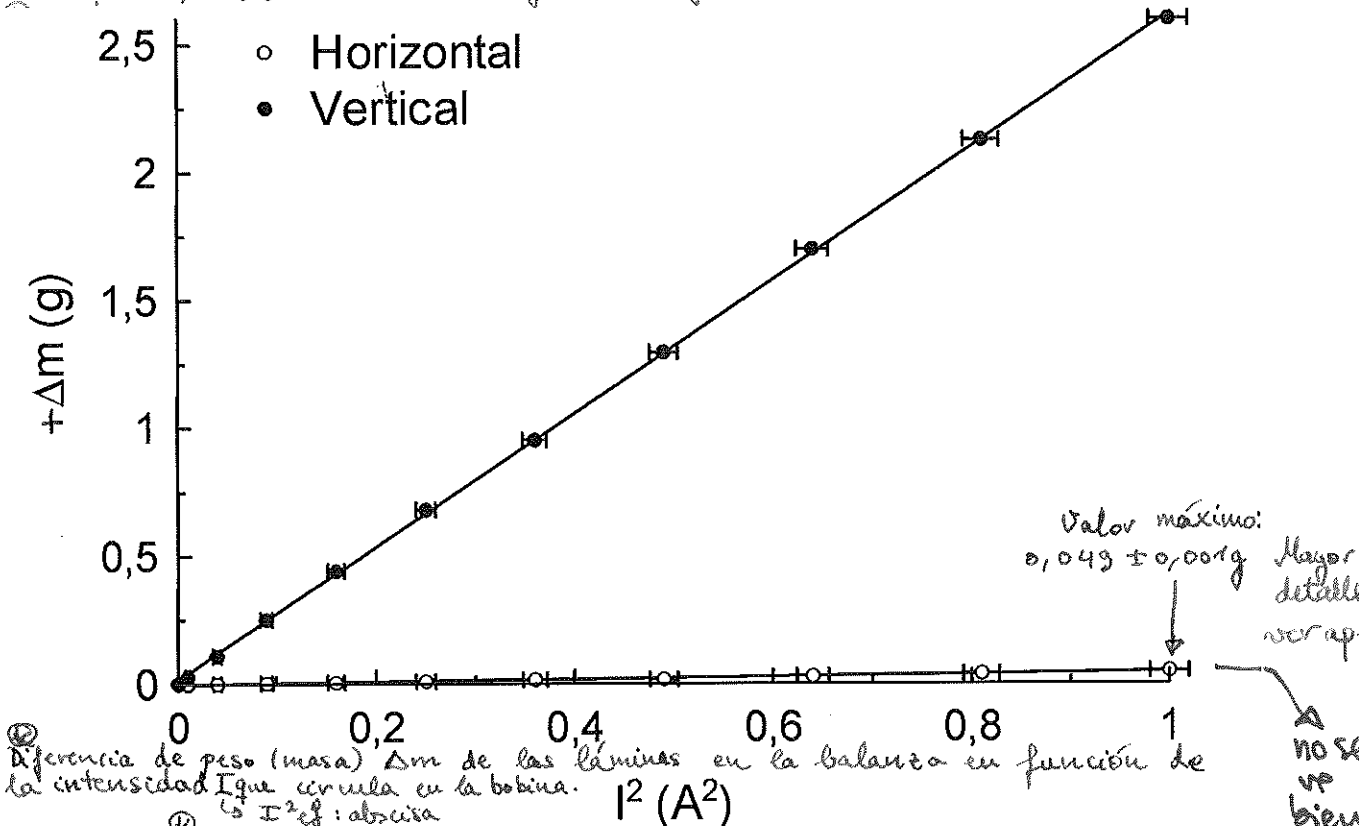


Figura 4: Medida de la susceptibilidad magnética mediante láminas de ferrita con diferentes orientaciones en el interior de una bobina alimentada con corriente continua.

Ecuación: $+\Delta m = A_1 + A_2 I^2$ Resultados del ajuste:

Lámina horizontal: $mcc = 0,993$ $A_1 = -0,0024 \pm 0,0010 \text{ g}$ $A_2 = 0,049 \pm 0,002 \text{ g/A}^2$

Lámina vertical: $mcc = 0,9999$ $A_1 = 0,0014 \pm 0,006 \text{ g}$ $A_2 = 2,606 \pm 0,012 \text{ g/A}^2$

Se comprueba que los coeficientes de correlación lineal son de órdenes diferentes, es decir, el ajuste es mejor para la lámina que sufre una fuerza mayor, lo cual también es lógico, pues el error en Δm es más significativo en la lámina horizontal, al ser valores pequeños (mayor error relativo).

Las ordenadas en el origen son consistentes con cero (a dos barras de error aproximadamente).

El hecho de que la lámina horizontal no ajuste tan bien como la vertical a la recta no es apreciable en la gráfica conjunta, aunque si observamos dicha dispersión si reescalamos los ejes. Además, la sensibilidad de la báscula no era suficiente para apreciar la fuerza por debajo de $0,3 \text{ A}$, con lo que tenemos un "error anticipado" experimental que no concuerda con la ecuación teórica.

En cuanto a la pendiente, podemos decir que correspondía a:

$$A_2 = f(x) \frac{V}{\log\left(\frac{1}{I_0 N_2 SW}\right)^2} \cdot E_0 \left(\frac{dz}{dz}\right)_{z_0+6 \text{ cm}}$$

$E_0(z_0+6 \text{ cm}) = 0,50 \pm 0,07 \text{ V}$
 $\frac{dE_0}{dz}(z_0+6 \text{ cm}) = -0,0795 \text{ V/cm}$
 Error despreciable frente al de E_0 .

donde $f(x)$, dependiendo de las condiciones de contorno, podría ser $\frac{\mu_m}{1+\mu_m}$ o $(1+\mu_m)\mu_m$. Se calcula $E_0, \frac{dE_0}{dz}$ en el centro de las láminas

porque es un valor medio aproximado (para la vertical) aceptable al ser la

Calculando $f(z)$ para cada caso, teniendo en cuenta el cambio de signo por Fz , y suponiendo un error en z de 1cm :

Lámina horizontal: $f_h(z) = 0,99 \pm 0,16$ (adimensional)

Lámina vertical: $f_v(z) = 53 \pm 8$

El error considerable se debe al error en $E_0(z)$, al haber una pendiente (derivada) grande en la zona $z \approx 6,0\text{cm}$.

Como estamos tratando con un material ferromagnético, suponemos $K_m \gg 1$.

Para $f_1(z) = \frac{K_m}{1+K_m} \approx 1$, que coincide con la lámina horizontal.

Para $f_2(z) = K_m(1+K_m) \approx K_m^2 \gg 1$, que sería coherente con la lámina vertical.

Despejando K_m se obtiene para la lámina horizontal:

$K_{mh} = 200 \pm 6000$, con un error tan descomunal porque estamos cerca de la divergencia de una función ($K_m = \frac{1}{\frac{1}{K_m} - 1}$, $f_h \approx 1 \rightarrow K_m \rightarrow \infty$)

con lo que no es un valor experimental aceptable por tener un error desproporcionado. Además, recordemos que estas medidas son más inexactas por el "cero anticipado" y el coeficiente de correlación menor, con lo que parece más indicado seguir el procedimiento para la lámina vertical.

Con un cálculo más exacto utilizando (1):
 $K_{mv} = 6,8 \pm 0,6$ $K_{mv} = 5,2 \pm 0,8$

un error grande (10%), pero que nos orienta correctamente sobre el orden de magnitud y si se esclarece el que se trata de un material ferromagnético (la diferencia del anterior, cuyo error engloba incluso a los materiales diamagnéticos).

Cabe señalar que el valor K_{mv} depende considerablemente de la temperatura, con lo que es difícil su comparación con valores tabulados. Lo por ejemplo, por encima de la temperatura de Curie se pierden las propiedades ferromagnéticas.

Aparte, de nuevo los resultados dependen de medidas ajenas como $N \cdot S$ o V , que aparecen en el quión.

Otro comentario es que se ha tenido en cuenta que la ecuación #1 se modifica al ser I corriente continua y no valor eficaz: $I = \sqrt{2} I_{ef}$
 $B_{0,ef} = \frac{I}{\sqrt{2}} \cdot \frac{E_{0,ind}}{I_{10}} \rightarrow B_0 = \frac{I}{I_{10}} \cdot E_{0,ind}$ (se calcula directamente).

El razonamiento sobre qué condición de contorno es aplicable a cada orientación puede ser realizado a priori, teóricamente, sin analizar la pendiente de la recta. Como sabemos, el campo magnético B normal a una interfase es continuo: $\hat{n} \cdot (B_2 - B_1) = 0$ mientras que H tangencial es discontinuo si hay corrientes superficiales: $(\hat{H}_2 - \hat{H}_1) \times \hat{n} = K$. Como el campo está dirigido en z en el eje de la bobina, podemos aproximar que para la lámina horizontal $B = B_0 \hat{z}$ es continuo, con lo que $B \times B_0$, mientras que para la vertical $H = H_{tan} \hat{z} = H_{ext} \hat{z}$, y como $K=0$, $H \approx H_0$, coincidiendo con lo comprobado experimentalmente. \rightarrow ver dibujo apléctica, detalle -Figura 4.

5. Previamente al análisis principal, realizamos una caracterización de los cilindros conductores para comprobar que son del mismo material (aluminio). Para ello, se tiene en cuenta el diámetro inscrito en el tubo (\bar{a}) y la masa medida, para calcular la densidad del cilindro. Es el valor de $\frac{M}{V}$ del quión

En el caso de cilindros macizos, $\rho = \frac{M}{\pi(\frac{\bar{a}}{2})^2 \cdot L}$

Para los huecos: $\rho = \frac{M}{2\pi(\frac{\bar{a}}{2}) \cdot e \cdot L} \rightarrow$ la fórmula es exacta si \bar{a} es el diámetro medio

Si se representa gráficamente y se ajusta $M(\bar{a})$:

⊕ Masa de los cilindros M en función de su diámetro \bar{a} .

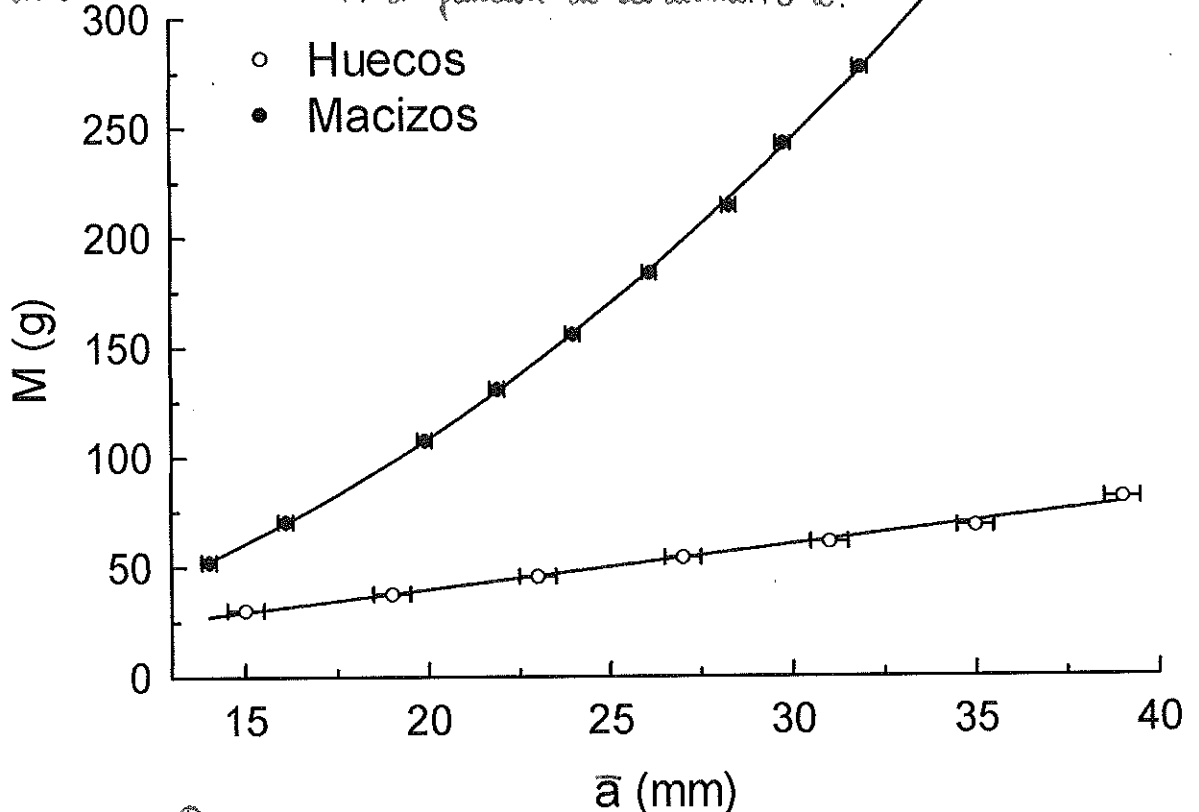


Figura 4: Cálculo de la densidad de cilindros de aluminio huecos con distinto diámetro \bar{a} mediante la medida del peso en una báscula de precisión.

Curvas de ajuste: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Huecos: Ec.: } M = A_1 + A_2 \bar{a}; \text{ mcc} = 0,997; A_1 = -1 \pm 2 \text{ g}; A_2 = 2,03 \pm 0,08 \text{ g/mm} \\ \text{Macizos: Ec.: } M = A_1 + A_2 \bar{a}^2; \text{ mcc} = 0,9998; A_1 = -0,6 \pm 1,2 \text{ g}; A_2 = 0,2717 \pm 0,0019 \text{ g/mm}^2 \end{array} \right.$

Los datos provienen del apartado de medidas (parte 5).

Vemos un alto coeficiente de correlación lineal y una ordenada compatible con cero, lo que indica que el material de todos los tubos es similar. Despejando ρ :

$$\rho_{\text{huecos}} = A_2 / \pi e L = 2,70 \pm 0,17 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{macizos}} = A_2 \cdot 4 / \pi L = 2,88 \pm 0,03 \text{ g/cm}^3$$

Según varios fuentes en internet y el Handbook $\rho_{\text{Al}} = 2,70 \text{ g/cm}^3$

(para $T = 25^\circ\text{C}$) y aluminio puro

Según el Handbook, las aleaciones comerciales de aluminio tienen densidades entre 2,64 y 2,8 g/cm³, con lo que los valores obtenidos son compatibles con el esperado y entre sí. También es posible que hayamos obtenido una ρ algo mayor al haber despreciado la masa del colgador, que quizá fuese significativa para los cilindros de menor peso, o también por haber aproximado la ecuación ρ_{huecos} .

Pasando ya al análisis de la tabla $\Delta m(I)$, podemos esperar a partir de la ecuación (12) una dependencia de la fuerza F_z lineal con I^2 (alimentamos la bobina en alterna), con lo que representamos gráficamente $-\Delta m(I^2)$ para cada tipo de cilindro:

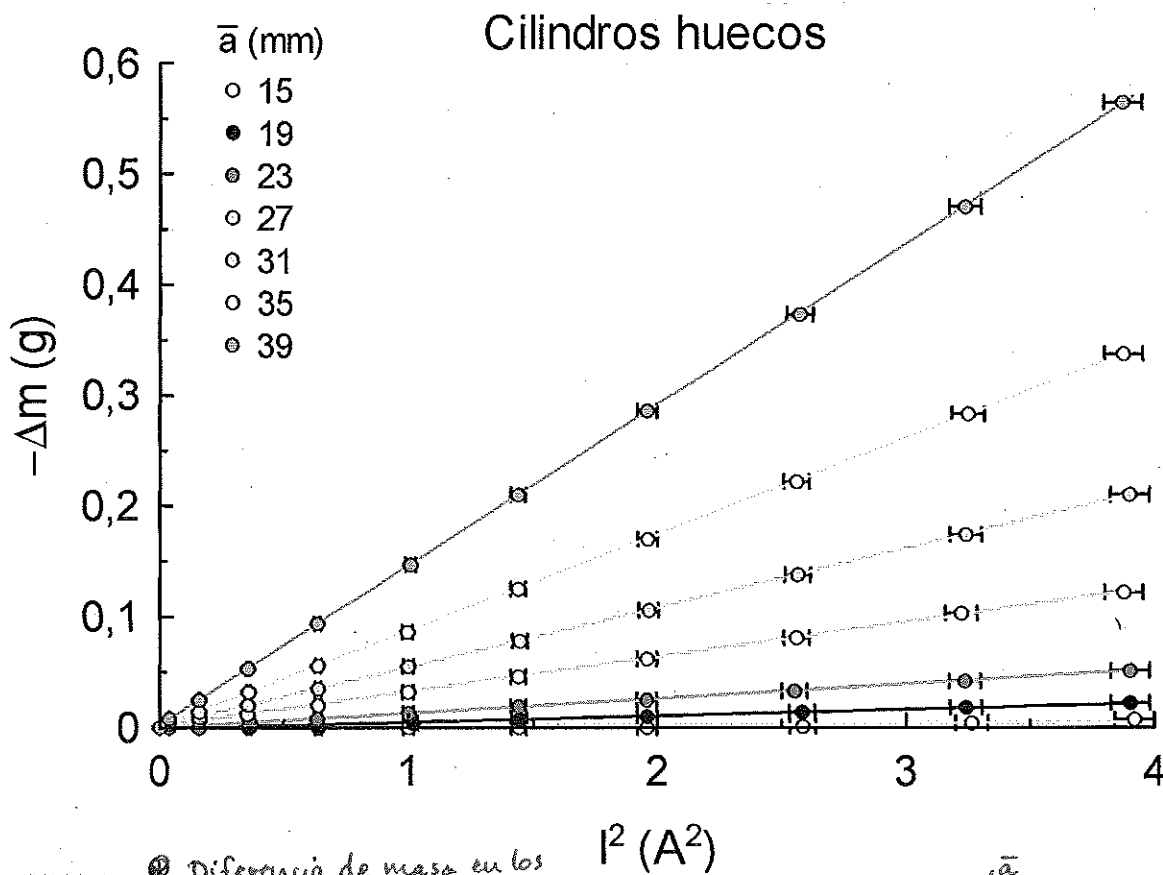
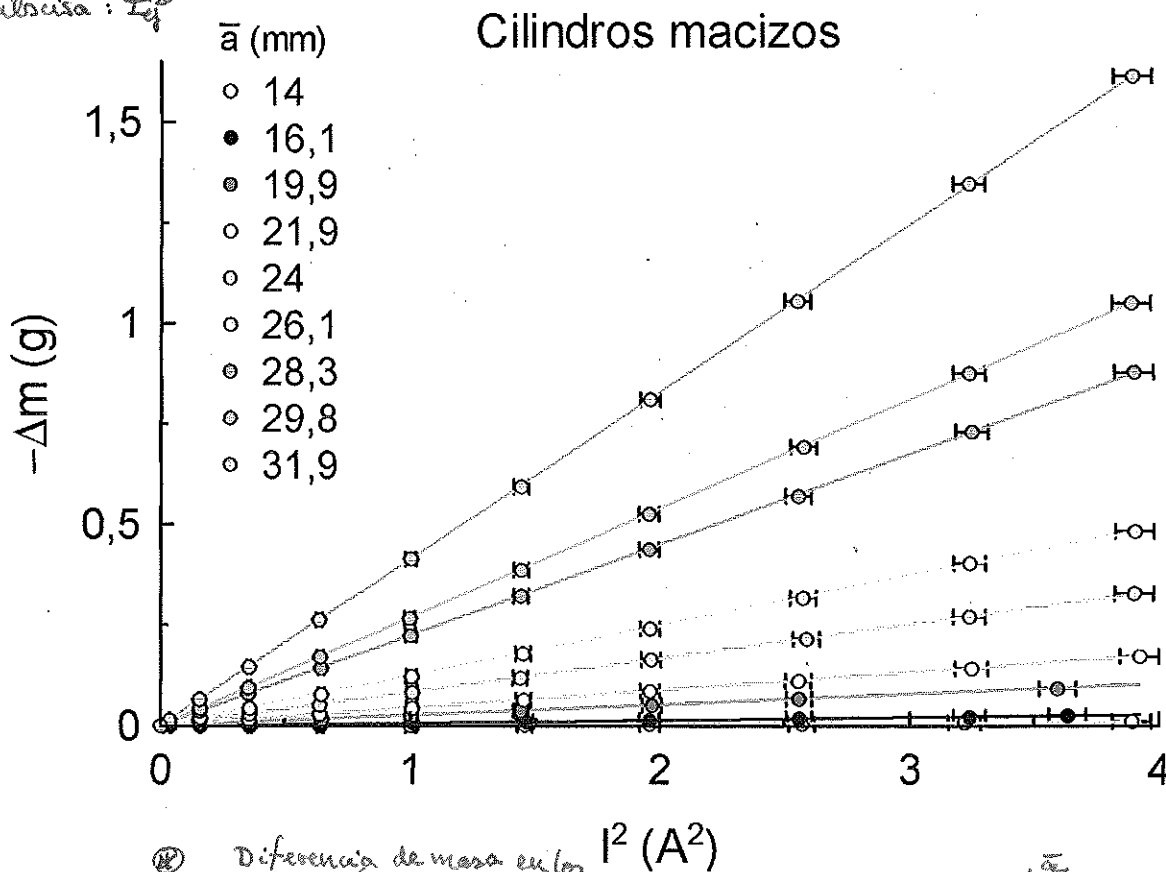


Figura 5a: *Diferencia de masa en los* Fuerza sobre cilindros de aluminio huecos con distinto diámetro \bar{a} en el interior de una bobina (concéntricos a su eje) alimentada por una corriente alterna I . (eficaz)

⊙ Diferencia de masa en la báscula ($-\Delta m$) de los cilindros por la fuerza magnética generada por la intensidad I en la bobina.
 abscisa: I^2



⊙ Diferencia de masa en los Fuerza sobre cilindros de aluminio macizos con distinto diámetro \bar{a} en el interior de una bobina (concéntricos a su eje) alimentada por una corriente alterna I . (eficaz)

Visualmente se aprecia un buen acuerdo de los datos con la recta ajustada: la dispersión es escasa, tan solo para los cilindros más pequeños hay más desviaciones (en la gráfica no se aprecia, pero sí, en la tabla posterior) porque tenemos de nuevo el caso de que necesitamos una comente crítica para que la báscula mida 1 mg ('caso anticipado'). Dos cilindros macizos, como se puede intuir experimentalmente una fuerza mayor que los huecos a diámetro igual. En resumen, podemos afirmar que las medidas más adecuadas serán las que tienen 1 dm mayores, como se comprueba con los coeficientes de correlación de los ajustes, y también por el razonamiento lógico de que en error relativo es menor a mayor 1 dm.

El hecho de que $-\Delta m \propto I^2$ era previsible a partir de la ecuación (12) y (13): (a = radio, L = longitud del cilindro), caso macizo.

$$U_{Hi} = \frac{1}{2} \int_V \vec{B}_i \cdot \vec{H}_i \cdot dV \Rightarrow F_z = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2} \int_V \vec{B}_i \cdot \vec{H}_i \cdot dV = -\frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \omega^2 \mu_0 \frac{a^4}{8} \int_{-L/2}^{L/2} |B_0(z)|^2 dz \int dS$$

aprox. constante en la sección del cilindro

$$\approx -\frac{1}{96} \sigma^2 \omega^2 \mu_0 a^4 \int_{-L/2}^{L/2} |B_0(z)|^2 dz \int dS = -\pi \sigma^2 \omega^2 \mu_0 \frac{a^6}{96} |B_0(z)|_0^2$$

caso cil. macizo

Como $B_0 \propto I$, $F_z \propto I^2$. Por otro lado, la báscula medirá el valor promedio de la fuerza, que dada la dependencia armónica será $F_z/2$. Recordando que $B_0(z) = \frac{I_{ej}}{N_s S \omega} \cdot \frac{E_{ind}}{I_{10}}$, y si ajustamos a la recta

$$-\Delta m = A_1 + A_2 \cdot I_{ej}^2, \text{ se deduce que } -\Delta m = F_z = -\pi \sigma^2 \omega^2 \mu_0 \frac{a^6}{96} \frac{B_0^2}{2}$$

$$= -\frac{\pi \sigma^2 \omega^2 \mu_0 a^6}{96 g} (B_0(z) - B_0(0))^2 = +\frac{\pi \sigma^2 \omega^2 \mu_0 a^6}{96 g} \cdot \frac{1}{(N_s S \omega)^2} \cdot \frac{I_{ej}^2}{I_{10}^2} \cdot (E_{ind}(0) - E_{ind}(L))^2$$

y si comparamos con la ecuación de ajuste, podríamos despejar σ , pues:

$$A_2 = \frac{\pi \sigma^2 \omega^2 \mu_0 a^6}{96 g N_s^2 S^2 \omega^2} \cdot \frac{E_{ind}^2(0) - E_{ind}^2(L)}{I_{10}^2}$$

o bien, si partimos de (13) podríamos despejar K_0 :

$$A_2 = \frac{(\kappa_m) S_{cil}}{2 \mu_0 g} \cdot \frac{1}{N_s^2 \omega^2} \cdot \frac{E_{ind}^2(0) - E_{ind}^2(L)}{I_{10}^2}$$

donde S_{cil} es la sección del cilindro; esta ecuación es válida también para los huecos

Como $A_2 > 0$, $\kappa_m < 0$, $E_{ind}^2(0) - E_{ind}^2(L) > 0$
 Conocidos distintos valores de K_0 y radio a de los cilindros, se representarán para cada tipo de cilindro las medidas y se ajustará para obtener un valor de σ más fiable que de una sola medida:

Para los cilindros huecos:

Para los macizos: (según (13))

$$K_{0h} = -\sigma^2 \omega^2 \mu_0^2 \frac{a^3}{8}$$

↳ espesor pared cilindro

$$K_{0m} = -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0^2 a^4}{96}$$

$$\Rightarrow \sigma_h = \left(-\frac{96 A_2}{\omega^2 \mu_0^2 a} \right)^{1/2}$$

$$\sigma_m = \left(-\frac{48 A_2}{\omega^2 \mu_0^2} \right)^{1/2}$$

respectivamente

a comparar con los valores tabulados de la conductividad del aluminio, que según Val Polyakov (2004), entre 25 y 20 grados está entre $37,8$ y $38,7 \times 10^8 \Omega^{-1} m^{-1}$. Según el Handb. los alambres comerciales pueden tener valores entre 24 y $29 \times 10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$, e incluso

Así pues, para cada tubo se ajusta la pendiente y a partir de ella se obtienen σ y χ_0 . Como se observa en las ecuaciones $\chi_0 < 0$, es decir, se confirma el efecto diamagnético observado experimentalmente que hacía que los valores Δm fuesen menores que cero debido a la conductividad del aluminio.

Como paso previo calcularemos según el ajuste de la Figura 2:

$$\begin{aligned} E_{ind}^2(z-z_0=0) - E_{ind}^2(z-z_0=12\text{cm}) &= (0,766 \pm 0,008\text{V})^2 - (0,14 \pm 0,03\text{V})^2 \\ &= 0,566 \pm 0,045\text{V}^2 \end{aligned}$$

Se obtienen los siguientes resultados para el ajuste a la ecuación $-\Delta m = A_1 I + A_2 \cdot I^2$. En este caso χ_0 será adimensional (SI).

CILINDROS HUECOS					
\bar{a} (mm)	Resultados del ajuste			σ ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) $\times 10^{-6}$	χ_0
	r	A_1 (g)	A_2 (g/A ²)		
15	0,84	-0,0009 \pm 0,0006	0,0014 \pm 0,0003	10,8 \pm 1,3	-0,0023 \pm 0,0005
19	0,996	-0,0011 \pm 0,0003	0,00583 \pm 0,00016	14,0 \pm 0,6	-0,0074 \pm 0,0005
23	0,9995	-0,0007 \pm 0,0003	0,01323 \pm 0,00014	14,5 \pm 0,6	-0,0139 \pm 0,0008
27	0,9999	0,0007 \pm 0,0003	0,03143 \pm 0,00015	16,3 \pm 0,7	-0,0281 \pm 0,0017
31	0,99999	0,00060 \pm 0,00018	0,05361 \pm 0,00009	16,3 \pm 0,6	-0,042 \pm 0,002
35	0,99999	0,0003 \pm 0,0003	0,08677 \pm 0,00014	16,3 \pm 0,6	-0,060 \pm 0,004
39	0,99999	0,0012 \pm 0,0004	0,1449 \pm 0,0002	17,0 \pm 0,7	-0,090 \pm 0,005

CILINDROS MACIZOS					
\bar{a} (mm)	Resultados del ajuste			σ ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) $\times 10^{-6}$	χ_0
	r	A_1 (g)	A_2 (g/A ²)		
14	0,97	-0,0011 \pm 0,0005	0,0027 \pm 0,0002	18,6 \pm 1,2	-0,0027 \pm 0,0003
16,1	0,999	-0,0004 \pm 0,0002	0,00717 \pm 0,00013	19,8 \pm 0,9	-0,0053 \pm 0,0002
19,9	0,9999	-0,00022 \pm 0,00019	0,02608 \pm 0,00012	20,0 \pm 0,7	-0,0127 \pm 0,0005
21,9	0,99997	0,0003 \pm 0,0002	0,04368 \pm 0,00011	19,4 \pm 0,7	-0,0176 \pm 0,0006
24	0,99997	-0,0009 \pm 0,0004	0,0839 \pm 0,0002	20,4 \pm 0,6	-0,0281 \pm 0,0010
26,1	0,99997	-0,0008 \pm 0,0006	0,1239 \pm 0,0003	19,3 \pm 0,6	-0,0351 \pm 0,0012
28,3	0,99999	-0,0004 \pm 0,0008	0,2245 \pm 0,0004	20,4 \pm 0,6	-0,0542 \pm 0,0018
29,8	0,99999	-0,0015 \pm 0,0007	0,2699 \pm 0,0004	19,2 \pm 0,5	-0,0587 \pm 0,0019
31,9	0,999995	-0,0012 \pm 0,0008	0,4143 \pm 0,0004	19,3 \pm 0,5	-0,079 \pm 0,003

Valor referencia	20 \pm 2
Valor Handbook	28 \pm 1

Tabla 5: Resultados del ajuste de la Figura 5a y 5b y cálculos de la conductividad y susceptibilidad magnética equivalente de los cilindros de aluminio huecos y macizos.

Los valores tabulados se obtienen del Handbook para aleaciones comerciales de aluminio y el "valor referencia" se ha medido con el método de cuatro puntos en: J. Pellicer-Porres, R. Lacomba-Perales, J. Ruiz-Fuertes, D. Martínez-García "Force characterization of eddy currents", American Journal of Physics 74, 267-271 (2006)

Como se aprecia en la tabla anterior, los coeficientes de corrección son en casi todos los casos muy altos, lo que indica un buen acuerdo teoría-experimento. Aparte, los coeficientes son más cercanos a 1 a medida que crece el diámetro \bar{a} , dado que el Δm observado para I constante crece con \bar{a} , con lo que los errores relativos de $\Delta m \approx 0,001/\Delta m$ se hacen menores y el ajuste es mejor. El único ajuste que no es bueno es el de $\bar{a} = 15\text{mm}$ para los huecos. Si representásemos sólo esa recta en una figura se apreciaría la desviación (en la Figura 5a no es distinguible). Si analizásemos los valores de Δm en el apartado de medidas, vemos que son valores muy pequeños y con un "cero anticipado", lo que (ver apéndice)

explica la deficiencia en el ajuste.

También es inmediato comprobar que a igual diámetro, los valores de $|\Delta m|$ y de la pendiente, son mayores para el cilindro macizo frente al hueco, lo que es lógico al ser su sección mucho mayor. En general, se cumple que a mayor $|\Delta m|$ y pendiente, mayor es el coeficiente de correlación r .

Otra manera de comprobar la bondad de los ajustes es analizar las ordenadas en el origen (A_1). Se observa que prácticamente en todos los casos es compatible con 0, lo esperado teóricamente, pues están a menos de dos barras de error. Además, estas ordenadas son del orden del error de sensibilidad en Δm , con lo que el acuerdo es consistente dentro del margen de incertidumbre experimental.

En cuanto a los valores de la susceptibilidad calculados, comprobamos que tienen signo negativo, lo que da razón de su comportamiento diamagnético, como se esperaba. Aparte, se aprecia que para radios iguales, la diferencia en χ_0 no es tan grande como en las pendientes, puesto que para obtener χ intervienen las dimensiones de los mismos (entre huecos y macizos) (se aplica distinta fórmula)*

Los valores de χ_0 obtenidos parecen razonables y compatibles con los valores extraídos de "Pellicier Porres, Force...". Por ejemplo, para el cilindro macizo, con $\bar{a} = 29,81 \text{ mm}$,

$$\chi_{0\text{exp}} = -0,0587 \pm 0,0019$$

Valor de referencia:
 $\chi_{0\text{ref}} = -0,0598 \pm 0,0004$

Para el cilindro hueco de $\bar{a} = 31 \text{ mm}$, $\bar{a}_{\text{ref}} = 30 \text{ mm}$ (aprox. iguales)

$$\chi_{0\text{exp}} = -0,042 \pm 0,002$$

$$\chi_{0\text{ref}} = -0,0466 \pm 0,0004$$

↓ ver anexo,
realmente son
iguales.

Con esta comparación se pone de manifiesto la consistencia de los resultados con otros experimentos similares de referencia (con mayor precisión), con valores compatibles entre sí. Esto es una indicación de que el procedimiento experimental se ha llevado a cabo correctamente y que se han obtenido resultados compatibles con otros experimentadores (la repetibilidad de un experimento es condición necesaria para validar una teoría).

* Entre huecos y macizos (a mismo \bar{a} e I) sí que hay una diferencia grande en $|\Delta m|$ (pesa) debido a la diferencia de sección, pero no a causa de que la susceptibilidad sea muy distinta, puesto que ésta mide el momento magnético por unidad de volumen, y según la bibliografía (Pellicier-Porres), los comienos superficiales en el cilindro crean un momento magnético de orden parecido tanto en huecos como macizos.

En cuanto a los valores de la conductividad, podemos distinguir el caso hueco y el macizo. En el caso hueco, la mayoría de valores difieren notablemente del valor de referencia. No obstante, se aprecia que a medida que aumenta la bondad del ajuste con el diámetro, el valor de r se va acercando al esperado, lo cual es lógico al medirse $|\Delta m|$ con menor error rela-

tivos y sin "ceros anticipados" en los diámetros mayores. Por otro lado, los valores obtenidos con los cilindros macizos son todos consistentes con el valor de referencia (están alternativamente por encima y por debajo, sin tendencia al alza o a la baja), pues sus barras de error se solapan. Esto es un indicador de que todos los cilindros son del mismo material y de que su χ conductividad es consistente con la del método de cuatro puntos y con las medidas del experimento de la bibliografía. El hecho de que estos valores no coincidan con los valores tabulados en el Handbook se debe probablemente a que la aleación particular del cilindro de aluminio no coincide con los valores para aleaciones comerciales que se particularizan en el mismo. Como última comprobación representamos χ_{σ} (a), y a partir de las ecuaciones antes detalladas calcularemos un solo valor de σ , más fiable al tener en cuenta a todas las medidas:

⊕ Susceptibilidad magnética equivalente de los cilindros (χ_{σ}) en función de su diámetro.

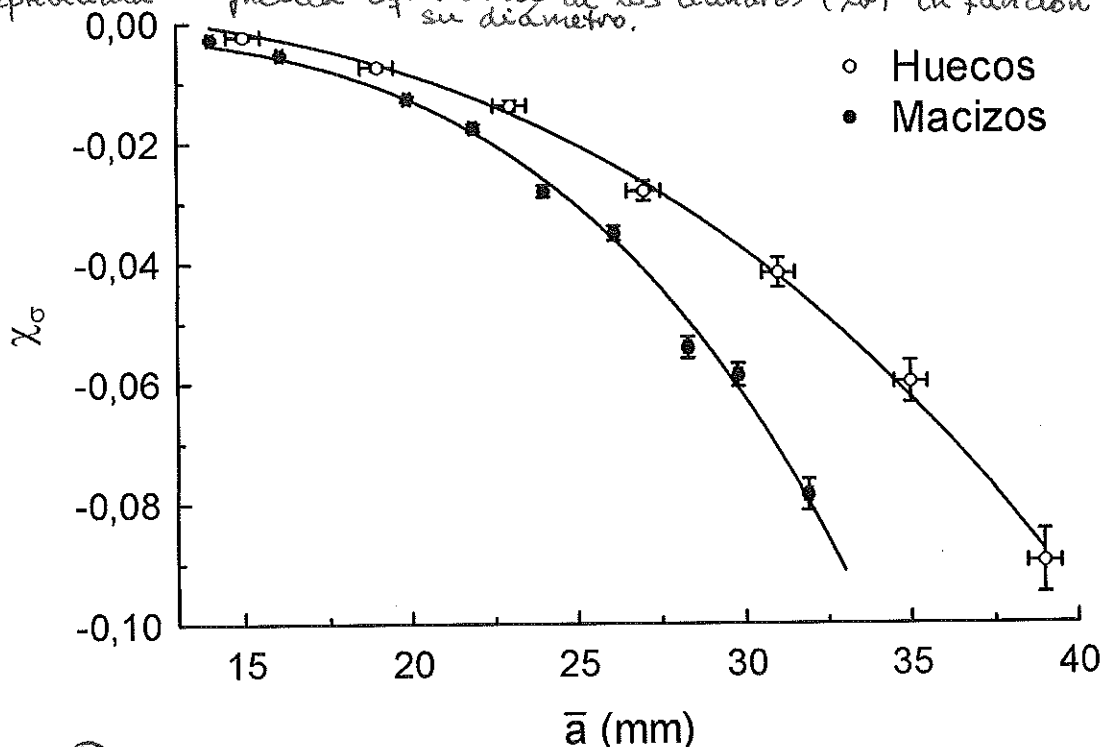


Figura 5c: Dependencia de la susceptibilidad magnética equivalente de los cilindros de aluminio con su diámetro \bar{a} . Ecuación de ajuste: $\chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot \bar{a}^3$ (huecos); $\chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot \bar{a}^4$ (macizos).

Cilindros huecos: $r = 0,999$ $A_1 = 0,0036 \pm 0,0011$ $A_2 = (-1,54 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$

Cilindros macizos: $r = 0,997$ $A_1 = -0,0008 \pm 0,0012$ $A_2 = (-76 \pm 2) \times 10^{-9} \text{ mm}^{-4}$

Los datos provienen de la Tabla 5. De las pendientes se deduce:

$$\chi_{\text{huecos}} = (17,8 \pm 0,3) \times 10^6 (\Omega \text{m})^{-1} \quad \chi_{\text{ref}} = (20 \pm 2) \times 10^6 (\Omega \text{m})^{-1}$$

$$\chi_{\text{macizos}} = (19,4 \pm 0,3) \times 10^6 (\Omega \text{m})^{-1}$$

Los valores son plenamente compatibles entre sí y la ecuación teórica ajusta correctamente a los valores experimentales, como lo muestra el alto valor de r y las ordenadas en el origen consistentes con cero (en el caso de los huecos la desviación es algo mayor, lo que puede también deberse a que se trata de una aproximación de la ecuación a primer orden, cuando $\bar{a} \gg d$).

Si realizamos el ajuste a la expresión:

$$K_{m_2}^{(2)} = \frac{\mu_0 \sigma^2 \omega^2 \bar{a}^3 d}{8 \cdot 2\pi} \left(1 + \frac{4d}{3\bar{a}} \right), \text{ se obtienen como parámetros ajustados:}$$

$$K_2 = A_1 + A_2 \bar{a}^3 + A_3 \bar{a}^2$$

$$r = 0,999$$

$$A_1 = 0,001 \pm 0,003$$

$$A_2 = (-1,8 \pm 0,3) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$$

$$A_3 = (1,3 \pm 1,3) \times 10^{-5} \text{ mm}^{-2}$$

Se comprueba que la ordenada en el origen ya es compatible con cero, y si calculamos σ_n de nuevo a partir de A_2 , se obtiene:

$$\sigma_n = (19,4 \pm 1,9) \times 10^6 (\Omega \text{ m})^{-1}, \text{ valor totalmente compatible con}$$

el caso macizo, el anterior hueco y el de referencia. Este desarrollo nos debe hacer reflexionar sobre los datos de σ para cada \bar{a} hueco. El hecho de que haya una tendencia de los valores, hacia el esperado a mayor \bar{a} podría ser síntoma de que la aproximación $a \gg d$ se cumple mejor, cuanto mayor es \bar{a} para igual espesor, con lo que la desviación se debe tanto a precisiones en d en las hojas como a ^{para \bar{a} pequeños}

una aproximación peor de las ecuaciones teóricas, que se van mejorando, a medida que crece \bar{a} , aunque realmente la tendencia es ^{ambos factores}

inversa a la esperada ($A_2 < 0$, $A_3 > 0$, o la fórmula fuese $1 - \frac{2d}{3\bar{a}}$).
 En definitiva, podemos resumir que lo más conveniente es usar cilindros donde la fuerza sea suficientemente apreciable para la báscula que utilizemos, y preferiblemente que sean macizos para evitar aproximaciones técnicas que para \bar{a} pequeños dejan de cumplirse experimentalmente.

⊛ El valor A_3 sale positivo (compatible con cero), cuando dado el signo global de la ecuación se esperaría que fuese negativo, como A_2 . También hay que indicar que el ajuste en K_2 plot era muy sensible a las condiciones iniciales.

Otro error relevante es que estamos considerando que el campo B en todo el cilindro es similar al que experimenta la sonda, pero realmente cuando los cilindros son anchos, y sobre todo fuera de la bobina, esta aproximación se cumple en peor grado. y los valores E_0 , $\frac{dE_0}{dE}$ utilizados ^{para calcular B} han de entenderse como un valor aproximado _{en el cilindro} (en su sección, si varía con z pero no con r).

III. CONCLUSIONES

El objetivo principal de este experimento era la medida de la susceptibilidad magnética de distintos materiales, tanto los ferro- como los para- y diamagnéticos. Además, se ha estudiado el efecto de las condiciones de contorno sobre la fuerza del campo magnético, así como las fuerzas asociadas a la conductividad (el caso de las corrientes de Foucault).

Tras el análisis de datos, podemos afirmar que hemos cumplido adecuadamente los objetivos planteados y comprobado las leyes y efectos teóricos relacionados con el campo magnético de una manera cualitativa, visual y didáctica. Además, se han comprobado experimentalmente las principales ecuaciones teóricas desarrolladas con altos grados de correlación y se han determinado valores cuantitativos de la susceptibilidad magnética de numerosas muestras. Si bien no todos los valores obtenidos eran compatibles con los valores teóricos o tabulados, la mayoría de ellos coincidían en el orden de magnitud y estaban a pocas barras de error, siendo los resultados consistentes entre sí y aceptables dentro del margen de incertidumbre experimental y las numerosas aproximaciones teóricas realizadas para obtener ecuaciones analíticas sencillas, así como las distintas fuentes de error experimental señaladas.

En el apartado 2, calibración del campo magnético en el eje de la bobina, los resultados han sido totalmente compatibles con la ecuación teórica, el ajuste a la curva era bueno y el valor del número de espiras obtenido parece razonable.

Pese a la dificultad de centrar la sonda en el eje, los errores experimentales no han sido significativos, lo que muestra que el procedimiento de medir el campo B con una sonda es bastante "agradecido" y consistente con lo esperado teóricamente. Van sólo a señalar que el valor $N \cdot S$ nos venía tabulado, con lo que no hemos podido verificarlo, y es un factor que se arrastra en el resto de la práctica, con lo que estamos limitados o condicionados por la confianza en ese valor.

En el apartado 3, medida de χ_m en las distintas muestras, hemos verificado la dependencia de $\Delta m (B_0^2)$ lineal con gran coherencia, aunque los valores de χ_m diferían sensiblemente de los tabulados. De nuevo, dependemos de valores que no hemos medido 'in situ': $B_0(I)$, aunque suponemos que la principal fuente de error podría ser la impureza o degradación de las sales, contacto con la humedad, etc. al no estar perfectamente selladas. Otra opción es que los valores masa y densidad tabulados sean algo distintos, o la influencia de la temperatura sobre su susceptibilidad, o el haber supuesto B_0 constante en la muestra (intrínseco). El hecho es que hemos comprobado que nuestras medidas venían afectadas de un error sistemático, como un factor de escala constante, que provocaba que los valores experimentales, que eran consistentes entre sí, digieran siempre por debajo del valor tabulado. Este razonamiento se justifica con la figura 3c.

Aparte, se ha comprobado que el valor de K_m a partir del espín sólo es válido en ciertos casos, cuando el espín efectivo del ión en la red es similar al del átomo aislado.

Podemos señalar que la medida de K_m para estos compuestos químicos ha sido un procedimiento experimental que conduce a valores orientativos pero sin gran precisión, pues se acumula error al ser una medida bastante indirecta (se necesitan bastantes valores y medidas distintas, y una ecuación de calibración), con lo que el error acumulado es grande y difícil de reducir. Si se deseara obtener valores más precisos, debería elegirse muestras más pequeñas (para tener controlado el valor del campo B_0 en toda la muestra uniformemente), aunque para ello se necesitarían básculas de mayor precisión para apreciar Δm , como las balanzas de susceptibilidad empleadas por los químicos. Además, el tener una muestra más pequeña facilitaría su aislamiento y pureza, y se ampliaría que el campo B en la muestra es el campo en el eje Z de la bobina con mayor aproximación. de la orientación

En el apartado 4, podemos decir que hemos estudiado preliminarmente el efecto de las condiciones de contorno en función de las láminas ferromagnéticas. Los valores obtenidos han sido orientativos, siendo el error en el caso horizontal enorme (procedimiento no aceptable). Además, para la lámina vertical se aproxima el valor del campo integrado en el volumen por el valor en el centro de la lámina.

Aparte, las condiciones de contorno aplicadas son caras. Límite que no tienen en cuenta los efectos de borde, con lo que los valores obtenidos vendrán afectados de error considerable. También cabe señalar la imposibilidad de comparar estas medidas de K_m efectuadas con valores tabulados al ser una relación no lineal con el campo, depender considerablemente de la temperatura, etc, de especial relevancia en materiales ferromagnéticos.

En el apartado 5, hemos comprobado el comportamiento diamagnético de los cilindros de aluminio debido a las corrientes de Foucault, produciéndose un efecto de "levitación" ($\Delta m < 0$). Cabe destacar que los valores de K_0 obtenidos son perfectamente compatibles con el valor de "Pellicier - Porros...", y según señala, corresponden a efectos diamagnéticos considerablemente altos de óxidos de magnitud de sustancias con alto carácter diamagnético, como Bismuto.

Las medidas realizadas se han ajustado con mínima dispersión a las ecuaciones esperadas, y de los resultados de la susceptibilidad magnética y los valores tabulados de las dimensiones de los cilindros se ha realizado un ajuste para calcular su conductividad. El resultado para los huecos y los macizos era compatible entre sí, como cabría esperar, aunque no hemos encontrado ningún valor tabulado en el Handbook de aleaciones comerciales de aluminio que coincidiese con nuestro resultado. No obstante, se contrastó con el experimento de referencia (Pellicier...) y los valores análogos así como el alternativo mediante el método de los dos fre puntos eran todos ellos compatibles, lo que muestra la adecuación del método experimental y la concurrencia de resultados.

Como fuentes de error "menores", podemos señalar el calentamiento de la bobina a altas intensidades, o la leve abimantación positiva de la báscula hasta que se equilibraba.

En resumen, podemos concluir que pese a las limitaciones del procedimiento experimental, las numerosas aproximaciones teóricas, la dependencia en valores tabulados, ajenos no verificados y el hecho de calcular valores finales mediante mediciones indirectas (acumulando error), hemos obtenido resultados con un notable acuerdo respecto a valores de referencia y gran coincidencia con ecuaciones teóricas desarrolladas. Por tanto, podemos decir que hemos cumplido los objetivos de determinar la susceptibilidad magnética y el comportamiento de diferentes muestras con distinto carácter con éxito y educación al margen de incertidumbre experimental.

Bibliografía:

- Guion de Técnicas Experimentales de Electromagnetismo, F. Física de Valencia
- Pellicer-Pomes, Lacomba, Ruiz, Martínez, Andrés: "Force characterization of eddy currents".
- Handbook of Chemistry and Physics (hbcernetbase.com)
- Val-Polyakov (2004)

ANEXO

Como se ha comentado a lo largo de la práctica, una posible fuente de error podría ser la dependencia en valores ajenos que aparecían tabulados en el guión o inscritos en las muestras utilizadas. Como son valores que no comprobamos experimentalmente, la validez de nuestros datos depende de la confianza que tengamos en estas medidas y su fiabilidad.

El análisis realizado a raíz de la Tabla 5 para los cilindros huecos indicaba que había una tendencia de los valores de la conductividad a acercarse al valor esperado a medida que el diámetro se iba haciendo mayor. Cualitativamente, esto hubiese sido compatible con el hecho de suponer que el espesor era mucho menor que el diámetro, cumpliéndose la aproximación con mayor grado a medida que el diámetro crecía para espesor constante. Sin embargo, un análisis de la ecuación a primer orden con el término $2d/3a$ así como el análisis realizado en el final del quinto apartado (tratamiento), donde se ajustaba la ecuación teniendo en cuenta esta corrección contradecían la tendencia observada en los resultados. Se esperaría que los resultados tuviesen una tendencia inversa, es decir, de valores por encima del valor esperado bajando progresivamente hacia el valor esperado, o lo que es equivalente un valor del parámetro A_3 ajustado en dicho apartado que fuese menor que cero. El hecho de no cumplirse esta relación nos hizo sospechar de algún error en los valores inscritos del tubo. Por ello, decidimos volver al laboratorio con el profesor Domingo Martínez para revisar estas medidas inscritas con un pie de rey electrónico, aunque la práctica ya la habíamos terminado de redactar. Enseguida comprobamos que los valores inscritos eran erróneos. El espesor sí coincidía con los 2mm, pero el diámetro medio de los cilindros huecos era 1mm menor en todos los casos que el valor inscrito. El diámetro exterior era 1mm mayor que el valor inscrito, y el diámetro interior 3mm menor. Por ejemplo, para $2a=35$ mm, nuestras medidas eran: $d_{\text{ext}} = 36,0 \pm 0,1$ mm, $d_{\text{int}} = 32,0 \pm 0,1$ mm, de lo que se deduce: espesor $e=2$ mm, $2a_{\text{exp}} = 34,0 \pm 0,2$ mm.

Por ello, decidimos repasar los cálculos con estos cambios y añadir este anexo posterior a la redacción de la práctica para corregir los resultados finales para los cilindros huecos. Los cilindros macizos sí tenían el diámetro correctamente inscrito.

Las gráficas no se añaden de nuevo pues no había variaciones significativas, tan sólo se reproducen las tablas de resultados.

En el cálculo de las densidades de los cilindros (Figura 5) se obtiene el mismo resultado excepto en la ordenada en el origen. Al ser una relación lineal, sólo cambia la ordenada al haber un error de "shift" de 1mm multiplicado por la pendiente (2g/mm), aproximadamente 2g.

Ec. de ajuste: $M = A_1 + A_2 \cdot a$

$A_2' = 1 \pm 2$ g (que sigue siendo compatible con cero).

Como la pendiente no cambia, el valor de la densidad es el mismo.

Repetimos los cálculos para la Tabla 5:

CILINDROS HUECOS		
a (mm)	σ ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) x 10^{-6}	χ_{σ}
14	12,4 \pm 1,5	-0,0024 \pm 0,0006
18	15,5 \pm 0,7	-0,0078 \pm 0,0005
22	15,8 \pm 0,7	-0,0145 \pm 0,0009
26	17,6 \pm 0,7	-0,0292 \pm 0,0017
30	17,4 \pm 0,7	-0,043 \pm 0,003
34	17,3 \pm 0,7	-0,062 \pm 0,004
38	17,9 \pm 0,7	-0,092 \pm 0,005
	20 \pm 2	Valor referencia

Tabla 5: Corrección de los resultados de la tabla 5 para los valores correctos del diámetro de los cilindros huecos. Los resultados del ajuste no varían al no haber introducido dependencia en la geometría.

Como vemos, ya no hay una tendencia clara hacia el valor esperado, a partir del cuarto se rompe esta subida. El hecho de que los primeros cilindros el valor experimental de la conductividad se desvíe más del esperado se debe a los “ceros anticipados” en las medidas realizadas al ser la fuerza muy pequeña y el error relativo en Δm grande. Los resultados de la conductividad para los cilindros de mayor peso ya son compatibles con el valor de referencia y los calculados para los cilindros macizos.

La comparación que se realizaba entre $\chi_{\sigma,exp}$ y $\chi_{\sigma,ref}$ para cilindros de 31 y 30 mm respectivamente, ahora es realmente entre dos de 30mm sería:

$\chi_{\sigma,exp}' = -0,043 \pm 0,003$ y $\chi_{\sigma,ref} = -0,0460 \pm 0,0004$

El nuevo valor experimental se acerca un poco más al valor de referencia, como cabría esperar, y pone de manifiesto la compatibilidad entre ambos valores experimentales.

Para la corrección de la Figura 5c, los resultados del ajuste y cambian y el valor de la conductividad calculado se acerca más al valor de referencia, como cabría esperar:

Ecuación de ajuste: $\chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot a^3$ (huecos)

Cilindros huecos: $r = 0,999$ $A_1 = 0,0026 \pm 0,0010$ $A_2 = (-1,65 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$

De donde se deduce:

$\sigma_{huecos}' = (18,4 \pm 0,9) \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ $\sigma_{ref} = (20 \pm 2) \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$

Si utilizamos la expresión más exacta, cambian sensiblemente los resultados del ajuste:

Ecuación de ajuste: $\chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot a^3 + A_3 \cdot a^2$ (huecos)

$A_1 = 0,0026 \pm 0,0010$

$A_2 = (-1,8 \pm 0,3) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$

$A_3 = (0,8 \pm 1,3) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$

$\sigma_{huecos}'' = (19,4 \pm 1,9) \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$

Este valor es compatible con el de referencia. Como se ve, la corrección introducida (2d/3a) es despreciable, pues A_2 nos sale compatible con cero. Los errores experimentales son superiores a la corrección a este orden.

El hecho de habernos percatado a partir del análisis de las desviaciones de los resultados de este error en los valores inscritos refuerza los comentarios realizados a lo largo de toda la práctica, que señalaban nuestra imposibilidad de detectar algunas fuentes de error, al estar dependiendo de muchas medidas indirectas, algunas de ellas ajenas, que no teníamos instrumentos ni manera de verificar. Éste es el “modelo” de error sistemático que hemos “descubierto” en nuestros resultados, y que son bastante difíciles de encontrar si son pequeños (lo hemos encontrado por casualidad e indicación del profesor Domingo Martínez). Por ello, la validez de nuestros resultados queda supeditada a la fiabilidad con que nos vengan dados los valores tabulados, ecuaciones de calibración y valores nominales.

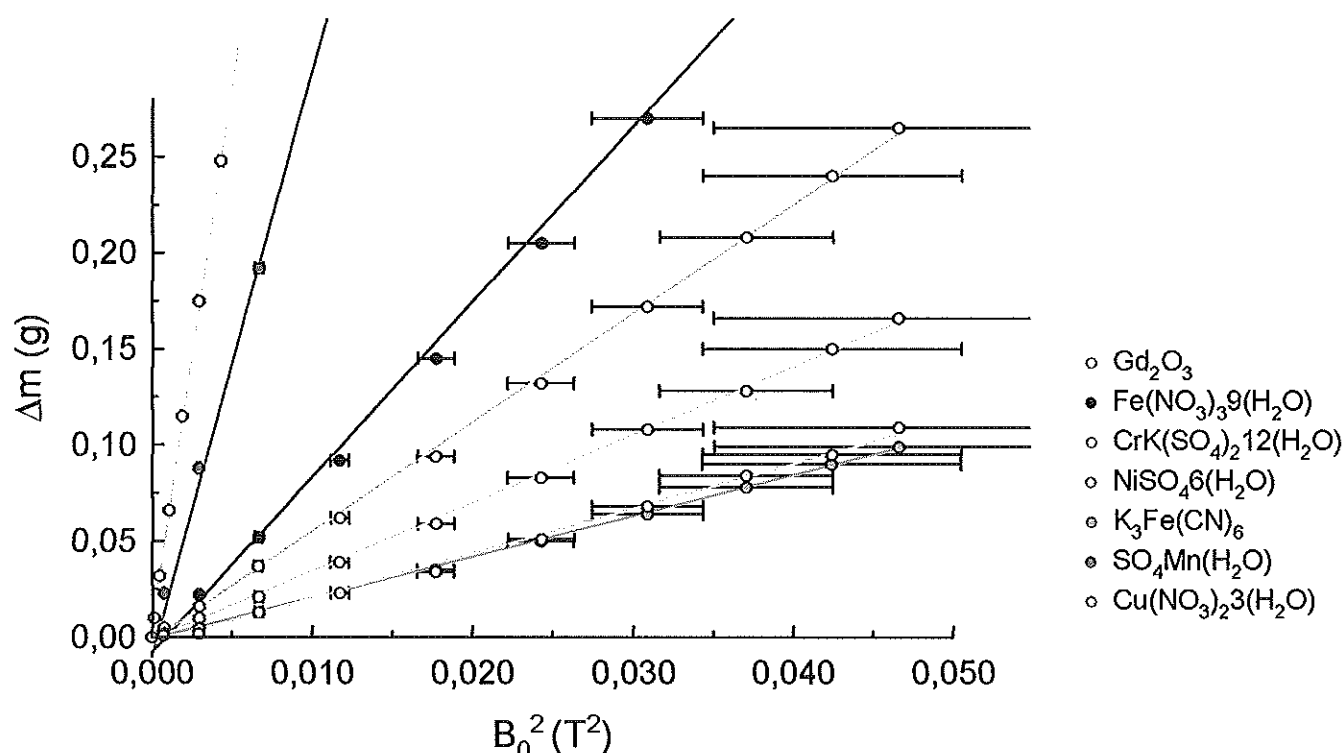
APÉNDICE

En este apéndice se añaden las tablas de los datos que se han representado en las distintas gráficas y que no aparecían en la sección de medidas. Aquellas gráficas cuyos puntos representados sean las medidas directas, aparecen específicamente en la sección Toma de datos.

También se presentan algunas gráficas con mayor detalle para apreciar la dispersión de los puntos con mayor claridad.

Tabla - Figura 3: Valores del campo magnético B_0 al cuadrado, frente al que se representan los valores de la diferencia de masa Δm de las distintas sales. Por simplicidad, se detallan sólo las dos tandas diferentes de valores de B_0^2 , pues las restantes son todas iguales a la segunda tanda. Los valores Δm se pueden consultar en la sección de toma de datos (apartado 3) y están ordenados según los valores de B_0^2 que aparecen en la siguiente tabla.

Gd_2O_3	Restantes
$B_0^2 (T^2)$	
0,024 \pm 0,002	0,047 \pm 0,012
0,0216 \pm 0,0016	0,042 \pm 0,008
0,0190 \pm 0,0013	0,037 \pm 0,005
0,0164 \pm 0,0010	0,031 \pm 0,003
0,0140 \pm 0,0008	0,024 \pm 0,002
0,0117 \pm 0,0006	0,0177 \pm 0,0011
0,0095 \pm 0,0004	0,0117 \pm 0,0006
0,0076 \pm 0,0003	0,0066 \pm 0,0003
0,0058 \pm 0,0002	0,00292 \pm 0,00010
0,00423 \pm 0,00015	0,00070 \pm 0,00003
0,00292 \pm 0,00010	0,00000 \pm 0,00000
0,00185 \pm 0,00007	
0,00102 \pm 0,00004	
0,00045 \pm 0,00002	
0,000109 \pm 0,000011	
0,000000 \pm 0,000000	



Detalle - Figura 3: Diferencia de masa (peso) Δm de las distintas sales en función del campo B_0^2 en el entrehierro del electroimán.

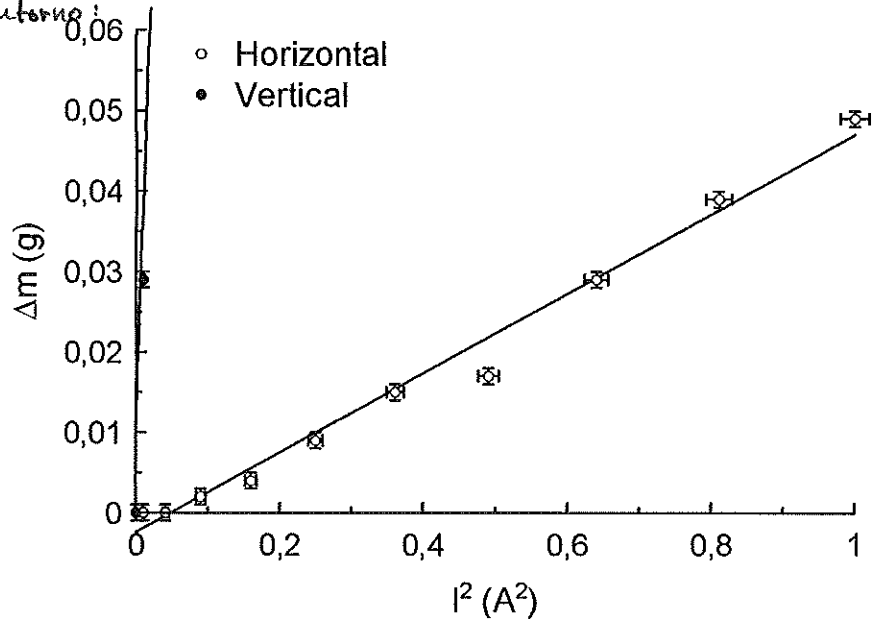
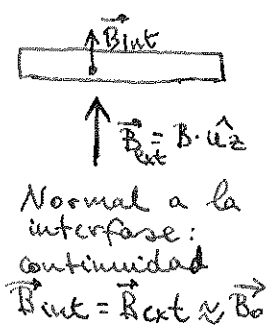
Tabla - Figuras 3b y 3c: Susceptibilidad magnética χ_m en función del espín S de cada muestra. Se representan valores tabulados y los experimentales en unidades similares a las del Handbook.

Muestra	Espín S	S(S+1)	$\chi_{m,exp}$	$\chi_{m,tab}$	$\chi_{m,exp}/\chi_{m,expGd2O3}$	$\chi_{m,tab}/\chi_{m,tabGd2O3}$
Gd ₂ O ₃	3,5	15,75	0,0450 ± 0,0004	0,0532	1,000 ± 0,014	1,000
Fe(NO) ₃ 9(H ₂ O)	2,5	8,75	0,0137 ± 0,0003	0,0152	0,305 ± 0,007	0,286
CrK(SO ₄) ₂ 12(H ₂ O)	1,5	3,75	0,00524 ± 0,00007	/	0,1164 ± 0,0019	/
NiSO ₄ 6(H ₂ O)	1	2	0,00378 ± 0,00005	0,004005	0,0839 ± 0,0014	0,0753
K ₃ Fe(CN) ₆	2,5	8,75	0,00199 ± 0,00003	0,00229	0,0442 ± 0,0007	0,0430
SO ₄ Mn(H ₂ O)	2,5	8,75	0,01233 ± 0,00015	0,0142	0,274 ± 0,004	0,267
Cu(NO ₃) ₂ 3(H ₂ O)	0,5	0,75	0,00144 ± 0,00004	0,00157	0,0319 ± 0,0009	0,0295

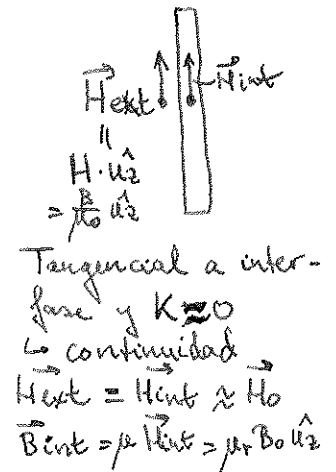
Tabla - Figura 4: Diferencia de masa (peso) Δm de las láminas de ferrita medida en la balanza frente a intensidad de corriente I (al cuadrado) que circula por la bobina.

AMBAS LÁMINAS	HORIZONTAL	VERTICAL
I ² (A ²)	$\Delta m \pm 0,001g$	$\Delta m \pm 0,001g$
1,00 ± 0,02	0,049	2,599
0,810 ± 0,018	0,039	2,125
0,640 ± 0,016	0,029	1,699
0,490 ± 0,014	0,017	1,295
0,360 ± 0,012	0,015	0,953
0,250 ± 0,010	0,009	0,680
0,160 ± 0,008	0,004	0,441
0,090 ± 0,006	0,002	0,251
0,040 ± 0,004	0,000	0,109
0,010 ± 0,002	0,000	0,029
0,000 ± 0,000	0,000	0,000

Condiciones de contorno:
Horizontal



Condiciones de contorno:
Vertical

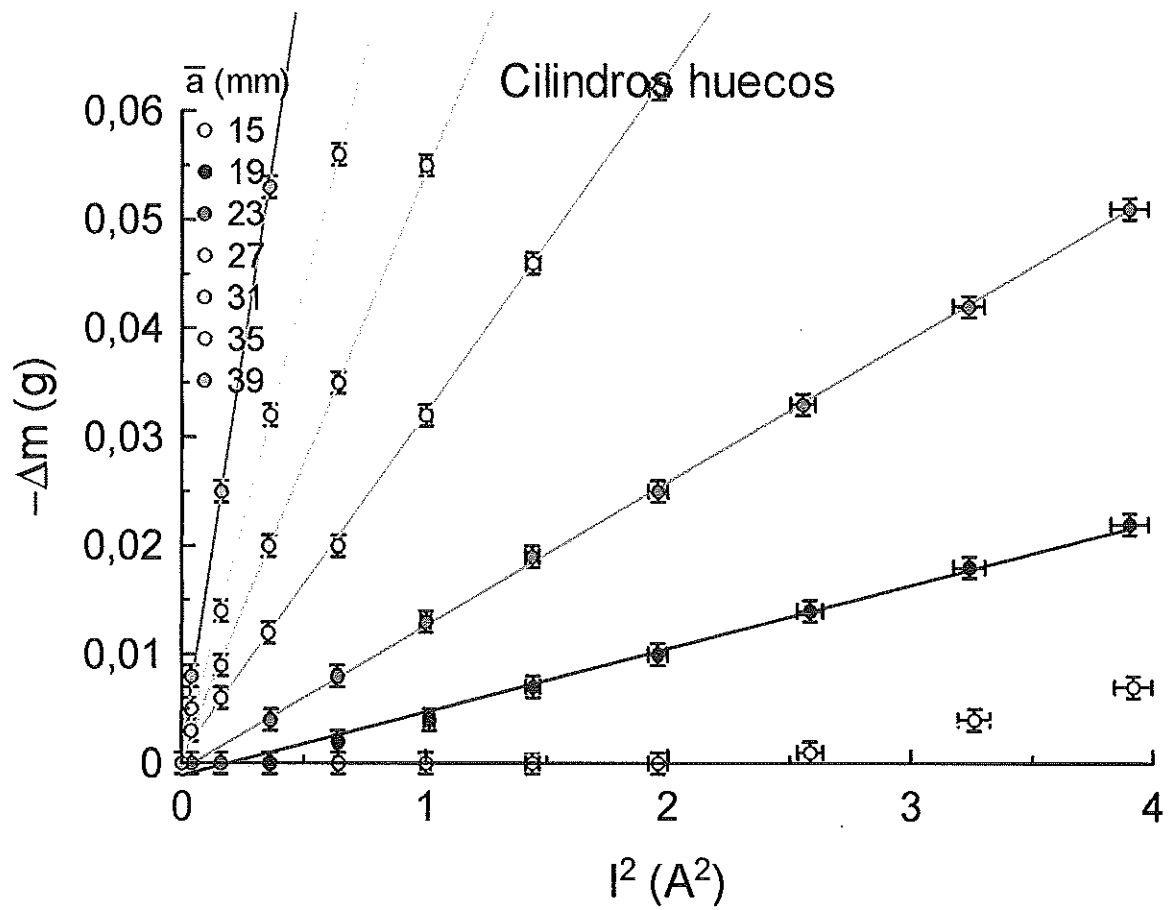


Detalle - Figura 4: Diferencia de masa (peso) Δm de las láminas de ferrita medida en la balanza frente a intensidad de corriente I (al cuadrado) que circula por la bobina.

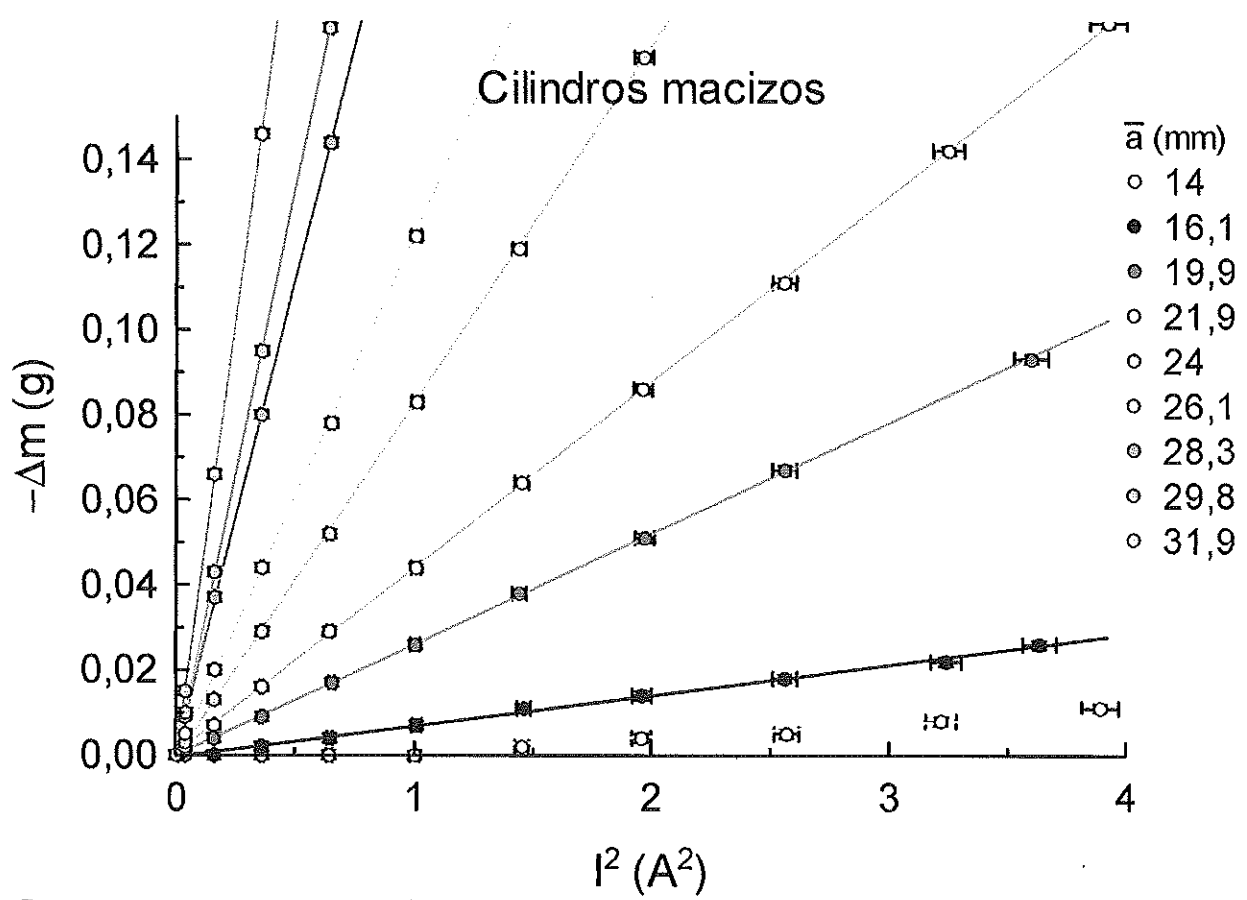
Tabla - Figuras 5a y 5b: Valores de la intensidad de corriente (eficaz) I al cuadrado frente a los que se representa la diferencia de masa (peso) con cambio de signo en los cilindros macizos y huecos de distinto diámetro \bar{a} . Por simplicidad y ahorro de papel, se detalla sólo una tanda de valores de I², pues son prácticamente los mismos para todos los cilindros aunque en la toma de medidas y la gráfica sí se tenga en cuenta los valores particulares de cada cilindro. Los valores $-\Delta m$ se pueden consultar en la sección de toma de datos (apartado 5) y están ordenados según los valores de I² que aparecen en la siguiente tabla.

I ² (A ²)
3,90 ± 0,08
3,24 ± 0,06
2,58 ± 0,05
1,96 ± 0,04
1,45 ± 0,03
1,00 ± 0,02
0,646 ± 0,013
0,361 ± 0,007
0,162 ± 0,003
0,0400 ± 0,0008
0,0000 ± 0,0000

K = 0 porque w = 0, es continua y no hay corrientes de Foucault en direcciones.



Detalle - Figura 5a: Diferencia de masa (con cambio de signo) (peso) $-\Delta m$ de los cilindros de aluminio huecos con distinto diámetro \bar{a} frente a la intensidad de corriente (eficaz) I al cuadrado.



Detalle - Figura 5b: Diferencia de masa (con cambio de signo) (peso) $-\Delta m$ de los cilindros de aluminio macizos con distinto diámetro \bar{a} frente a la corriente (eficaz) I al cuadrado.

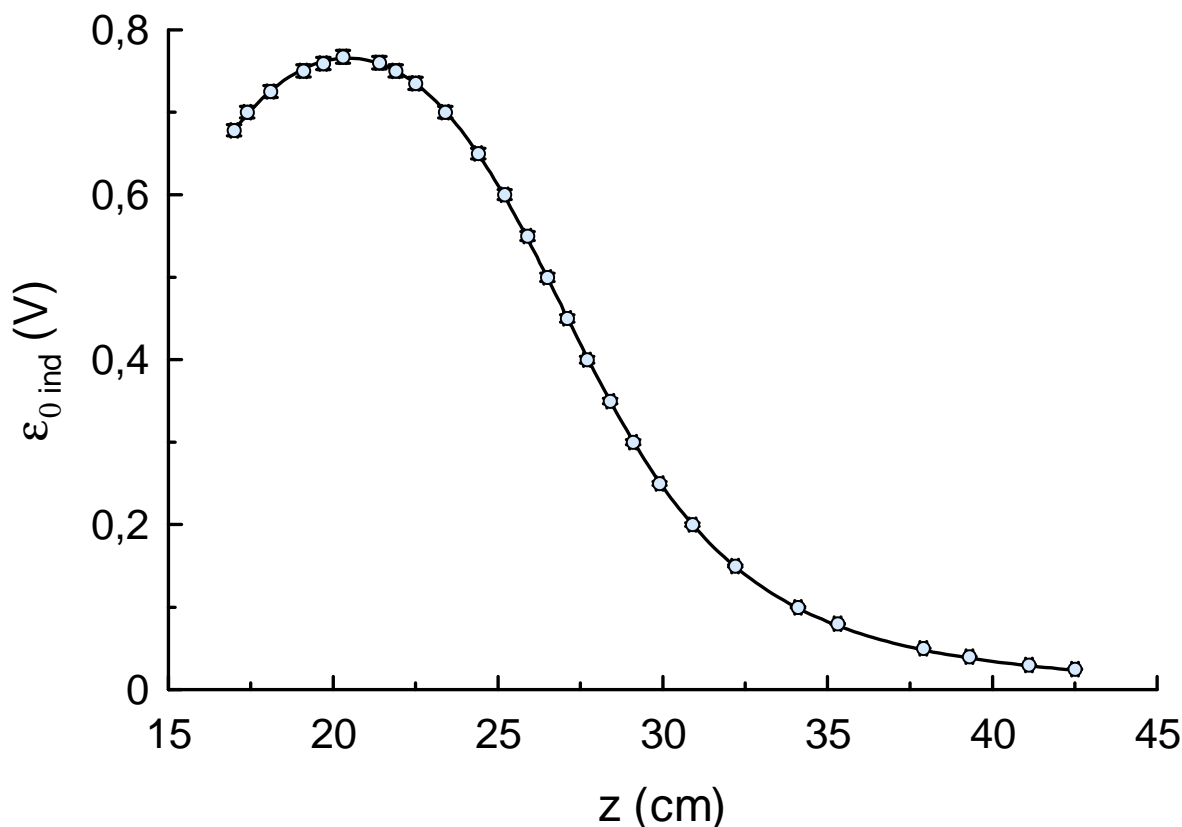
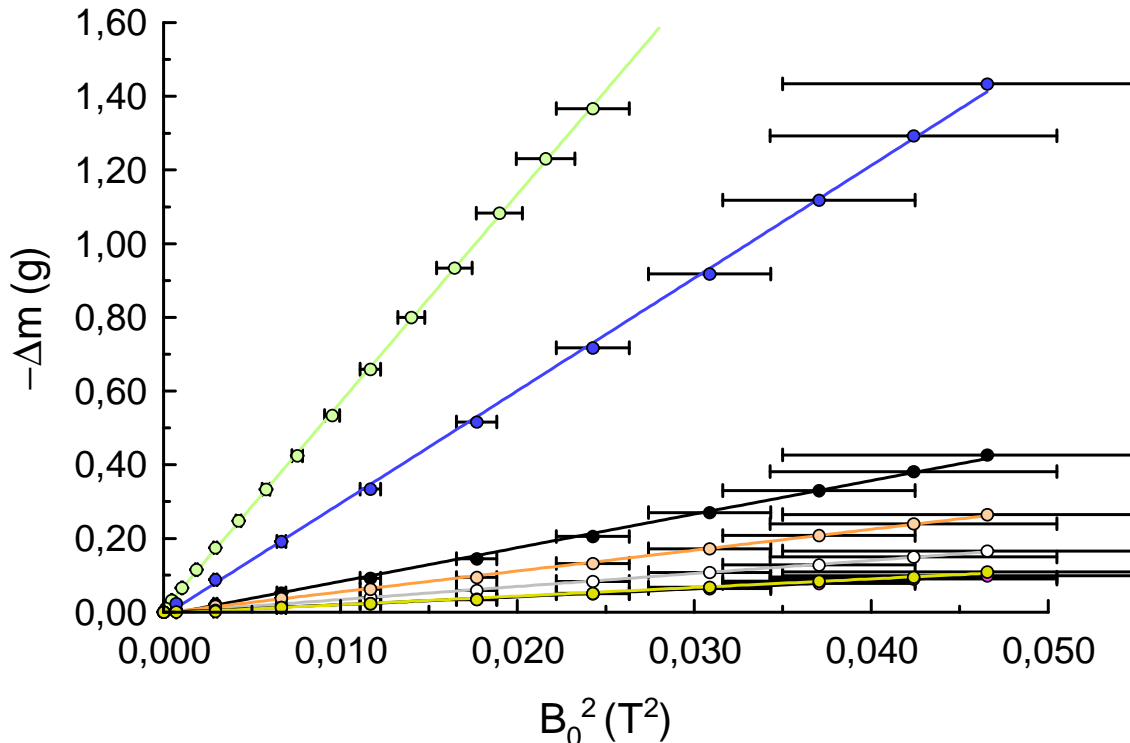


Figura 2: Calibración del campo magnético en el eje de una bobina (alimentada con corriente alterna) mediante una sonda de inducción pequeña situada en dicho eje.

Ecuación de ajuste: (ver página anterior)

Resultados del ajuste: $mcc = 0,99998$

$A_1 = 6,711 \pm 0,014 \text{ Vcm}$; $h = 12,64 \pm 0,07 \text{ cm}$; $a = 6,07 \pm 0,03 \text{ cm}$; $z_0 = 20,411 \pm 0,015 \text{ cm}$



Legenda de las sales utilizadas:

- Gd_2O_3
- $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$
- $\text{CrK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$
- $\text{NiSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$
- $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$
- $\text{SO}_4 \cdot \text{Mn}(\text{H}_2\text{O})$
- $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$

Figura 3: Cálculo de la susceptibilidad magnética de muestras de sales de iones conocidas mediante la medida de la fuerza ejercida sobre ellas en el entrehierro de un electroimán alimentado en corriente continua y con un campo magnético conocido (calibrado en función de la intensidad). Todas las sustancias son paramagnéticas.

Sal	Resultados del ajuste		$\chi_{m\text{ aj}}$	Susceptibilidad molar (cm^3/mol)	
Gd_2O_3	r	0,9999	0,01157	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,0450 \pm 0,0004
	A_1 (g)	0,006 \pm 0,002	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,0269
	A_2 (g/T^2)	56,43 \pm 0,18	0,00011	$\chi_{m\text{ tab}}$	0,0532
$\text{Fe}(\text{NO})_3$ $9(\text{H}_2\text{O})$	r	0,9992	0,000719	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,0137 \pm 0,0003
	A_1 (g)	-0,008 \pm 0,003	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,0149
	A_2 (g/T^2)	9,12 \pm 0,12	0,000015	$\chi_{m\text{ tab}}$	0,0152
$\text{CrK}(\text{SO}_4)_2$ $12(\text{H}_2\text{O})$	r	0,9996	0,000241	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,00524 \pm 0,00007
	A_1 (g)	-0,0014 \pm 0,0008	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,00640
	A_2 (g/T^2)	3,54 \pm 0,03	0,000003	$\chi_{m\text{ tab}}$	/
NiSO_4 $6(\text{H}_2\text{O})$	r	0,9997	0,000374	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,00378 \pm 0,000005
	A_1 (g)	-0,0017 \pm 0,0013	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,00341
	A_2 (g/T^2)	5,66 \pm 0,05	0,000005	$\chi_{m\text{ tab}}$	0,00401
K_3Fe $(\text{CN})_6$	r	0,9997	0,000141	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,00199 \pm 0,00003
	A_1 (g)	-0,0010 \pm 0,0005	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,01493
	A_2 (g/T^2)	2,128 \pm 0,019	0,000002	$\chi_{m\text{ tab}}$	0,00229
SO_4Mn (H_2O)	r	0,9997	0,00270	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,0123 \pm 0,0002
	A_1 (g)	-0,010 \pm 0,006	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,0149
	A_2 (g/T^2)	30,6 \pm 0,3	0,00003	$\chi_{m\text{ tab}}$	0,0142
$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ $3(\text{H}_2\text{O})$	r	0,998	0,000173	$\chi_{m\text{ aj mol}}$	0,00144 \pm 0,00004
	A_1 (g)	-0,0031 \pm 0,0012	\pm	$\chi_{m\text{ spin}} \pm 2\%$	0,00128
	A_2 (g/T^2)	2,33 \pm 0,05	0,000004	$\chi_{m\text{ tab}}$	0,00157

Tabla 3: Resultados del ajuste de la Figura 3 y cálculos de las susceptibilidades magnéticas de cada muestra. Ecuación del ajuste: $-\Delta m = A_1 + A_2 \cdot B_0^2$

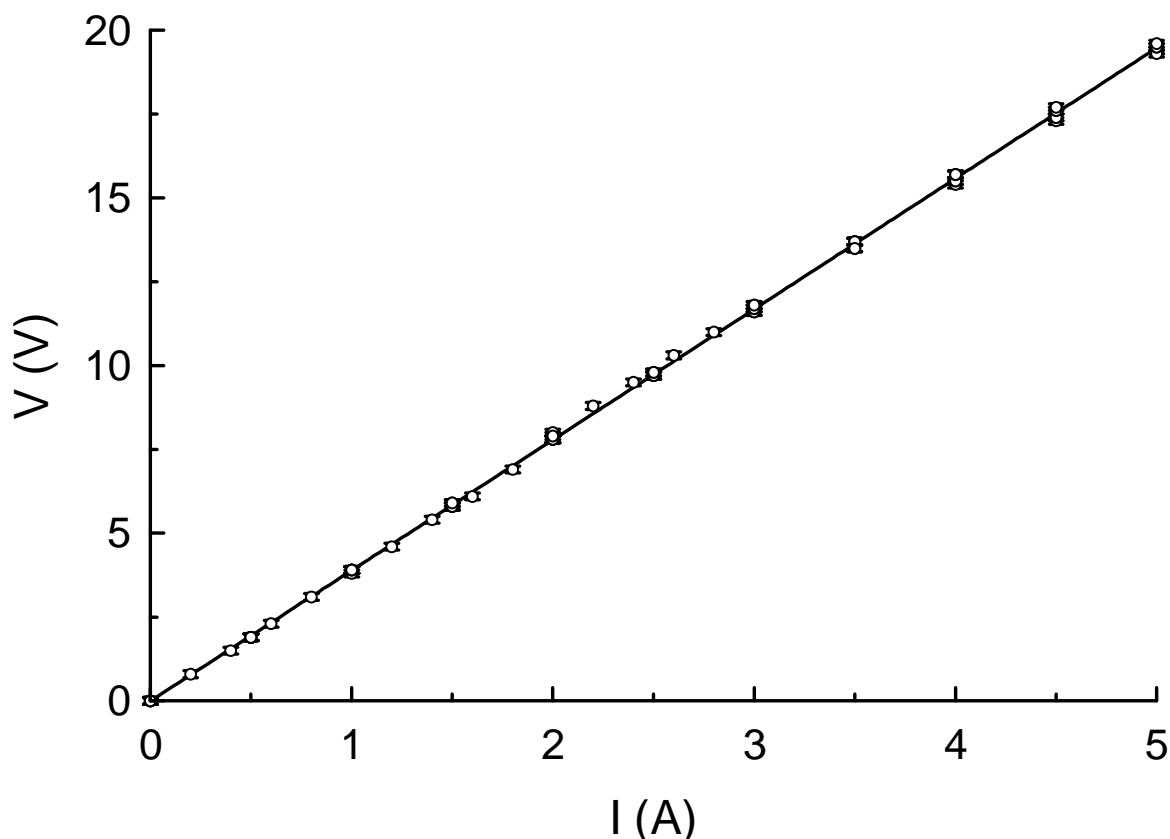


Figura 3d: Comprobación de la ley de Ohm a partir de las lecturas de V e I en el electroimán.

Ecuación: $V = RI + V_0$

Resultados del ajuste: **mcc = 0,9999**

$V_0 = -0,005 \pm 0,018$ V; **$R = 3,896 \pm 0,006$ Ω**

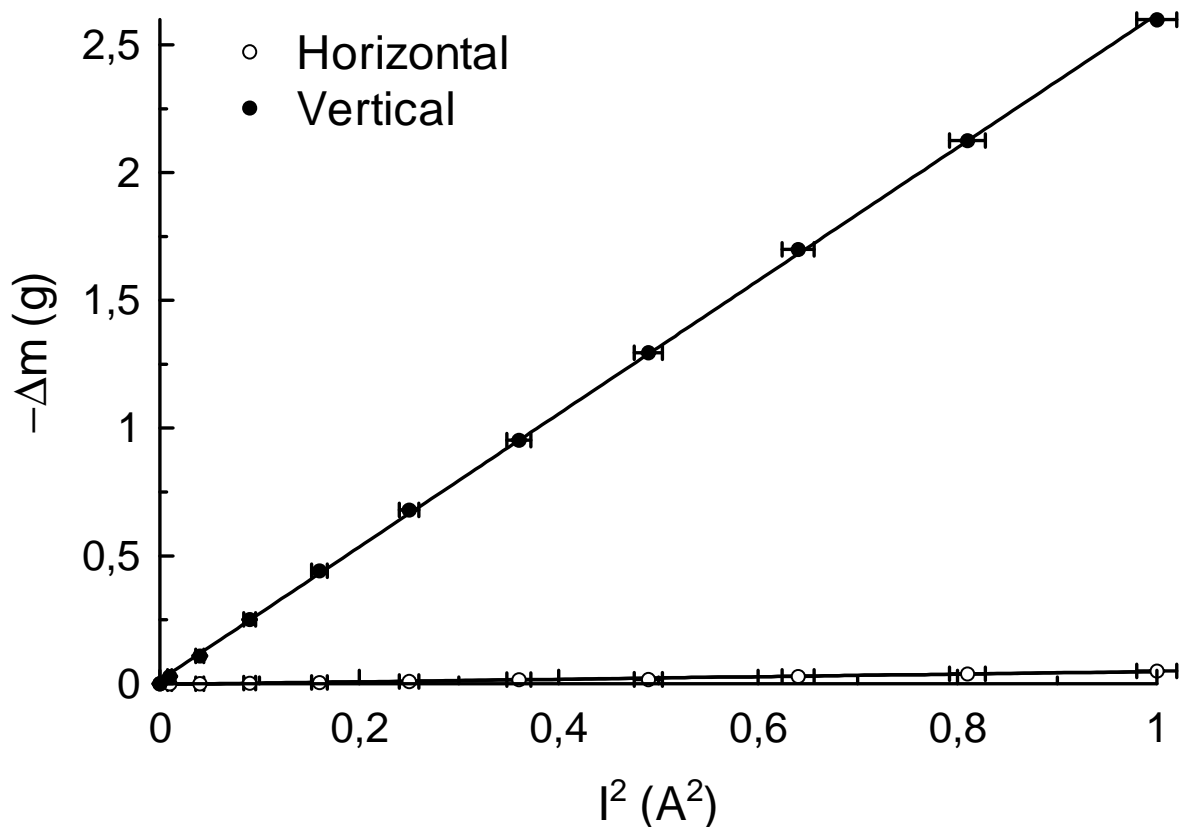


Figura 4: Medida de la susceptibilidad magnética mediante láminas de ferrita con diferentes orientaciones en el interior de una bobina alimentada con corriente continua.

Ecuación: $-\Delta m = A_1 + A_2 \cdot I^2$ Resultados del ajuste:

Lámina horizontal: mcc = 0,993 $A_1 = -0,0024 \pm 0,0010$ g

$A_2 = 0,049 \pm 0,002$ g/A²

Lámina vertical: mcc = 0,9999 $A_1 = 0,0014 \pm 0,006$ g

$A_2 = 2,606 \pm 0,012$ g/A²

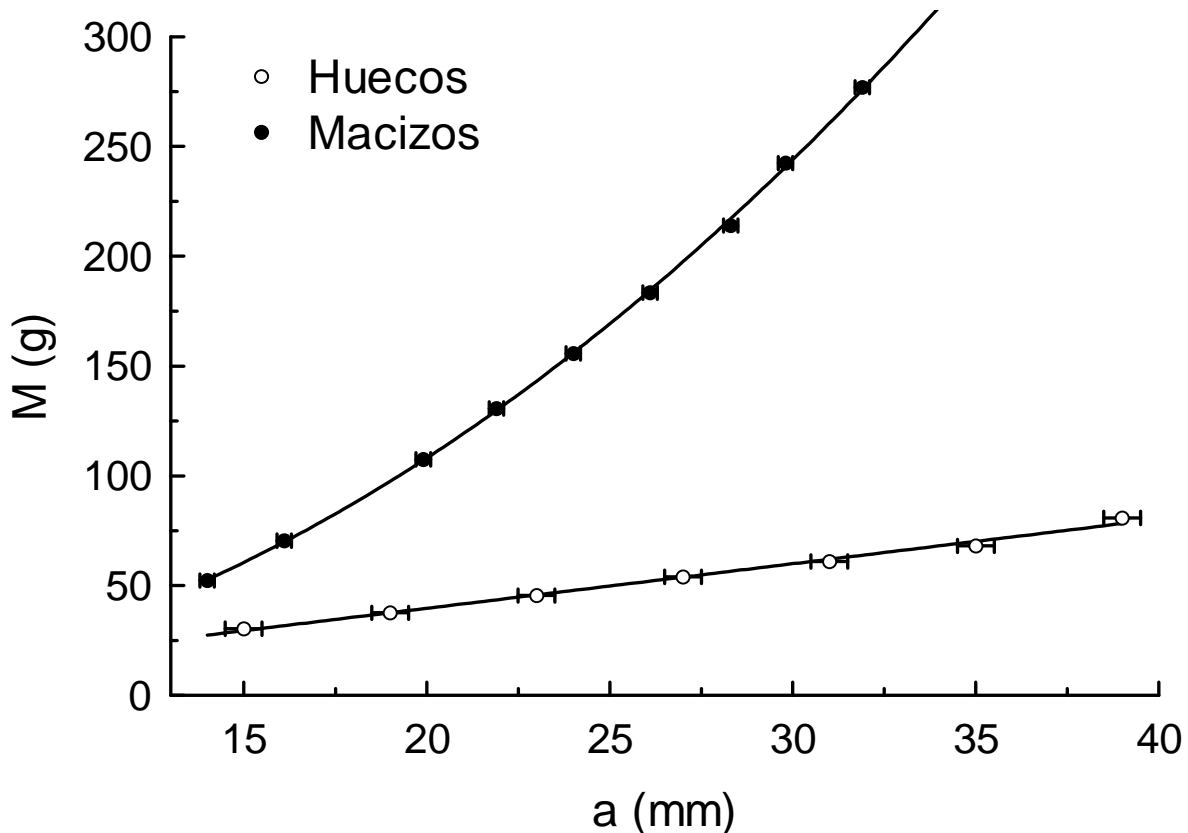


Figura 5: Cálculo de la densidad de cilindros de aluminio huecos con distinto diámetro a mediante la medida del peso en una báscula de precisión.

Huecos: Ec.: $M = A_1 + A_2 \cdot a$; mcc = 0,997; $A_1 = -1 \pm 2$ g; $A_2 = 2,03 \pm 0,08$ g/mm

Macizos: Ec.: $M = A_1 + A_2 \cdot a^2$; mcc = 0,9998; $A_1 = -0,6 \pm 1,2$ g; $A_2 = 0,2717 \pm 0,0019$ g/mm²

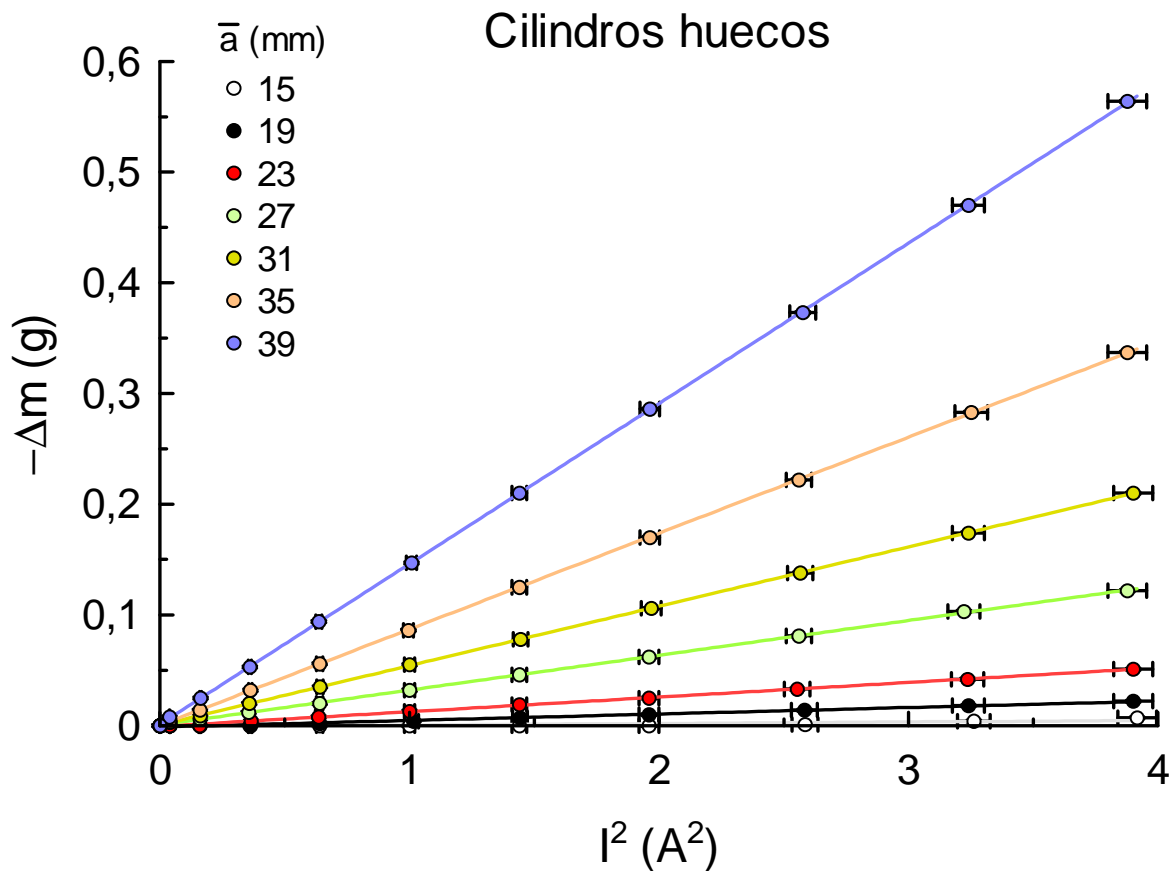


Figura 5a: Fuerza sobre cilindros de aluminio huecos con distinto diámetro en el interior de una bobina (concéntricos a su eje) alimentada por una corriente alterna I .

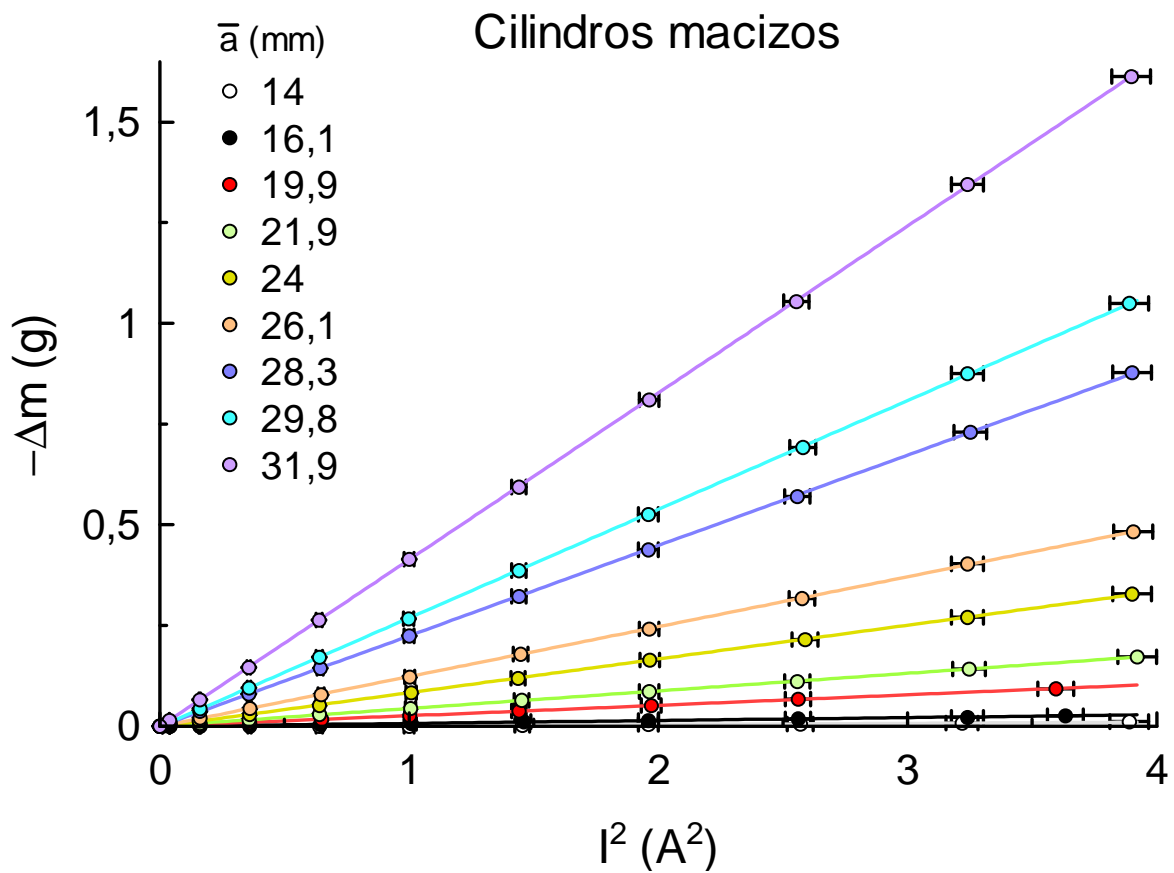


Figura 5b: Fuerza sobre cilindros de aluminio macizos con distinto diámetro en el interior de una bobina (concéntricos a su eje) alimentada por una corriente alterna I .

CILINDROS HUECOS					
a (mm)	Resultados del ajuste			σ ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) $\times 10^{-6}$	χ_{σ}
	r	A_1 (g)	A_2 (g/A^2)		
15	0,84	-0,0009 \pm 0,0006	0,0014 \pm 0,0003	10,8 \pm 1,3	-0,0023 \pm 0,0005
19	0,996	-0,0011 \pm 0,0003	0,00583 \pm 0,00016	14,0 \pm 0,6	-0,0074 \pm 0,0005
23	0,9995	-0,0007 \pm 0,0003	0,01323 \pm 0,00014	14,5 \pm 0,6	-0,0139 \pm 0,0008
27	0,9999	0,0007 \pm 0,0003	0,03143 \pm 0,00015	16,3 \pm 0,7	-0,0281 \pm 0,0017
31	0,99999	0,00060 \pm 0,00018	0,05361 \pm 0,00009	16,3 \pm 0,6	-0,042 \pm 0,002
35	0,99999	0,0003 \pm 0,0003	0,08677 \pm 0,00014	16,3 \pm 0,6	-0,060 \pm 0,004
39	0,99999	0,0012 \pm 0,0004	0,1449 \pm 0,0002	17,0 \pm 0,7	-0,090 \pm 0,005

CILINDROS MACIZOS					
a (mm)	Resultados del ajuste			σ ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) $\times 10^{-6}$	χ_{σ}
	r	A_1 (g)	A_2 (g/A^2)		
14	0,97	-0,0011 \pm 0,0005	0,0027 \pm 0,0002	18,6 \pm 1,2	-0,0027 \pm 0,0003
16,1	0,999	-0,0004 \pm 0,0002	0,00717 \pm 0,00013	19,8 \pm 0,9	-0,0053 \pm 0,0002
19,9	0,9999	-0,00022 \pm 0,00019	0,02608 \pm 0,00012	20,0 \pm 0,7	-0,0127 \pm 0,0005
21,9	0,99997	0,0003 \pm 0,0002	0,04368 \pm 0,00011	19,4 \pm 0,7	-0,0176 \pm 0,0006
24	0,99997	-0,0009 \pm 0,0004	0,0839 \pm 0,0002	20,4 \pm 0,6	-0,0281 \pm 0,0010
26,1	0,99997	-0,0008 \pm 0,0006	0,1239 \pm 0,0003	19,3 \pm 0,6	-0,0351 \pm 0,0012
28,3	0,99999	-0,0004 \pm 0,0008	0,2245 \pm 0,0004	20,4 \pm 0,6	-0,0542 \pm 0,0018
29,8	0,99999	-0,0015 \pm 0,0007	0,2699 \pm 0,0004	19,2 \pm 0,5	-0,0587 \pm 0,0019
31,9	0,999995	-0,0012 \pm 0,0008	0,4143 \pm 0,0004	19,3 \pm 0,5	-0,079 \pm 0,003

Valor referencia	20 \pm 2
Valor Handbook	28 \pm 1

Tabla 5: Resultados del ajuste de la Figura 5a y 5b y cálculos de la conductividad y susceptibilidad magnética equivalente de los cilindros de aluminio huecos y macizos.

Los valores tabulados se obtienen del Handbook para aleaciones comerciales de aluminio y el "valor referencia" se ha medido con el método de cuatro puntos en: J. Pellicer-Porres, R. Lacomba-Perales, J. Ruiz-Fuertes, D. Martínez-García "Force characterization of eddy currents", American Journal of Physics 74, 267-271 (2006)

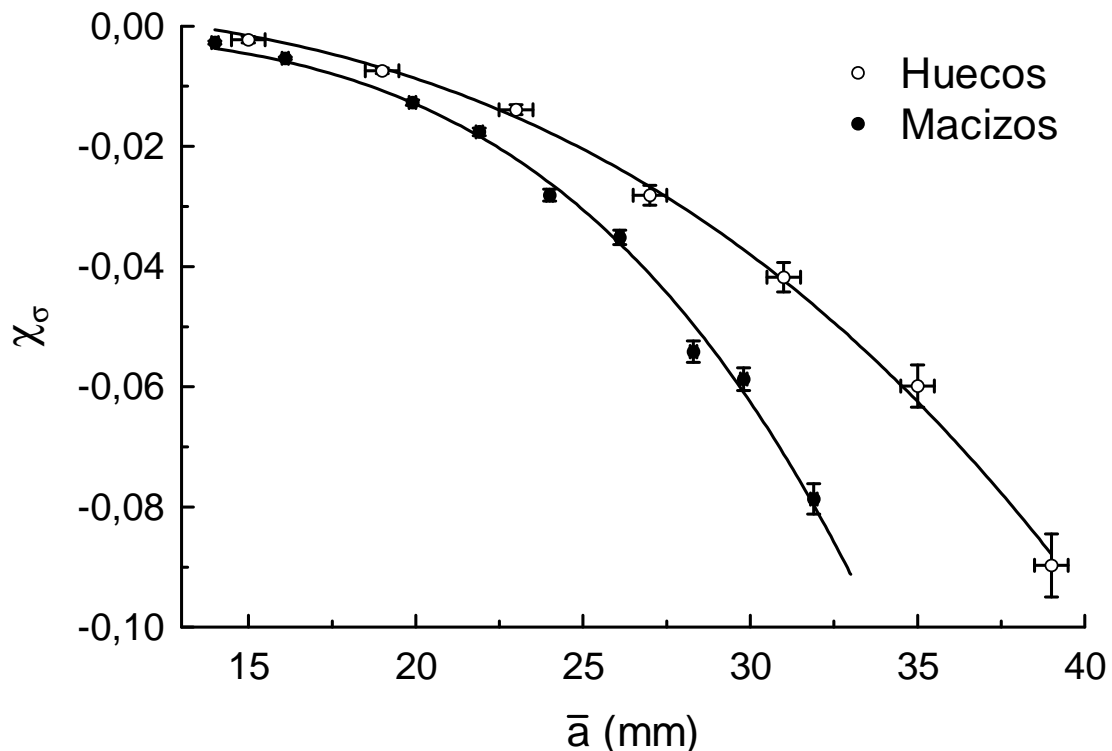


Figura 5c: Dependencia de la susceptibilidad magnética equivalente de los cilindros de aluminio con su diámetro a. Ecuación de ajuste: $\chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot a^3$ (huecos); $\chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot a^4$ (macizos).

Cilindros huecos: $r = 0,999$ $A_1 = 0,0036 \pm 0,0011$ $A_2 = (-1,54 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$
 Cilindros macizos: $r = 0,997$ $A_1 = -0,0008 \pm 0,0012$ $A_2 = (-76 \pm 2) \times 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$

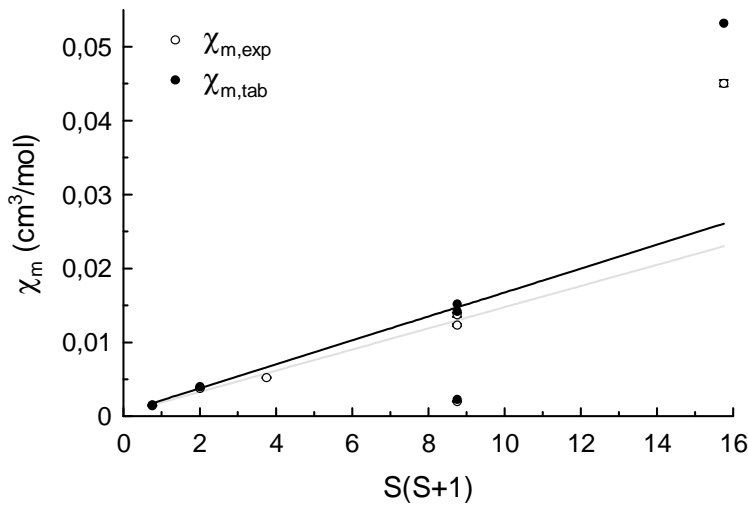


Figura 3b: Contribución del espín electrónico a la susceptibilidad magnética (molar) de varias sales (materiales paramagnéticos). Se desprecian en el ajuste los puntos que se desvían notablemente de la recta, lo que indica que su espín efectivo no coincide con el átomo aislado (se han despreciado interacciones de la red de iones que sí eran significativas).

Ecuación: $\chi_m = A_1 + A_2 \cdot S \cdot (S+1)$

Resultados del ajuste:

Val. experimentales: $r = 0,993$; $A_1 = 0,0004 \pm 0,0006 \text{ cm}^3/\text{mol}$; $A_2 = 0,00143 \pm 0,00010 \text{ cm}^3/\text{mol}$

Valores tabulados: $r = 0,998$; $A_1 = 0,0005 \pm 0,0005 \text{ cm}^3/\text{mol}$; $A_2 = 0,00162 \pm 0,00007 \text{ cm}^3/\text{mol}$

Valor teórico

$A_2 = 0,00171 \text{ cm}^3/\text{mol}$

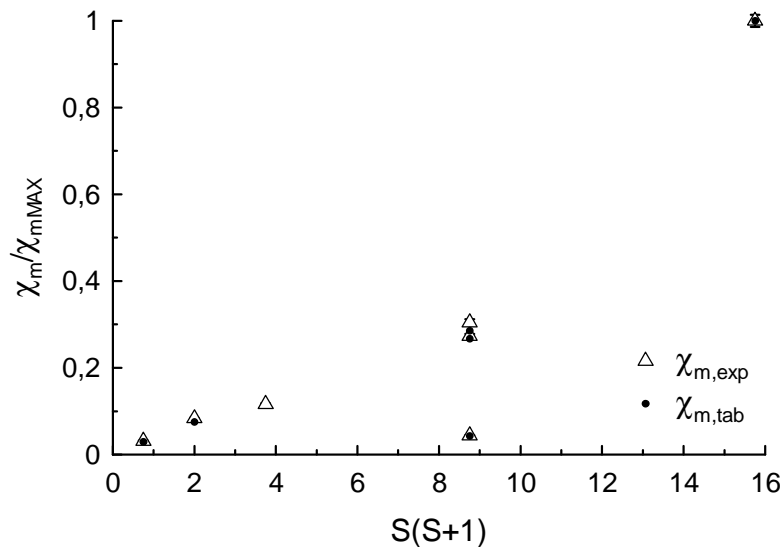


Figura 3c: Comparación de los valores relativos de susceptibilidad respecto al valor mayor (correspondiente a Gd_2O_3) por separado para valores experimentales y tabulados.

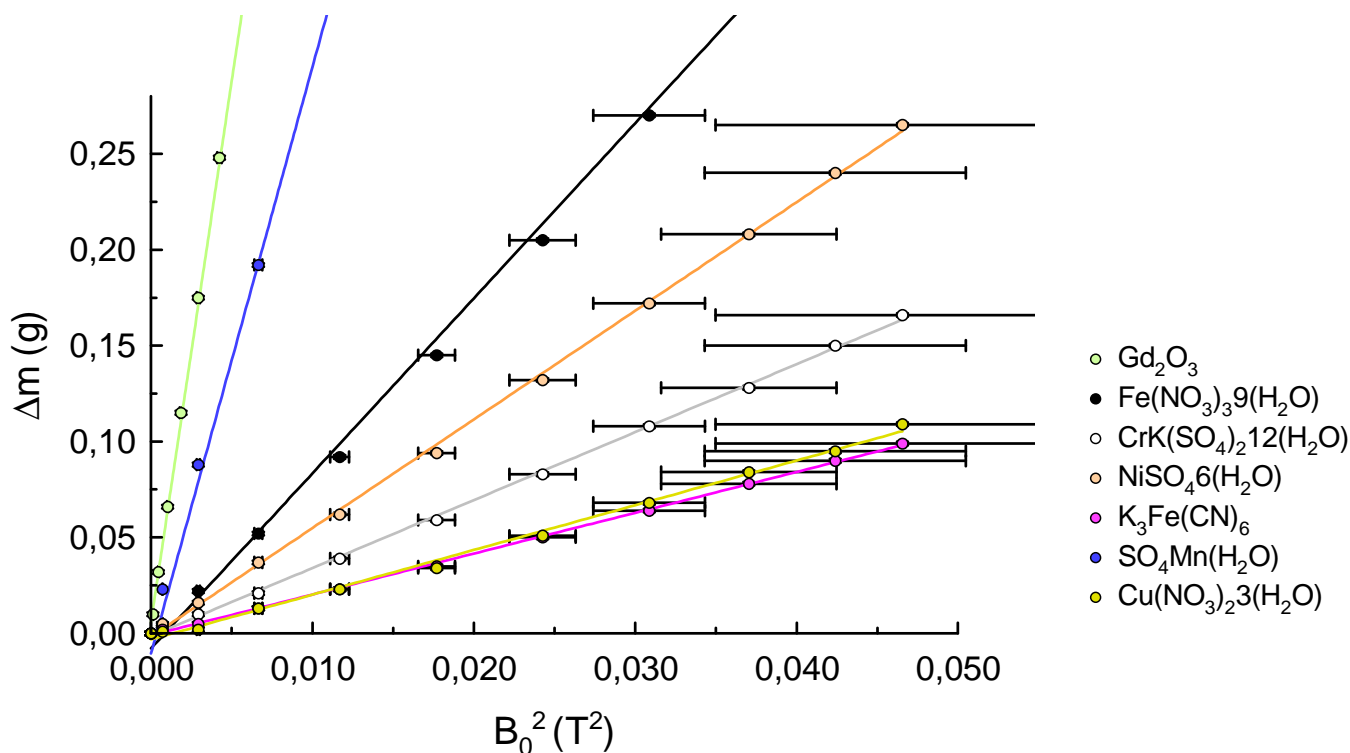
APÉNDICE

En este apéndice se añaden las tablas de los datos que se han representado en las distintas gráficas y que no aparecían en la sección de medidas. Aquellas gráficas cuyos puntos representados sean las medidas directas, aparecen específicamente en la sección Toma de datos.

También se presentan algunas gráficas con mayor detalle para apreciar la dispersión de los puntos con mayor claridad.

Tabla - Figura 3: Valores del campo magnético B_0 al cuadrado, frente al que se representan los valores de la diferencia de masa Δm de las distintas sales. Por simplicidad, se detallan sólo las dos tandas diferentes de valores de B_0^2 , pues las restantes son todas iguales a la segunda tanda. Los valores Δm se pueden consultar en la sección de toma de datos (apartado 3) y están ordenados según los valores de B_0^2 que aparecen en la siguiente tabla.

Gd_2O_3	Restantes
$B_0^2 (T^2)$	
0,024 ± 0,002	0,047 ± 0,012
0,0216 ± 0,0016	0,042 ± 0,008
0,0190 ± 0,0013	0,037 ± 0,005
0,0164 ± 0,0010	0,031 ± 0,003
0,0140 ± 0,0008	0,024 ± 0,002
0,0117 ± 0,0006	0,0177 ± 0,0011
0,0095 ± 0,0004	0,0117 ± 0,0006
0,0076 ± 0,0003	0,0066 ± 0,0003
0,0058 ± 0,0002	0,00292 ± 0,00010
0,00423 ± 0,00015	0,00070 ± 0,00003
0,00292 ± 0,00010	0,00000 ± 0,00000
0,00185 ± 0,00007	
0,00102 ± 0,00004	
0,00045 ± 0,00002	
0,000109 ± 0,000011	
0,000000 ± 0,000000	



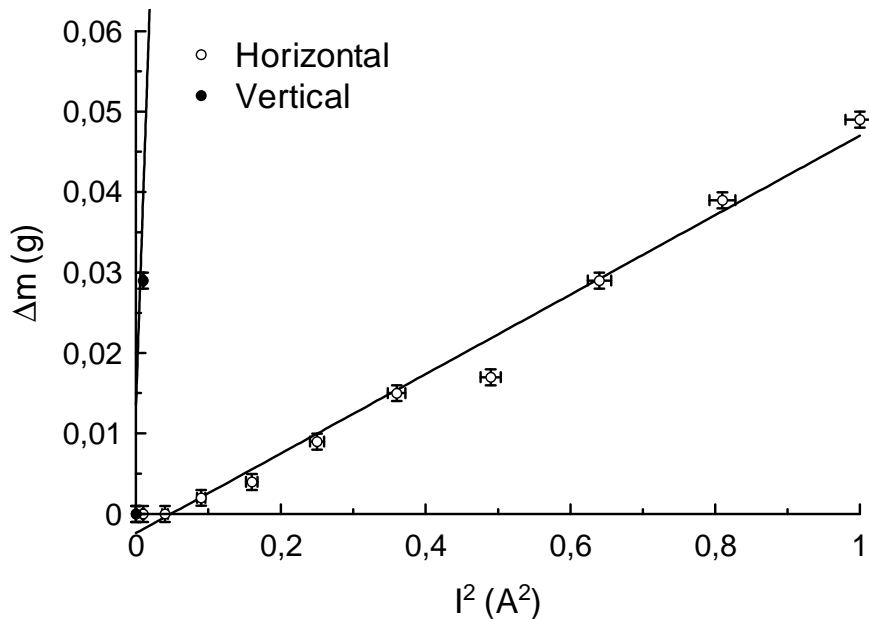
Detalle - Figura 3: Diferencia de masa (peso) Δm de las distintas sales en función del campo B_0^2 en el entrehierro del electroimán.

Tabla - Figuras 3b y 3c: Susceptibilidad magnética χ_m en función del espín S de cada muestra. Se representan valores tabulados y los experimentales en unidades similares a las del Handbook.

Muestra	Espín S	S(S+1)	$\chi_{m,exp}$	$\chi_{m,tab}$	$\chi_{m,exp}/\chi_{m,expGd2O3}$	$\chi_{m,tab}/\chi_{m,tabGd2O3}$
Gd ₂ O ₃	3,5	15,75	0,0450 ± 0,0004	0,0532	1,000 ± 0,014	1,000
Fe(NO ₃) ₃ 9(H ₂ O)	2,5	8,75	0,0137 ± 0,0003	0,0152	0,305 ± 0,007	0,286
CrK(SO ₄) ₂ 12(H ₂ O)	1,5	3,75	0,00524 ± 0,00007	/	0,1164 ± 0,0019	/
NiSO ₄ 6(H ₂ O)	1	2	0,00378 ± 0,00005	0,004005	0,0839 ± 0,0014	0,0753
K ₃ Fe(CN) ₆	2,5	8,75	0,00199 ± 0,00003	0,00229	0,0442 ± 0,0007	0,0430
SO ₄ Mn(H ₂ O)	2,5	8,75	0,01233 ± 0,00015	0,0142	0,274 ± 0,004	0,267
Cu(NO ₃) ₂ 3(H ₂ O)	0,5	0,75	0,00144 ± 0,00004	0,00157	0,0319 ± 0,0009	0,0295

Tabla - Figura 4: Diferencia de masa (peso) Δm de las láminas de ferrita medida en la balanza frente a intensidad de corriente I (al cuadrado) que circula por la bobina.

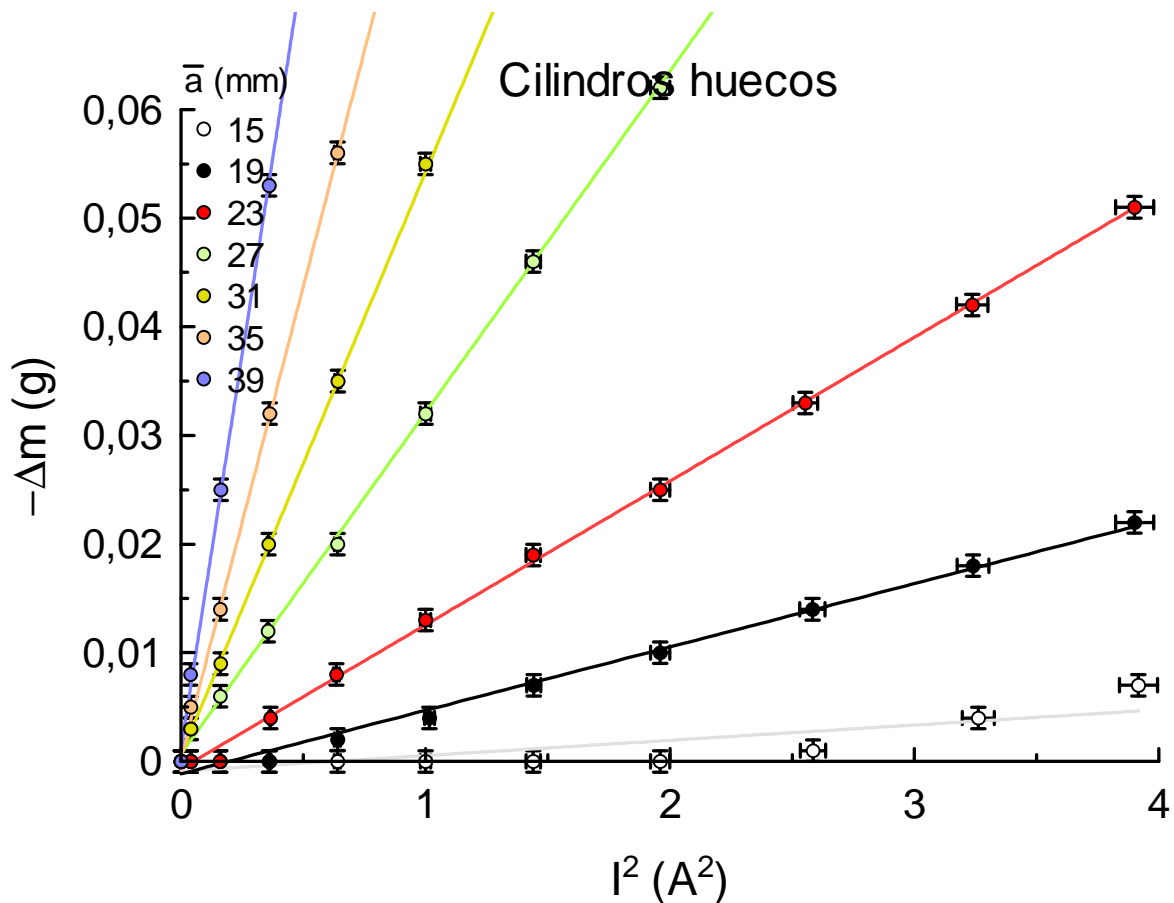
AMBAS LÁMINAS I^2 (A ²)	HORIZONTAL $\Delta m \pm 0,001g$	VERTICAL $\Delta m \pm 0,001g$
1,00 ± 0,02	0,049	2,599
0,810 ± 0,018	0,039	2,125
0,640 ± 0,016	0,029	1,699
0,490 ± 0,014	0,017	1,295
0,360 ± 0,012	0,015	0,953
0,250 ± 0,010	0,009	0,680
0,160 ± 0,008	0,004	0,441
0,090 ± 0,006	0,002	0,251
0,040 ± 0,004	0,000	0,109
0,010 ± 0,002	0,000	0,029
0,000 ± 0,000	0,000	0,000



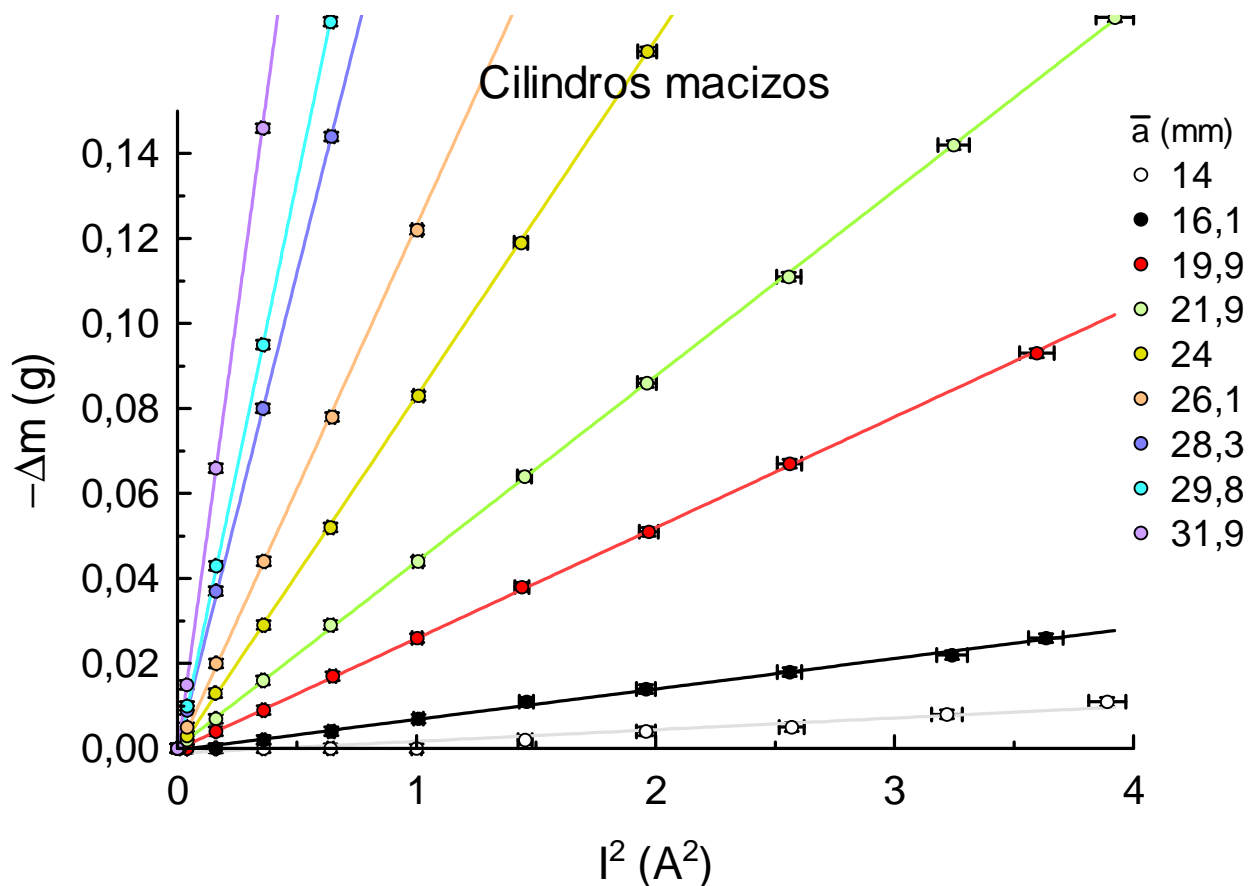
Detalle - Figura 4: Diferencia de masa (peso) Δm de las láminas de ferrita medida en la balanza frente a intensidad de corriente I (al cuadrado) que circula por la bobina.

Tabla - Figuras 5a y 5b: Valores de la intensidad de corriente (eficaz) I al cuadrado frente a los que se representa la diferencia de masa (peso) con cambio de signo en los cilindros macizos y huecos de distinto diámetro a. Por simplicidad y ahorro de papel, se detalla sólo una tanda de valores de I^2 , pues son prácticamente los mismos para todos los cilindros aunque en la toma de medidas y la gráfica sí se tenga en cuenta los valores particulares de cada cilindro. Los valores $-\Delta m$ se pueden consultar en la sección de toma de datos (apartado 5) y están ordenados según los valores de I^2 que aparecen en la siguiente tabla.

I^2 (A ²)
3,90 ± 0,08
3,24 ± 0,06
2,58 ± 0,05
1,96 ± 0,04
1,45 ± 0,03
1,00 ± 0,02
0,646 ± 0,013
0,361 ± 0,007
0,162 ± 0,003
0,0400 ± 0,0008
0,0000 ± 0,0000



Detalle - Figura 5a: Diferencia de masa (con cambio de signo) (peso) $-\Delta m$ de los cilindros de aluminio huecos con distinto diámetro a frente a la intensidad de corriente (eficaz) I al cuadrado.



Detalle - Figura 5b: Diferencia de masa (con cambio de signo) (peso) $-\Delta m$ de los cilindros de aluminio macizos con distinto diámetro a frente a la corriente (eficaz) I al cuadrado.

ANEXO

Como se ha comentado a lo largo de la práctica, una posible fuente de error podría ser la dependencia en valores ajenos que aparecían tabulados en el guión o inscritos en las muestras utilizadas. Como son valores que no comprobamos experimentalmente, la validez de nuestros datos depende de la confianza que tengamos en estas medidas y su fiabilidad.

El análisis realizado a raíz de la Tabla 5 para los cilindros huecos indicaba que había una tendencia de los valores de la conductividad a acercarse al valor esperado a medida que el diámetro se iba haciendo mayor. Cualitativamente, esto hubiese sido compatible con el hecho de suponer que el espesor era mucho menor que el diámetro, cumpliéndose la aproximación con mayor grado a medida que el diámetro crecía para espesor constante. Sin embargo, un análisis de la ecuación a primer orden con el término $2d/3a$ así como el análisis realizado en el final del quinto apartado (tratamiento), donde se ajustaba la ecuación teniendo en cuenta esta corrección contradecían la tendencia observada en los resultados. Se esperaba que los resultados tuviesen una tendencia inversa, es decir, de valores por encima del valor esperado bajando progresivamente hacia el valor esperado, o lo que es equivalente un valor del parámetro A_3 ajustado en dicho apartado que fuese menor que cero. El hecho de no cumplirse esta relación nos hizo sospechar de algún error en los valores inscritos del tubo. Por ello, decidimos volver al laboratorio con el profesor Domingo Martínez para revisar estas medidas inscritas con un pie de rey electrónico, aunque la práctica ya la habíamos terminado de redactar. Enseguida comprobamos que los valores inscritos eran erróneos. El espesor sí coincidía con los 2mm, pero el diámetro medio de los cilindros huecos era 1mm menor en todos los casos que el valor inscrito. El diámetro exterior era 1mm mayor que el valor inscrito, y el diámetro interior 3mm menor. Por ejemplo, para $2a=35$ mm, nuestras medidas eran: $d_{\text{ext}} = 36,0 \pm 0,1$ mm, $d_{\text{int}} = 32,0 \pm 0,1$ mm, de lo que se deduce: espesor $e=2$ mm, $2a_{\text{exp}} = 34,0 \pm 0,2$ mm.

Por ello, decidimos repasar los cálculos con estos cambios y añadir este anexo posterior a la redacción de la práctica para corregir los resultados finales para los cilindros huecos. Los cilindros macizos sí tenían el diámetro correctamente inscrito.

Las gráficas no se añaden de nuevo pues no había variaciones significativas, tan sólo se reproducen las tablas de resultados.

En el cálculo de las densidades de los cilindros (Figura 5) se obtiene el mismo resultado excepto en la ordenada en el origen. Al ser una relación lineal, sólo cambia la ordenada al haber un error de “shift” de 1mm multiplicado por la pendiente (2g/mm), aproximadamente 2g.

Ec. de ajuste: $M = A_1 + A_2 \cdot a$

$A_2' = 1 \pm 2$ g (que sigue siendo compatible con cero).

Como la pendiente no cambia, el valor de la densidad es el mismo.

Repetimos los cálculos para la Tabla 5:

CILINDROS HUECOS		
a (mm)	σ ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) x 10^{-6}	χ_σ
14	12,4 ± 1,5	-0,0024 ± 0,0006
18	15,5 ± 0,7	-0,0078 ± 0,0005
22	15,8 ± 0,7	-0,0145 ± 0,0009
26	17,6 ± 0,7	-0,0292 ± 0,0017
30	17,4 ± 0,7	-0,043 ± 0,003
34	17,3 ± 0,7	-0,062 ± 0,004
38	17,9 ± 0,7	-0,092 ± 0,005
	20 ± 2	Valor referencia

Tabla 5: Corrección de los resultados de la tabla 5 para los valores correctos del diámetro de los cilindros huecos. Los resultados del ajuste no varían al no haber introducido dependencia en la geometría.

Como vemos, ya no hay una tendencia clara hacia el valor esperado, a partir del cuarto se rompe esta subida. El hecho de que los primeros cilindros el valor experimental de la conductividad se desvíe más del esperado se debe a los “ceros anticipados” en las medidas realizadas al ser la fuerza muy pequeña y el error relativo en Δm grande. Los resultados de la conductividad para los cilindros de mayor peso ya son compatibles con el valor de referencia y los calculados para los cilindros macizos.

La comparación que se realizaba entre $\chi_{\sigma,exp}$ y $\chi_{\sigma,ref}$ para cilindros de 31 y 30 mm respectivamente, ahora es realmente entre dos de 30mm sería:

$$\chi_{\sigma,exp}' = -0,043 \pm 0,003 \text{ y } \chi_{\sigma,ref} = -0,0460 \pm 0,0004$$

El nuevo valor experimental se acerca un poco más al valor de referencia, como cabría esperar, y pone de manifiesto la compatibilidad entre ambos valores experimentales.

Para la corrección de la Figura 5c, los resultados del ajuste y cambian y el valor de la conductividad calculado se acerca más al valor de referencia, como cabría esperar:

$$\text{Ecuación de ajuste: } \chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot a^3 \text{ (huecos)}$$

$$\text{Cilindros huecos: } r = 0,999 \quad A_1 = 0,0026 \pm 0,0010 \quad A_2 = (-1,65 \pm 0,03) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$$

De donde se deduce:

$$\sigma_{\text{huecos}}' = (18,4 \pm 0,9) \times 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1} \quad \sigma_{\text{ref}} = (20 \pm 2) \times 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

Si utilizamos la expresión más exacta, cambian sensiblemente los resultados del ajuste:

$$\text{Ecuación de ajuste: } \chi_{\sigma} = A_1 + A_2 \cdot a^3 + A_3 \cdot a^2 \text{ (huecos)}$$

$$A_1 = 0,0026 \pm 0,0010$$

$$A_2 = (-1,8 \pm 0,3) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$$

$$A_3 = (0,8 \pm 1,3) \times 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$$

$$\sigma_{\text{huecos}}'' = (19,4 \pm 1,9) \times 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

Este valor es compatible con el de referencia. Como se ve, la corrección introducida (2d/3a) es despreciable, pues A_2 nos sale compatible con cero. Los errores experimentales son superiores a la corrección a este orden.

El hecho de habernos percatado a partir del análisis de las desviaciones de los resultados de este error en los valores inscritos refuerza los comentarios realizados a lo largo de toda la práctica, que señalaban nuestra imposibilidad de detectar algunas fuentes de error, al estar dependiendo de muchas medidas indirectas, algunas de ellas ajenas, que no teníamos instrumentos ni manera de verificar. Éste es el “modelo” de error sistemático que hemos “descubierto” en nuestros resultados, y que son bastante difíciles de encontrar si son pequeños (lo hemos encontrado por casualidad e indicación del profesor Domingo Martínez). Por ello, la validez de nuestros resultados queda supeditada a la fiabilidad con que nos vengan dados los valores tabulados, ecuaciones de calibración y valores nominales.

Para más dudas sobre valores o ecuaciones, escribir a ferhue)a(alumni.uv.es

Si quieres descargarte el artículo:

J. Pellicer-Porres, R. Lacomba-Perales, J. Ruiz-Fuertes, D. Martínez-García,
“Force characterization of eddy currents”, American Journal of Physics 74, 267-
271 (2006).

Tienes que entrar en la red VPN de la UV (en ordenadores de la UV o desde tu casa configurando la conexión, más info de cómo hacerlo aquí:

<http://www.uv.es/siuv/cat/zxarxa/vpn.htm>

Una vez conectado a la VPN, se puede descargar en uno de los dos enlaces:

http://scitation.aip.org/journals/doc/AJPIAS-ft/vol_74/iss_4/267_1.html

<http://scitation.aip.org/getpdf/servlet/GetPDFServlet?filetype=pdf&id=AJPIAS00007400004000267000001&idtype=cvips&ident=freesearch> (versión pdf)

También puedes buscarlo a mano desde:

<http://scitation.aip.org>

Para descargarte valores de la susceptibilidad de metales del Handbook, entra en la siguiente web, también desde la VPN:

<http://www.hbcpNetbase.com/>

PROPERTIES OF COMMERCIAL METALS AND ALLOYS

This table gives typical values of mechanical, thermal, and electrical properties of several common commercial metals and alloys. Values refer to ambient temperature (0 to 25 °C). All values should be regarded as typical, since these properties are dependent on the particular type of alloy, heat treatment, and other factors. Values for individual specimens can vary widely.

References

1. *ASM Metals Reference Book, Second Edition*, American Society for Metals, Metals Park, OH, 1983.
2. Lynch, C. T., *CRC Practical Handbook of Materials Science*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1989.
3. Shackelford, J. F., and Alexander, W., *CRC Materials Science and Engineering Handbook*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1991.

Common name	Thermal conductivity W/cm K	Density g/cm ³	Coeff. of linear expansion 10 ⁻⁶ /°C	Electrical resistivity μΩ cm	Modulus of elasticity GPa	Tensile strength MPa	Approx. melting point °C
Ingot iron	0.7	7.86	11.7	9.7	205	–	1540
Plain carbon steel AISI-SAE 1020	0.52	7.86	11.7	18	205	450	1515
Stainless steel type 304	0.15	7.9	17.3	72	195	550	1425
Cast gray iron	0.47	7.2	10.5	67	90	180	1175
Malleable iron		7.3	12	30	170	345	1230
Hastelloy C	0.12	8.94	11.3	125	200	780	1350
Inconel	0.15	8.25	11.5	103	200	800	1370
Aluminum alloy 3003, rolled	1.9	2.73	23.2	3.7	70	110	650
Aluminum alloy 2014, annealed	1.9	2.8	23.0	3.4	70	185	650
Aluminum alloy 360	1.5	2.64	21.0	7.5	70	325	565
Copper, electrolytic (ETP)	3.9	8.94	16.5	1.7	120	300	1080
Yellow brass (high brass)	1.2	8.47	20.3	6.4	100	300-800	930
Aluminum bronze	0.7	7.8	16.4	12	120	400-600	1050
Beryllium copper 25	0.8	8.23	17.8	7	130	500-1400	925
Cupronickel 30%	0.3	8.94	16.2		150	400-600	1200
Red brass, 85%	1.6	8.75	18.7	11	90	300-700	1000
Chemical lead	0.35	11.34	29.3	21	13	17	327
Antimonial lead (hard lead)	0.3	10.9	26.5	23	20	47	290
Solder 50-50	0.5	8.89	23.4	15	–	42	215
Magnesium alloy AZ31B	1.0	1.77	26	9	45	260	620
Monel	0.3	8.84	14.0	58	180	545	1330
Nickel (commercial)	0.9	8.89	13.3	10	200	460	1440
Cupronickel 55-45 (constantan)	0.2	8.9	18.8	49	160	–	1260
Titanium (commercial)	1.8	4.5	8.5	43	110	330-500	1670
Zinc (commercial)	1.1	7.14	32.5	6	–	130	419
Zirconium (commercial)	0.2	6.5	5.85	41	95	450	1855

MAGNETIC SUSCEPTIBILITY OF THE ELEMENTS AND INORGANIC COMPOUNDS

When a material is placed in a magnetic field H , a magnetization (magnetic moment per unit volume) M is induced in the material which is related to H by $M = \kappa H$, where κ is called the volume susceptibility. Since H and M have the same dimensions, κ is dimensionless. A more useful parameter is the molar susceptibility χ_m , defined by

$$\chi_m = \kappa V_m = \kappa M / \rho$$

where V_m is the molar volume of the substance, M the molar mass, and ρ the mass density. When the cgs system is used, the customary units for χ_m are $\text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$; the corresponding SI units are $\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$.

Substances that have no unpaired electron orbital or spin angular momentum generally have negative values of χ_m and are called diamagnetic. Their molar susceptibility varies only slightly with temperature. Substances with unpaired electrons, which are termed paramagnetic, have positive χ_m and show a much stronger temperature dependence, varying roughly as $1/T$. The net susceptibility of a paramagnetic substance is the sum of the paramagnetic and diamagnetic contributions, but the former almost always dominates.

This table gives values of χ_m for the elements and selected inorganic compounds. All values refer to nominal room temperature (285 to 300 K) unless otherwise indicated. When the physical state (s = solid, l = liquid, g = gas, aq = aqueous solution) is not given, the

most common crystalline form is understood. An entry of Ferro indicates a ferromagnetic substance.

Substances are arranged in alphabetical order by the most common name, except that compounds such as hydrides, oxides, and acids are grouped with the parent element (the same ordering used in the table "Physical Constants of Inorganic Compounds").

In keeping with customary practice, the molar susceptibility is given here in units appropriate to the cgs system. These values should be multiplied by 4π to obtain values for use in SI equations (where the magnetic field strength H has units of A m^{-1}).

References

1. *Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, New Series, II/16, Diamagnetic Susceptibility*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1986.
2. *Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, New Series, III/19, Subvolumes a to i2, Magnetic Properties of Metals*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1986-1992.
3. *Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, New Series, II/2, II/8, II/10, II/11, and II/12a, Coordination and Organometallic Transition Metal Compounds*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1966-1984.
4. *Tables de Constantes et Données Numérique, Volume 7, Relaxation Paramagnétique*, Masson, Paris, 1957.

Name	Formula	$\chi_m / 10^{-6} \text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$
Aluminum	Al	+16.5
Aluminum trifluoride	AlF ₃	-13.9
Aluminum oxide	Al ₂ O ₃	-37
Aluminum sulfate	Al ₂ (SO ₄) ₃	-93
Ammonia (g)	NH ₃	-16.3
Ammonia (aq)	NH ₃	-18.3
Ammonium acetate	NH ₄ C ₂ H ₃ O ₂	-41.1
Ammonium bromide	NH ₄ Br	-47
Ammonium carbonate	(NH ₄) ₂ CO ₃	-42.5
Ammonium chlorate	NH ₄ ClO ₃	-42.1
Ammonium chloride	NH ₄ Cl	-36.7
Ammonium fluoride	NH ₄ F	-23
Ammonium iodate	NH ₄ IO ₃	-62.3
Ammonium iodide	NH ₄ I	-66
Ammonium nitrate	NH ₄ NO ₃	-33
Ammonium sulfate	(NH ₄) ₂ SO ₄	-67
Ammonium thiocyanate	NH ₄ SCN	-48.1
Antimony	Sb	-99
Stibine (g)	SbH ₃	-34.6
Antimony(III) bromide	SbBr ₃	-111.4
Antimony(III) chloride	SbCl ₃	-86.7
Antimony(III) fluoride	SbF ₃	-46
Antimony(III) iodide	SbI ₃	-147.2
Antimony(III) oxide	Sb ₂ O ₃	-69.4
Antimony(III) sulfide	Sb ₂ S ₃	-86
Antimony(V) chloride	SbCl ₅	-120.5
Argon (g)	Ar	-19.32
Arsenic (gray)	As	-5.6
Arsenic (yellow)	As	-23.2
Arsine (g)	AsH ₃	-35.2

Name	Formula	$\chi_m / 10^{-6} \text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$
Arsenic(III) bromide	AsBr ₃	-106
Arsenic(III) chloride	AsCl ₃	-72.5
Arsenic(III) iodide	AsI ₃	-142.2
Arsenic(III) oxide	As ₂ O ₃	-30.34
Arsenic(III) sulfide	As ₂ S ₃	-70
Barium	Ba	+20.6
Barium bromide	BaBr ₂	-92
Barium bromide dihydrate	BaBr ₂ ·2H ₂ O	-119.3
Barium carbonate	BaCO ₃	-58.9
Barium chloride	BaCl ₂	-72.6
Barium chloride dihydrate	BaCl ₂ ·2H ₂ O	-100
Barium fluoride	BaF ₂	-51
Barium hydroxide	Ba(OH) ₂	-53.2
Barium iodate	Ba(IO ₃) ₂	-122.5
Barium iodide	BaI ₂	-124.4
Barium iodide dihydrate	BaI ₂ ·2H ₂ O	-163
Barium nitrate	Ba(NO ₃) ₂	-66.5
Barium oxide	BaO	-29.1
Barium peroxide	BaO ₂	-40.6
Barium sulfate	BaSO ₄	-65.8
Beryllium	Be	-9.0
Beryllium chloride	BeCl ₂	-26.5
Beryllium hydroxide	Be(OH) ₂	-23.1
Beryllium oxide	BeO	-11.9
Beryllium sulfate	BeSO ₄	-37
Bismuth	Bi	-280.1
Bismuth tribromide	BiBr ₃	-147
Bismuth trichloride	BiCl ₃	-26.5
Bismuth fluoride	BiF ₃	-61.2
Bismuth hydroxide	Bi(OH) ₃	-65.8

Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$	Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
Bismuth triiodide	BiI_3	-200.5	Cesium iodide	CsI	-82.6
Bismuth nitrate pentahydrate	$\text{Bi}(\text{NO}_3)_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$	-159	Cesium superoxide	CsO_2	+1534
Bismuth oxide	Bi_2O_3	-83	Cesium sulfate	Cs_2SO_4	-116
Bismuth phosphate	BiPO_4	-77	Chlorine (l)	Cl_2	-40.4
Bismuth sulfate	$\text{Bi}_2(\text{SO}_4)_3$	-199	Chlorine trifluoride (g)	ClF_3	-26.5
Bismuth sulfide	Bi_2S_3	-123	Chromium	Cr	+167
Boron	B	-6.7	Chromium(II) chloride	CrCl_2	+7230
Diborane (g)	B_2H_6	-21.0	Chromium(III) chloride	CrCl_3	+6350
Boric acid (orthoboric acid)	H_3BO_3	-34.1	Chromium(III) fluoride	CrF_3	+4370
Boron trichloride	BCl_3	-59.9	Chromium(III) oxide	Cr_2O_3	+1960
Boron oxide	B_2O_3	-38.7	Chromium(III) sulfate	$\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3$	+11800
Bromine (l)	Br_2	-56.4	Chromium(VI) oxide	CrO_3	+40
Bromine (g)	Br_2	-73.5	Cobalt	Co	Ferro.
Bromine trifluoride	BrF_3	-33.9	Cobalt(II) bromide	CoBr_2	+13000
Bromine pentafluoride	BrF_5	-45.1	Cobalt(II) chloride	CoCl_2	+12660
Cadmium	Cd	-19.7	Cobalt(II) chloride hexahydrate	$\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$	+9710
Cadmium bromide	CdBr_2	-87.3	Cobalt(II) cyanide	$\text{Co}(\text{CN})_2$	+3825
Cadmium bromide tetrahydrate	$\text{CdBr}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$	-131.5	Cobalt(II) fluoride	CoF_2	+9490
Cadmium carbonate	CdCO_3	-46.7	Cobalt(II) iodide	CoI_2	+10760
Cadmium chloride	CdCl_2	-68.7	Cobalt(II) sulfate	CoSO_4	+10000
Cadmium chromate	CdCrO_4	-16.8	Cobalt(II) sulfide	CoS	+225
Cadmium cyanide	$\text{Cd}(\text{CN})_2$	-54	Cobalt(II,III) oxide	Co_3O_4	+7380
Cadmium fluoride	CdF_2	-40.6	Cobalt(III) fluoride	CoF_3	+1900
Cadmium hydroxide	$\text{Cd}(\text{OH})_2$	-41	Cobalt(III) oxide	Co_2O_3	+4560
Cadmium iodate	$\text{Cd}(\text{IO}_3)_2$	-108.4	Copper	Cu	-5.46
Cadmium iodide	CdI_2	-117.2	Copper(I) bromide	CuBr	-49
Cadmium nitrate	$\text{Cd}(\text{NO}_3)_2$	-55.1	Copper(I) chloride	CuCl	-40
Cadmium nitrate tetrahydrate	$\text{Cd}(\text{NO}_3)_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$	-140	Copper(I) cyanide	CuCN	-24
Cadmium oxide	CdO	-30	Copper(I) iodide	CuI	-63
Cadmium sulfate	CdSO_4	-59.2	Copper(I) oxide	Cu_2O	-20
Cadmium sulfide	CdS	-50	Copper(II) bromide	CuBr_2	+685
Calcium	Ca	+40	Copper(II) chloride	CuCl_2	+1080
Calcium bromide	CaBr_2	-73.8	Copper(II) chloride dihydrate	$\text{CuCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	+1420
Calcium carbonate	CaCO_3	-38.2	Copper(II) fluoride	CuF_2	+1050
Calcium chloride	CaCl_2	-54.7	Copper(II) fluoride dihydrate	$\text{CuF}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	+1600
Calcium fluoride	CaF_2	-28	Copper(II) hydroxide	$\text{Cu}(\text{OH})_2$	+1170
Calcium hydroxide	$\text{Ca}(\text{OH})_2$	-22	Copper(II) nitrate trihydrate	$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$	+1570
Calcium iodate	$\text{Ca}(\text{IO}_3)_2$	-101.4	Copper(II) nitrate hexahydrate	$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$	+1625
Calcium iodide	CaI_2	-109	Copper(II) oxide	CuO	+238
Calcium oxide	CaO	-15.0	Copper(II) sulfate	CuSO_4	+1330
Calcium sulfate	CaSO_4	-49.7	Copper(II) sulfate pentahydrate	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$	+1460
Calcium sulfate dihydrate	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	-74	Copper(II) sulfide	CuS	-2.0
Carbon (diamond)	C	-5.9	Dysprosium (α)	Dy	+98000
Carbon (graphite)	C	-6.0	Dysprosium(III) oxide	Dy_2O_3	+89600
Carbon monoxide (g)	CO	-11.8	Dysprosium(III) sulfide	Dy_2S_3	+95200
Carbon dioxide (g)	CO_2	-21.0	Erbium	Er	+48000
Cerium (β)	Ce	+2500	Erbium oxide	Er_2O_3	+73920
Cerium(II) sulfide	CeS	+2110	Erbium sulfate octahydrate	$\text{Er}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$	+74600
Cerium(III) chloride	CeCl_3	+2490	Erbium sulfide	Er_2S_3	+77200
Cerium(III) fluoride	CeF_3	+2190	Europium	Eu	+30900
Cerium(III) sulfide	Ce_2S_3	+5080	Europium(II) bromide	EuBr_2	+26800
Cerium(IV) oxide	CeO_2	+26	Europium(II) chloride	EuCl_2	+26500
Cerium(IV) sulfate tetrahydrate	$\text{Ce}(\text{SO}_4)_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$	-97	Europium(II) fluoride	EuF_2	+23750
Cesium	Cs	+29	Europium(II) iodide	EuI_2	+26000
Cesium bromate	CsBrO_3	-75.1	Europium(II) sulfide	EuS	+23800
Cesium bromide	CsBr	-67.2	Europium(III) oxide	Eu_2O_3	+10100
Cesium carbonate	Cs_2CO_3	-103.6	Europium(III) sulfate	$\text{Eu}_2(\text{SO}_4)_3$	+10400
Cesium chlorate	CsClO_3	-65	Fluorine	F_2	-9.63
Cesium chloride	CsCl	-56.7	Gadolinium (350 K)	Gd	+185000
Cesium fluoride	CsF	-44.5	Gadolinium(III) chloride	GdCl_3	+27930

Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$	Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
Gadolinium(III) oxide	Gd ₂ O ₃	+53200	Iron(II) chloride tetrahydrate	FeCl ₂ ·4H ₂ O	+12900
Gadolinium(III) sulfate octahydrate	Gd ₂ (SO ₄) ₃ ·8H ₂ O	+53280	Iron(II) fluoride	FeF ₂	+9500
Gadolinium(III) sulfide	Gd ₂ S ₃	+55500	Iron(II) iodide	FeI ₂	+13600
Gallium	Ga	-21.6	Iron(II) oxide	FeO	+7200
Gallium suboxide	Ga ₂ O	-34	Iron(II) sulfate	FeSO ₄	+12400
Gallium(II) sulfide	GaS	-23	Iron(II) sulfate monohydrate	FeSO ₄ ·H ₂ O	+10500
Gallium(III) chloride	GaCl ₃	-63	Iron(II) sulfate heptahydrate	FeSO ₄ ·7H ₂ O	+11200
Gallium(III) sulfide	Ga ₂ S ₃	-80	Iron(II) sulfide	FeS	+1074
Germanium	Ge	-11.6	Iron(III) chloride	FeCl ₃	+13450
Germane (g)	GeH ₄	-29.7	Iron(III) chloride hexahydrate	FeCl ₃ ·6H ₂ O	+15250
Germanium(II) oxide	GeO	-28.8	Iron(III) fluoride	FeF ₃	+13760
Germanium(II) sulfide	GeS	-40.9	Iron(III) fluoride trihydrate	FeF ₃ ·3H ₂ O	+7870
Germanium(IV) chloride	GeCl ₄	-72	Iron(III) nitrate nonahydrate	Fe(NO ₃) ₃ ·9H ₂ O	+15200
Germanium(IV) fluoride	GeF ₄	-50	Krypton (g)	Kr	-29.0
Germanium(IV) iodide	GeI ₄	-171	Lanthanum (α)	La	+95.9
Germanium(IV) oxide	GeO ₂	-34.3	Lanthanum oxide	La ₂ O ₃	-78
Germanium(IV) sulfide	GeS ₂	-53.9	Lanthanum sulfate nonahydrate	La ₂ (SO ₄) ₃ ·9H ₂ O	-262
Gold	Au	-28	Lanthanum sulfide	La ₂ S ₃	-37
Gold(I) bromide	AuBr	-61	Lead	Pb	-23
Gold(I) chloride	AuCl	-67	Lead(II) acetate	Pb(C ₂ H ₃ O ₂) ₂	-89.1
Gold(I) iodide	AuI	-91	Lead(II) bromide	PbBr ₂	-90.6
Gold(III) chloride	AuCl ₃	-112	Lead(II) carbonate	PbCO ₃	-61.2
Hafnium	Hf	+71	Lead(II) chloride	PbCl ₂	-73.8
Hafnium oxide	HfO ₂	-23	Lead(II) chromate	PbCrO ₄	-18
Helium (g)	He	-2.02	Lead(II) fluoride	PbF ₂	-58.1
Holmium	Ho	+72900	Lead(II) iodate	Pb(IO ₃) ₂	-131
Holmium oxide	Ho ₂ O ₃	+88100	Lead(II) iodide	PbI ₂	-126.5
Hydrazine (l)	N ₂ H ₄	-201	Lead(II) nitrate	Pb(NO ₃) ₂	-74
Hydrogen (l, 20.3 K)	H ₂	-5.44	Lead(II) oxide	PbO	-42
Hydrogen (g)	H ₂	-3.99	Lead(II) phosphate	Pb ₃ (PO ₄) ₂	-182
Hydrogen chloride (l)	HCl	-22.6	Lead(II) sulfate	PbSO ₄	-69.7
Hydrogen chloride (aq)	HCl	-22	Lead(II) sulfide	PbS	-83.6
Hydrogen fluoride (l)	HF	-8.6	Lithium	Li	+14.2
Hydrogen fluoride (aq)	HF	-9.3	Lithium bromide	LiBr	-34.3
Hydrogen iodide (s, 195 K)	HI	-47.3	Lithium carbonate	Li ₂ CO ₃	-27
Hydrogen iodide (l, 233 K)	HI	-48.3	Lithium chloride	LiCl	-24.3
Hydrogen iodide (aq)	HI	-50.2	Lithium fluoride	LiF	-10.1
Hydrogen peroxide (l)	H ₂ O ₂	-17.3	Lithium hydride	LiH	-4.6
Hydrogen sulfide (g)	H ₂ S	-25.5	Lithium hydroxide (aq)	LiOH	-12.3
Indium	In	-10.2	Lithium iodide	LiI	-50
Indium(I) chloride	InCl	-30	Lithium sulfate	Li ₂ SO ₄	-41.6
Indium(II) chloride	InCl ₂	-56	Lutetium	Lu	+182.9
Indium(II) sulfide	InS	-28	Magnesium	Mg	+13.1
Indium(III) bromide	InBr ₃	-107	Magnesium bromide	MgBr ₂	-72
Indium(III) chloride	InCl ₃	-86	Magnesium carbonate	MgCO ₃	-32.4
Indium(III) oxide	In ₂ O ₃	-56	Magnesium chloride	MgCl ₂	-47.4
Indium(III) sulfide	In ₂ S ₃	-98	Magnesium fluoride	MgF ₂	-22.7
Iodine	I ₂	-90	Magnesium hydroxide	Mg(OH) ₂	-22.1
Iodic acid	HIO ₃	-48	Magnesium iodide	MgI ₂	-111
Iodine pentoxide	I ₂ O ₅	-79.4	Magnesium oxide	MgO	-10.2
Iodine chloride	ICl	-54.6	Magnesium sulfate	MgSO ₄	-42
Iodine trichloride	ICl ₃	-90.2	Magnesium sulfate monohydrate	MgSO ₄ ·H ₂ O	-61
Iodine pentafluoride	IF ₅	-58.1	Magnesium sulfate heptahydrate	MgSO ₄ ·7H ₂ O	-135.7
Iridium	Ir	+25	Manganese	Mn	+511
Iridium(III) chloride	IrCl ₃	-14.4	Manganese(II) bromide	MnBr ₂	+13900
Iridium(IV) oxide	IrO ₂	+224	Manganese(II) carbonate	MnCO ₃	+11400
Iron	Fe	Ferro	Manganese(II) chloride	MnCl ₂	+14350
Iron(II) bromide	FeBr ₂	+13600	Manganese(II) chloride tetrahydrate	MnCl ₂ ·4H ₂ O	+14600
Iron(II) carbonate	FeCO ₃	+11300	Manganese(II) fluoride	MnF ₂	+10700
Iron(II) chloride	FeCl ₂	+14750	Manganese(II) hydroxide	Mn(OH) ₂	+13500

Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$	Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
Manganese(II) iodide	MnI ₂	+14400	Niobium(V) oxide	Nb ₂ O ₅	-10
Manganese(II) oxide	MnO	+4850	Nitrogen (g)	N ₂	-12.0
Manganese(II) sulfate	MnSO ₄	+13660	Nitric acid (l)	HNO ₃	-19.9
Manganese(II) sulfate monohydrate	MnSO ₄ ·H ₂ O	+14200	Nitrous oxide (g)	N ₂ O	-18.9
Manganese(II) sulfate tetrahydrate	MnSO ₄ ·4H ₂ O	+14600	Nitric oxide (s, 90 K)	NO	+19.8
Manganese(II) sulfide (α form)	MnS	+5630	Nitric oxide (l, 118 K)	NO	+114.2
Manganese(II) sulfide (β form)	MnS	+3850	Nitric oxide (g)	NO	+1461
Manganese(II,III) oxide	Mn ₃ O ₄	+12400	Nitrogen dioxide (g, 408 K)	NO ₂	+150
Manganese(III) fluoride	MnF ₃	+10500	Nitrogen trioxide (g)	N ₂ O ₃	-16
Manganese(III) oxide	Mn ₂ O ₃	+14100	Nitrogen tetroxide (g)	N ₂ O ₄	-23.0
Manganese(IV) oxide	MnO ₂	+2280	Osmium	Os	+11
Mercury (s, 234 K)	Hg	-24.1	Oxygen (s, 54 K)	O ₂	+10200
Mercury (l)	Hg	-33.5	Oxygen (l, 90 K)	O ₂	+7699
Mercury(I) bromide	Hg ₂ Br ₂	-105	Oxygen (g)	O ₂	+3415
Mercury(I) chloride	Hg ₂ Cl ₂	-120	Ozone (l)	O ₃	+6.7
Mercury(I) fluoride	Hg ₂ F ₂	-106	Palladium	Pd	+540
Mercury(I) iodide	Hg ₂ I ₂	-166	Palladium(II) chloride	PdCl ₂	-38
Mercury(I) nitrate	Hg ₂ (NO ₃) ₂	-121	Phosphorus (white)	P	-26.66
Mercury(I) oxide	Hg ₂ O	-76.3	Phosphorus (red)	P	-20.77
Mercury(I) sulfate	Hg ₂ SO ₄	-123	Phosphine (g)	PH ₃	-26.2
Mercury(II) bromide	HgBr ₂	-94.2	Phosphoric acid (aq)	H ₃ PO ₄	-43.8
Mercury(II) chloride	HgCl ₂	-82	Phosphorous acid (aq)	H ₃ PO ₃	-42.5
Mercury(II) cyanide	Hg(CN) ₂	-67	Phosphorus(III) chloride (l)	PCl ₃	-63.4
Mercury(II) fluoride	HgF ₂	-57.3	Platinum	Pt	+193
Mercury(II) iodide	HgI ₂	-165	Platinum(II) chloride	PtCl ₂	-54
Mercury(II) nitrate	Hg(NO ₃) ₂	-74	Platinum(III) chloride	PtCl ₃	-66.7
Mercury(II) oxide	HgO	-46	Platinum(IV) chloride	PtCl ₄	-93
Mercury(II) sulfate	HgSO ₄	-78.1	Platinum(IV) fluoride	PtF ₄	+445
Mercury(II) sulfide	HgS	-55.4	Plutonium	Pu	+525
Mercury(II) thiocyanate	Hg(SCN) ₂	-96.5	Plutonium(IV) fluoride	PuF ₄	+1760
Molybdenum	Mo	+72	Plutonium(IV) oxide	PuO ₂	+730
Molybdenum(III) bromide	MoBr ₃	+525	Plutonium(VI) fluoride	PuF ₆	+173
Molybdenum(III) chloride	MoCl ₃	+43	Potassium	K	+20.8
Molybdenum(III) oxide	Mo ₂ O ₃	-42.0	Potassium bromate	KBrO ₃	-52.6
Molybdenum(IV) bromide	MoBr ₄	+520	Potassium bromide	KBr	-49.1
Molybdenum(IV) chloride	MoCl ₄	+1750	Potassium carbonate	K ₂ CO ₃	-59
Molybdenum(IV) oxide	MoO ₂	+41	Potassium chlorate	KClO ₃	-42.8
Molybdenum(V) chloride	MoCl ₅	+990	Potassium chloride	KCl	-38.8
Molybdenum(VI) fluoride	MoF ₆	-26.0	Potassium chromate	K ₂ CrO ₄	-3.9
Molybdenum(VI) oxide	MoO ₃	+3	Potassium cyanide	KCN	-37
Neodymium (α)	Nd	+5930	Potassium ferricyanide	K ₃ Fe(CN) ₆	+2290
Neodymium fluoride	NdF ₃	+4980	Potassium ferrocyanide trihydrate	K ₄ Fe(CN) ₆ ·3H ₂ O	-172.3
Neodymium oxide	Nd ₂ O ₃	+10200	Potassium fluoride	KF	-23.6
Neodymium sulfate	Nd ₂ (SO ₄) ₃	+9990	Potassium hydrogen sulfate	KHSO ₄	-49.8
Neodymium sulfide	Nd ₂ S ₃	+5550	Potassium hydroxide (aq)	KOH	-22
Neon (g)	Ne	-6.96	Potassium iodate	KIO ₃	-63.1
Neptunium	Np	+575	Potassium iodide	KI	-63.8
Nickel	Ni	Ferro.	Potassium nitrate	KNO ₃	-33.7
Nickel(II) bromide	NiBr ₂	+5600	Potassium nitrite	KNO ₂	-23.3
Nickel(II) chloride	NiCl ₂	+6145	Potassium permanganate	KMnO ₄	+20
Nickel(II) chloride hexahydrate	NiCl ₂ ·6H ₂ O	+4240	Potassium sulfate	K ₂ SO ₄	-67
Nickel(II) fluoride	NiF ₂	+2410	Potassium sulfide	K ₂ S	-60
Nickel(II) hydroxide	Ni(OH) ₂	+4500	Potassium superoxide	KO ₂	+3230
Nickel(II) iodide	NiI ₂	+3875	Potassium thiocyanate	KSCN	-48
Nickel(II) nitrate hexahydrate	Ni(NO ₃) ₂ ·6H ₂ O	+4300	Praseodymium (α)	Pr	+5530
Nickel(II) oxide	NiO	+660	Praseodymium chloride	PrCl ₃	+44.5
Nickel(II) sulfate	NiSO ₄	+4005	Praseodymium oxide	Pr ₂ O ₃	+8994
Nickel(II) sulfide	NiS	+190	Praseodymium sulfide	Pr ₂ S ₃	+10770
Nickel(III) sulfide	Ni ₃ S ₂	+1030	Protactinium	Pa	+277
Niobium	Nb	+208	Rhenium	Re	+67

Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$	Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
Rhenium(IV) oxide	ReO ₂	+44	Sodium carbonate	Na ₂ CO ₃	-41
Rhenium(IV) sulfide	ReS ₂	+38	Sodium chlorate	NaClO ₃	-34.7
Rhenium(V) chloride	ReCl ₅	+1225	Sodium chloride	NaCl	-30.2
Rhenium(VI) oxide	ReO ₃	+16	Sodium dichromate	Na ₂ Cr ₂ O ₇	+55
Rhenium(VII) oxide	Re ₂ O ₇	-16	Sodium fluoride	NaF	-15.6
Rhodium	Rh	+102	Sodium hydrogen phosphate	Na ₂ HPO ₄	-56.6
Rhodium(III) chloride	RhCl ₃	-7.5	Sodium hydroxide (aq)	NaOH	-15.8
Rhodium(III) oxide	Rh ₂ O ₃	+104	Sodium iodate	NaIO ₃	-53
Rubidium	Rb	+17	Sodium iodide	NaI	-57
Rubidium bromide	RbBr	-56.4	Sodium nitrate	NaNO ₃	-25.6
Rubidium carbonate	Rb ₂ CO ₃	-75.4	Sodium nitrite	NaNO ₂	-14.5
Rubidium chloride	RbCl	-46	Sodium oxide	Na ₂ O	-19.8
Rubidium fluoride	RbF	-31.9	Sodium peroxide	Na ₂ O ₂	-28.10
Rubidium iodide	RbI	-72.2	Sodium sulfate	Na ₂ SO ₄	-52
Rubidium nitrate	RbNO ₃	-41	Sodium sulfate decahydrate	Na ₂ SO ₄ ·10H ₂ O	-184
Rubidium sulfate	Rb ₂ SO ₄	-88.4	Sodium sulfide	Na ₂ S	-39
Rubidium superoxide	RbO ₂	+1527	Sodium tetraborate	Na ₂ B ₄ O ₇	-85
Ruthenium	Ru	+39	Strontium	Sr	+92
Ruthenium(III) chloride	RuCl ₃	+1998	Strontium bromide	SrBr ₂	-86.6
Ruthenium(IV) oxide	RuO ₂	+162	Strontium bromide hexahydrate	SrBr ₂ ·6H ₂ O	-160
Samarium (α)	Sm	+1278	Strontium carbonate	SrCO ₃	-47
Samarium(II) bromide	SmBr ₂	+5337	Strontium chlorate	Sr(ClO ₃) ₂	-73
Samarium(III) bromide	SmBr ₃	+972	Strontium chloride	SrCl ₂	-61.5
Samarium(III) oxide	Sm ₂ O ₃	+1988	Strontium chloride hexahydrate	SrCl ₂ ·6H ₂ O	-145
Samarium(III) sulfate octahydrate	Sm ₂ (SO ₄) ₃ ·8H ₂ O	+1710	Strontium chromate	SrCrO ₄	-5.1
Samarium(III) sulfide	Sm ₂ S ₃	+3300	Strontium fluoride	SrF ₂	-37.2
Scandium (α)	Sc	+295.2	Strontium hydroxide	Sr(OH) ₂	-40
Selenium	Se	-25	Strontium iodate	Sr(IO ₃) ₂	-108
Selenium dioxide	SeO ₂	-27.2	Strontium iodide	SrI ₂	-112
Selenium bromide	Se ₂ Br ₂	-113	Strontium nitrate	Sr(NO ₃) ₂	-57.2
Selenium chloride (l)	Se ₂ Cl ₂	-94.8	Strontium oxide	SrO	-35
Selenium hexafluoride (g)	SeF ₆	-51	Strontium peroxide	SrO ₂	-32.3
Silicon	Si	-3.12	Strontium sulfate	SrSO ₄	-57.9
Silane (g)	SiH ₄	-20.4	Sulfur (rhombic)	S	-15.5
Disilane (g)	Si ₂ H ₆	-37.3	Sulfur (monoclinic)	S	-14.9
Tetramethylsilane (l)	(CH ₃) ₄ Si	-74.80	Sulfuric acid (l)	H ₂ SO ₄	-39
Tetraethylsilane (l)	(C ₂ H ₅) ₄ Si	-120.2	Sulfur dioxide (g)	SO ₂	-18.2
Tetrabromosilane (l)	SiBr ₄	-126	Sulfur trioxide (l)	SO ₃	-28.54
Tetrachlorosilane (l)	SiCl ₄	-87.5	Sulfur chloride (l)	SSCl ₂	-62.2
Silicon carbide	SiC	-12.8	Sulfur dichloride (l)	SCl ₂	-49.4
Silicon dioxide	SiO ₂	-29.6	Sulfur hexafluoride (g)	SF ₆	-44
Silver	Ag	-19.5	Thionyl chloride (l)	SOCl ₂	-44.3
Silver(I) bromide	AgBr	-61	Tantalum	Ta	+154
Silver(I) carbonate	Ag ₂ CO ₃	-80.90	Tantalum(V) chloride	TaCl ₅	+140
Silver(I) chloride	AgCl	-49	Tantalum(V) oxide	Ta ₂ O ₅	-32
Silver(I) chromate	Ag ₂ CrO ₄	-40	Techneium	Tc	+115
Silver(I) cyanide	AgCN	-43.2	Tellurium	Te	-38
Silver(I) fluoride	AgF	-36.5	Tellurium dibromide	TeBr ₂	-106
Silver(I) iodide	AgI	-80	Tellurium dichloride	TeCl ₂	-94
Silver(I) nitrate	AgNO ₃	-45.7	Tellurium hexafluoride (g)	TeF ₆	-66
Silver(I) nitrite	AgNO ₂	-42	Terbium (α)	Tb	+170000
Silver(I) oxide	Ag ₂ O	-134	Terbium oxide	Tb ₂ O ₃	+78340
Silver(I) phosphate	Ag ₃ PO ₄	-120	Thallium	Tl	-50
Silver(I) sulfate	Ag ₂ SO ₄	-92.90	Thallium(I) bromate	TlBrO ₃	-75.9
Silver(I) thiocyanate	AgSCN	-61.8	Thallium(I) bromide	TlBr	-63.9
Silver(II) oxide	AgO	-19.6	Thallium(I) carbonate	Tl ₂ CO ₃	-101.6
Sodium	Na	+16	Thallium(I) chlorate	TlClO ₃	-65.5
Sodium acetate	NaC ₂ H ₃ O ₂	-37.6	Thallium(I) chloride	TlCl	-57.8
Sodium bromate	NaBrO ₃	-44.2	Thallium(I) chromate	Tl ₂ CrO ₄	-39.3
Sodium bromide	NaBr	-41	Thallium(I) cyanide	TlCN	-49

Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$	Name	Formula	$\chi_m/10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
Thallium(I) fluoride	TlF	-44.4	Uranium(IV) bromide	U ₄ Br ₄	+3530
Thallium(I) iodate	TlIO ₃	-86.8	Uranium(IV) chloride	UCl ₄	+3680
Thallium(I) iodide	TlI	-82.2	Uranium(IV) fluoride	UF ₄	+3530
Thallium(I) nitrate	TlNO ₃	-56.5	Uranium(IV) oxide	UO ₂	+2360
Thallium(I) nitrite	TlNO ₂	-50.8	Uranium(VI) fluoride	UF ₆	+43
Thallium(I) sulfate	Tl ₂ SO ₄	-112.6	Uranium(VI) oxide	UO ₃	+128
Thallium(I) sulfide	Tl ₂ S	-88.8	Vanadium	V	+285
Thorium	Th	+97	Vanadium(II) bromide	VBr ₂	+3230
Thorium(IV) oxide	ThO ₂	-16	Vanadium(II) chloride	VCl ₂	+2410
Thulium	Tm	+24700	Vanadium(III) bromide	VBr ₃	+2910
Thulium oxide	Tm ₂ O ₃	+51444	Vanadium(III) chloride	VCl ₃	+3030
Tin (gray)	Sn	-37.4	Vanadium(III) fluoride	VF ₃	+2757
Tin(II) chloride	SnCl ₂	-69	Vanadium(III) oxide	V ₂ O ₃	+1976
Tin(II) chloride dihydrate	SnCl ₂ ·2H ₂ O	-91.4	Vanadium(III) sulfide	V ₂ S ₃	+1560
Tin(II) oxide	SnO	-19	Vanadium(IV) chloride	VCl ₄	+1215
Tin(IV) bromide	SnBr ₄	-149	Vanadium(IV) oxide	VO ₂	+99
Tin(IV) chloride (l)	SnCl ₄	-115	Vanadium(V) oxide	V ₂ O ₅	+128
Tin(IV) oxide	SnO ₂	-41	Water (s, 273 K)	H ₂ O	-12.63
Titanium	Ti	+151	Water (l, 293 K)	H ₂ O	-12.96
Titanium(II) bromide	TiBr ₂	+720	Water (l, 373 K)	H ₂ O	-13.09
Titanium(II) chloride	TiCl ₂	+484	Water (g, 373 K))	H ₂ O	-13.1
Titanium(II) iodide	TiI ₂	+1790	Xenon (g)	Xe	-45.5
Titanium(II) sulfide	TiS	+432	Ytterbium (β)	Yb	+67
Titanium(III) bromide	TiBr ₃	+660	Yttrium (α)	Y	+187.7
Titanium(III) chloride	TiCl ₃	+1110	Yttrium oxide	Y ₂ O ₃	+44.4
Titanium(III) fluoride	TiF ₃	+1300	Yttrium sulfide	Y ₂ S ₃	+100
Titanium(III) oxide	Ti ₂ O ₃	+132	Zinc	Zn	-9.15
Titanium(IV) chloride	TiCl ₄	-54	Zinc carbonate	ZnCO ₃	-34
Titanium(IV) oxide	TiO ₂	+5.9	Zinc chloride	ZnCl ₂	-55.33
Tungsten	W	+53	Zinc cyanide	Zn(CN) ₂	-46
Tungsten carbide	WC	+10	Zinc fluoride	ZnF ₂	-34.3
Tungsten(II) chloride	WCl ₂	-25	Zinc hydroxide	Zn(OH) ₂	-67
Tungsten(IV) oxide	WO ₂	+57	Zinc iodide	ZnI ₂	-108
Tungsten(IV) sulfide	WS ₂	+5850	Zinc oxide	ZnO	-27.2
Tungsten(V) bromide	WBr ₅	+270	Zinc phosphate	Zn ₃ (PO ₄) ₂	-141
Tungsten(V) chloride	WCl ₅	+387	Zinc sulfate	ZnSO ₄	-47.8
Tungsten(VI) chloride	WCl ₆	-71	Zinc sulfate monohydrate	ZnSO ₄ ·H ₂ O	-63
Tungsten(VI) fluoride (g)	WF ₆	-53	Zinc sulfate heptahydrate	ZnSO ₄ ·7H ₂ O	-138
Tungsten(VI) oxide	WO ₃	-15.8	Zinc sulfide	ZnS	-25
Uranium	U	+409	Zirconium	Zr	+120
Uranium(III) bromide	U ₄ Br ₃	+4740	Zirconium carbide	ZrC	-26
Uranium(III) chloride	UCl ₃	+3460	Zirconium nitrate pentahydrate	Zr(NO ₃) ₄ ·5H ₂ O	-77
Uranium(III) hydride	UH ₃	+6244	Zirconium(IV) oxide	ZrO ₂	-13.8
Uranium(III) iodide	UI ₃	+4460			

PROPERTIES OF MAGNETIC MATERIALS

H. P. R. Frederikse

Glossary of Symbols

Quantity	Symbol	Units	
		SI	emu
Magnetic field	H	A m ⁻¹	Oe (oersted)
Magnetic induction	B	T (tesla)	G (gauss)
Magnetization	M	A m ⁻¹	emu cm ⁻³
Spontaneous magnetization	M_s	A m ⁻¹	emu cm ⁻³
Saturation magnetization	M_0	A m ⁻¹	emu cm ⁻³
Magnetic flux	Φ	Wb (weber)	maxwell
Magnetic moment	m, μ	A m ²	erg/G
Coercive field	H_c	A m ⁻¹	Oe
Remanence	B_r	T	G
Saturation magnetic polarization	J_s	T	G
Magnetic susceptibility	χ		
Magnetic permeability	μ	H m ⁻¹ (henry/meter)	
Magnetic permeability of free space	μ_0	H m ⁻¹	
Saturation magnetostriction	$\lambda (\Delta l/l)$		
Curie temperature	T_C	K	K
Néel temperature	T_N	K	K

Magnetic moment $\mu = \gamma \hbar J = g \mu_B J$

where

γ = gyromagnetic ratio; J = angular momentum; g = spectroscopic splitting factor (~2)
 μ_B = bohr magneton = $9.2741 \cdot 10^{-24}$ J/T = $9.2741 \cdot 10^{-21}$ erg/G

Earth's magnetic field $H = 56 \text{ A m}^{-1} = 0.7 \text{ Oe}$

For iron: $M_0 = 1.7 \cdot 10^6 \text{ A m}^{-1}$; $B_r = 0.8 \cdot 10^6 \text{ A m}^{-1}$

1 Oe = $(1000/4\pi) \text{ A m}^{-1}$; 1 G = 10^{-4} T ; 1 emu cm⁻³ = 10^3 A m^{-1}

1 maxwell = 10^{-8} Wb

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

Relation Between Magnetic Induction and Magnetic Field

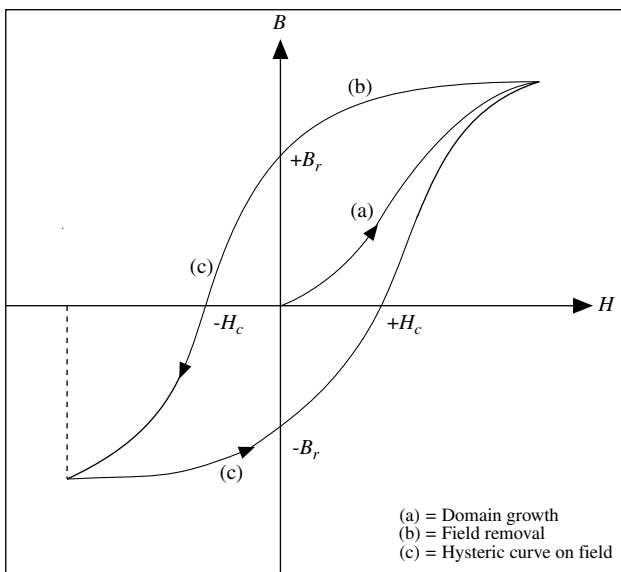


FIGURE 1. Typical curve representing the dependence of magnetic induction B on magnetic field H for a ferromagnetic material. When H is first applied, B follows curve **a** as the favorably oriented magnetic domains grow. This curve flattens as saturation is approached. When H is then reduced, B follows curve **b**, but retains a finite value (the remanence B_r) at $H = 0$. In order to demagnetize the material, a negative field $-H_c$ (where H_c is called the coercive field or coercivity) must be applied. As H is further decreased and then increased to complete the cycle (curve **c**), a hysteresis loop is obtained. The area within this loop is a measure of the energy loss per cycle for a unit volume of the material.

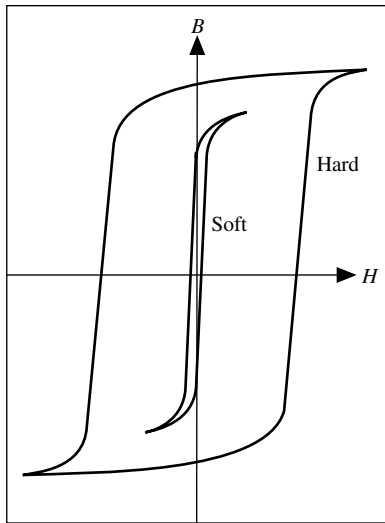


FIGURE 2. Schematic curve illustrating the B vs. H dependence for hard and soft magnetic materials. Hard materials have a larger remanence and coercive field, and a correspondingly large hysteresis loss.

Reference

Ralls, K. M., Courtney, T. H., and Wulff, J., *Introduction to Materials Science and Engineering*, J. Wiley & Sons, New York, 1976, p. 577, 582. With permission.

Magnetic Susceptibility of the Elements

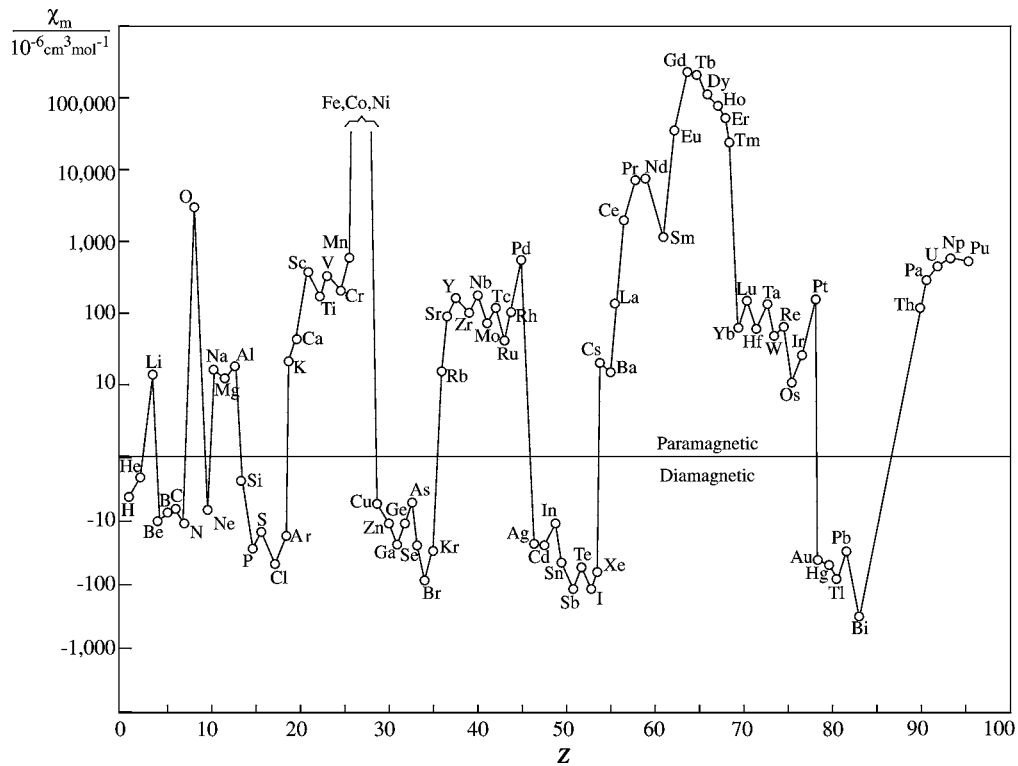


FIGURE 3. Molar susceptibility of the elements at room temperature (cgs units of $10^{-6} \text{ cm}^3/\text{mol}$). Values are not available for $Z = 9, 61,$ and $84-89$; Fe, Co, and Ni ($Z = 26-28$) are ferromagnetic. Data taken from the table "Magnetic Susceptibility of the Elements and Inorganic Compounds" in Section 4.

Reference

Gray, D. E., Ed., *American Institute of Physics Handbook, Third Edition*, McGraw Hill, New York, 1972, p. 5-224. With permission.

Ground State of Ions with Partly Filled *d* or *f* Shells

<i>Z</i>	Element	<i>n</i>	<i>S</i>	<i>L</i>	<i>J</i>	Gr. state	p_{calc}^a	p_{calc}^b	p_{meas}
22	Ti ³⁺	1	1/2	2	3/2	² D _{3/2}	1.73	1.55	1.8
23	V ⁴⁺	1	1/2	2	3/2	² D _{3/2}	1.73	1.55	1.8
23	V ³⁺	2	1	3	2	³ F ₂	2.83	1.63	2.8
23	V ²⁺	3	3/2	3	3/2	⁴ F _{3/2}	3.87	0.77	3.8
24	Cr ³⁺	3	3/2	3	3/2	⁴ F _{3/2}	3.87	0.77	3.7
25	Mn ⁴⁺	3	3/2	3	3/2	⁴ F _{3/2}	3.87	0.77	4.0
24	Cr ²⁺	4	2	2	0	⁵ D ₀	4.90	0	4.9
25	Mn ³⁺	4	2	2	0	⁵ D ₀	4.90	0	5.0
25	Mn ²⁺	5	5/2	0	5/2	⁶ S _{5/2}	5.92	5.92	5.9
26	Fe ³⁺	5	5/2	0	5/2	⁶ S _{5/2}	5.92	5.92	5.9
26	Fe ²⁺	6	2	2	4	⁵ D ₄	4.90	6.70	5.4
27	Co ²⁺	7	3/2	3	9/2	⁴ F _{9/2}	3.87	6.54	4.8
28	Ni ²⁺	8	1	3	4	³ F ₄	2.83	5.59	3.2
29	Cu ²⁺	9	1/2	2	5/2	² D _{5/2}	1.73	3.55	1.9
							p_{calc}^c		
58	Ce ³⁺	1	1/2	3	5/2	² F _{5/2}	2.54		2.4
59	Pr ³⁺	2	1	5	4	³ H ₄	3.58		3.5
60	Nd ³⁺	3	3/2	6	9/2	⁴ I _{9/2}	3.62		3.5
61	Pm ³⁺	4	2	6	4	⁵ I ₄	2.68		
62	Sm ³⁺	5	5/2	5	5/2	⁶ H _{5/2}	0.84		1.5
63	Eu ³⁺	6	3	3	0	⁷ F ₀	0.0		3.4
64	Gd ³⁺	7	7/2	0	7/2	⁸ S _{7/2}	7.94		8.0
65	Tb ³⁺	8	3	3	6	⁷ F ₆	9.72		9.5
66	Dy ³⁺	9	5/2	5	15/2	⁶ H _{15/2}	10.63		10.6
67	Ho ³⁺	10	2	6	8	⁵ I ₈	10.60		10.4
68	Er ³⁺	11	3/2	6	15/2	⁴ I _{15/2}	9.59		9.5
69	Tm ³⁺	12	1	5	6	³ H ₆	7.57		7.3
70	Yb ³⁺	13	1/2	3	7/2	² F _{7/2}	4.54		4.5

$$^a p_{\text{calc}} = 2[S(S+1)]^{1/2}$$

$$^b p_{\text{calc}} = 2[J(J+1)]^{1/2}$$

$$^c p_{\text{calc}} = g[J(J+1)]^{1/2}$$

References

1. Jiles, D., *Magnetism and Magnetic Materials*, Chapman & Hall, London, 1991, p. 243.
2. Kittel, C., *Introduction to Solid State Physics, 6th Edition*, J. Wiley & Sons, New York, 1986, pp. 405–406.
3. Ashcroft, N. W. and Mermin, N. D., *Solid State Physics*, Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1976, p. 652.

Ferro- and Antiferromagnetic Elements

M_0 is the saturation magnetization at $T = 0$ K
 n_B is the number of Bohr magnetons per atom

T_C is the Curie temperature
 T_N is the Néel temperature

	M_0 /gauss	n_B	T_C /K	T_N /K	Comments
Fe	22020	2.22	1043		
Co	18170	1.72	1388		
Ni	6410	0.62	627		
Cr				311	
Mn				100	
Ce				12.5	<i>c</i> -Axis antiferromagnetic
Nd				19.2	Basal plane modulation on hexagonal sites
				7.8	Cubic sites order (periodicity different from high-T phase)
Sm				106	Ordering on hexagonal sites
				13.8	Cubic site order
Eu				90.5	Spiral along cube axis
Gd	24880	7	293		
Tb		9	220		Basal plane ferromagnet
				230.2	Basal plane spiral
Dy		10	87		Basal plane ferromagnet
				176	Basal plane spiral
Ho		10	20		Bunched cone structure
				133	Basal plane spiral
Er		9	32		<i>c</i> -Axis ferrimagnetic cone structure
				80	<i>c</i> -Axis modulated structure
Tm		7	32		<i>c</i> -Axis ferrimagnetic cone structure
				56	<i>c</i> -Axis modulated structure

References

1. Ashcroft, N. W., and Mermin, N. D., *Solid State Physics*, Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1976, p.652.
2. Gschneidner, K. A., and Eyring, L., *Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths*, North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1978.

Selected Ferromagnetic Compounds

M_0 is the saturation magnetization at $T = 293$ K

T_C is the Curie temperature

Compound	M_0 /gauss	T_C /K	Crystal system
MnB	152	578	orthorh(FeB)
MnAs	670	318	hex(FeB)
MnBi	620	630	hex(FeB)
MnSb	710	587	hex(FeB)
Mn ₄ N	183	743	
MnSi		34	cub(FeSi)
CrTe	247	339	hex(NiAs)
CrBr ₃	270	37	hex(BiI ₃)
CrI ₃		68	hex(BiI ₃)
CrO ₂	515	386	tetr(TiO ₂)
EuO	1910*	77	cub
EuS	1184*	16.5	cub
GdCl ₃	550*	2.2	orthorh
FeB		598	orthorh
Fe ₂ B		1043	tetr (CuAl ₂)
FeBe ₅		75	cub(MgCu ₂)
Fe ₃ C		483	orthorh
FeP		215	orthorh (MnP)

* At $T = 0$ K

References

1. Kittel, C., *Introduction to Solid State Physics, 6th Edition*, J. Wiley & Sons, New York, 1986.
2. Ashcroft, N. W., and Mermin, N. D., *Solid State Physics*, Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1976.

Magnetic Properties of High-Permeability Metals and Alloys (Soft)

μ_i is the initial permeability
 μ_m is the maximum permeability
 H_c is the coercive force

J_s is the saturation polarization
 W_H is the hysteresis loss per cycle
 T_C is the Curie temperature

Material	Composition (mass %)	μ_i/μ_0	μ_m/μ_0	$H_c/A\ m^{-1}$	J_s/T	$W_H/J\ m^{-3}$	T_C/K
Iron	Commercial 99Fe	200	6000	70	2.16	500	1043
Iron	Pure 99.9Fe	25000	350000	0.8	2.16	60	1043
Silicon-iron	96Fe-4Si	500	7000	40	1.95	50–150	1008
Silicon-iron (110) [001]	97Fe-3Si	9000	40000	12	2.01	35–140	1015
Silicon-iron {100} <100>	97Fe-3Si		100000	6	2.01		1015
Mild steel	Fe-0.1C-0.1Si-0.4Mn	800	1100	200			
Hypernik	50Fe-50Ni	4000	70000	4	1.60	22	753
Deltamax {100} <100>	50Fe-50Ni	500	200000	16	1.55		773
Isoperm {100} <100>	50Fe-50Ni	90	100	480	1.60		
78 Permalloy	78Ni-22Fe	4000	100000	4	1.05	50	651
Supermalloy	79Ni-16Fe-5Mo	100000	1000000	0.15	0.79	2	673
Mumetal	77Ni-16Fe-5Cu-2Cr	20000	100000	4	0.75	20	673
Hyperco	64Fe-35Co-0.5Cr	650	10000	80	2.42	300	1243
Permendur	50Fe-50Co	500	6000	160	2.46	1200	1253
2V-Permendur	49Fe-49Co-2V	800	4000	160	2.45	600	1253
Supermendur	49Fe-49Co-2V		60000	16	2.40	1150	1253
25Perminvar	45Ni-30Fe-25Co	400	2000	100	1.55		
7Perminvar	70Ni-23Fe-7Co	850	4000	50	1.25		
Perminvar (magnet. annealed)	43Ni-34Fe-23Co		400000	2.4	1.50		
Alfenol (or Alperm)	84Fe-16Al	3000	55000	3.2	0.8		723
Alfer	87Fe-13Al	700	3700	53	1.20		673
Aluminum-Iron	96.5Fe-3.5Al	500	19000	24	1.90		
Sendust	85Fe-10Si-5Al	36000	120000	1.6	0.89		753

References

1. McCurrie, R. A., *Structure and Properties of Ferromagnetic Materials*, Academic Press, London, 1994, p. 42.

2. Gray, D. E., Ed., *American Institute of Physics Handbook, Third Edition*, McGraw Hill, New York, 1972, p. 5–224.

Applications of High-Permeability Materials

Applications

Requirements

Power applications

Distribution and power transformers

Low core losses, high permeability, high saturation magnetic polarization

High-quality motors and generators, stators and armatures, switched-mode power supplies

Instrument transformers

Audiofrequency transformers

Low core losses, high permeability, high magnetic polarization

Pulse transformers

High permeability

Cores for inductor coils

Audiofrequency

Low hysteresis, high permeability

Carrier frequency

Very low hysteresis and eddy current loss

Radiofrequency

High permeability at low fields

Miscellaneous

Relays, switches
 Earth leakage circuit }

High permeability, low remanence, low coercivity

Magnetic shielding

Low core loss for AC applications

Applications of High-Permeability Materials

Applications	Requirements
Magnetic recording heads	High initial permeability, low or zero remanence
Magnetic amplifiers Saturable reactors Saturable transformers Transformer cores	Rectangular hysteresis loops, low hysteresis loss
Magnetic shunts for temperature compensation in magnetic circuits	Low Curie temperature, appropriate decrease in permeability with increase in temperature
Electromagnets in indicating instruments, fire detection, quartz watches, electromechanical devices	High permeability, high saturation magnetic polarization
Magnetic yokes in permanent magnet devices, such as lifting and holding magnets, loudspeakers	High permeability, high saturation magnetic polarization

Reference

McCurrie, R. A., *Structure and Properties of Ferromagnetic Materials*, Academic Press, London, 1994. With permission.

Saturation Magnetostriction of Selected Materials

The tabulated parameter λ_s is related to the fractional change in length $\Delta l/l$ by $\Delta l/l = (3/2)\lambda_s(\cos^2\theta - 1/3)$, where θ is the angle of rotation.

Material	$\lambda_s \times 10^6$
Iron	-7
Fe - 3.2% Si	+9
Nickel	-33
Cobalt	-62
45 Permalloy, 45% Ni - 55% Fe	+27
Permalloy, 82% Ni - 18% Fe	0
Permendur, 49% Co - 49% Fe - 2% V	+70
Alfer, 87% Fe - 13% Al	+30
Magnetite, Fe ₃ O ₄	+40
Cobalt ferrite, CoFe ₂ O ₄	-110
SmFe ₂	-1560
TbFe ₂	+1753
Tb _{0.3} Dy _{0.7} Fe _{1.93} (Terfenol D)	+2000
Fe ₆₆ Co ₁₈ B ₁₅ Si (amorphous)	+35
Co ₇₂ Fe ₃ B ₆ A ₁₃ (amorphous)	0

Reference

McCurrie, R.A., *Structure and Properties of Ferromagnetic Materials*, Academic Press, London, 1994, p. 91; additional data provided by A.E. Clark, Adelphi, MD.

Properties of Various Permanent Magnetic Materials (Hard)

B_r is the remanence

H_c is the flux coercivity

H_i is the intrinsic coercivity

$(BH)_{max}$ is the maximum energy product

T_c is the Curie temperature

T_{max} is the maximum operating temperature

Composition	B_r/T	$H_c/10^3 \text{ A m}^{-1}$	$H_i/10^3 \text{ A m}^{-1}$	$(BH)_{max}/\text{kJ m}^{-3}$	$T_c/^\circ\text{C}$	$T_{max}/^\circ\text{C}$
Alnico1 20Ni;12Al;5Co	0.72		35	25		
Alnico2 17Ni;10Al;12.5Co;6Cu	0.72		40-50	13-14		
Alnico3 24-30Ni;12-14Al;0-3Cu	0.5-0.6		40-54	10		
Alnico4 21-28Ni;11-13Al;3-5Co;2-4Cu	0.55-0.75		36-56	11-12		
Alnico5 14Ni;8Al;24Co;3Cu	1.25	53	54	40	850	520
Alnico6 16Ni;8Al;24Co;3Cu;2Ti	1.05		75	52		
Alnico8 15Ni;7Al;35Co;4Cu;5Ti	0.83	1.6	160	45		
Alnico9 15Ni;7Al;35Co;4Cu;5Ti	1.10	1.45	1.45	75	850	520
Alnico12 13.5Ni;8Al;24.5Co;2Nb	1.20		64	76.8		

Composition	B_i/T	$B_i H_c / 10^3 \text{ A m}^{-1}$	$H_c / 10^3 \text{ A m}^{-1}$	$(BH)_{\max} / \text{kJ m}^{-3}$	$T_c / ^\circ\text{C}$	$T_{\max} / ^\circ\text{C}$
BaFe ₁₂ O ₁₉ (Ferroxdur)	0.4	1.6	192	29	450	400
SrFe ₁₂ O ₁₉	0.4	2.95	3.3	30	450	400
LaCo ₅	0.91			164	567	
CeCo ₅	0.77			117	380	
PrCo ₅	1.20			286	620	
NdCo ₅	1.22			295	637	
SmCo ₅	1.00	7.9	696	196	700	250
Sm(Co _{0.76} Fe _{0.10} Cu _{0.14}) _{6.8}	1.04	4.8	5	212	800	300
Sm(Co _{0.65} Fe _{0.28} Cu _{0.05} Zr _{0.02}) _{7.7}	1.2	10	16	264	800	300
Nd ₂ Fe ₁₄ B sintered	1.22	8.4	1120	280	300	100
Fe;52Co;14V (Vicalloy II)	1.0	42		28	700	500
Fe;24Cr;15Co;3Mo (anisotropic)	1.54	67		76	630	500
Fe;28Cr;10.5Co (Chromindur II)	0.98	32		16	630	500
Fe;23Cr;15Co;3V;2Ti	1.35	4		44	630	500
Cu;20Ni;20Fe (Cunife)	0.55	4		12	410	350
Cu;21Ni;29Fe (Cunico)	0.34	0.5		8		
Pt;23Co	0.64	4		76	480	350
Mn;29.5Al;0.5C (anisotropic)	0.61	2.16	2.4	56	300	120

References

1. McCurrie, R. A., *Structure and Properties of Ferromagnetic Materials*, Academic Press, London, 1994, p. 204.
2. Gray, D. E., Ed., *American Institute of Physics Handbook, Third Edition*, McGraw Hill, New York, 1972, p. 5–165.
3. Jiles, D., *Magnetism and Magnetic Materials*, Chapman & Hall, London, 1991.

Selected Ferrites

J_s is the saturation magnetic polarization
 T_c is the Curie temperature
 ΔH is the line width

Material	J_s/T	$T_c / ^\circ\text{C}$	$\Delta H / \text{kA m}^{-1}$	Applications
Spinels				
$\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$	0.52	575		
Fe ₃ O ₄	0.60	585		
NiFe ₂ O ₄	0.34	575	350	Microwave devices
MgFe ₂ O ₄	0.14	440	70	
NiZnFe ₂ O ₄	0.50	375	120	Transformer cores
MnFe ₂ O ₄	0.50	300	50	Microwave devices
NiCoFe ₂ O ₄	0.31	590	140	Microwave devices
NiCoAlFe ₂ O ₄	0.15	450	330	Microwave devices
NiAl _{0.35} Fe _{1.65} O ₄	0.12	430	67	Microwave devices
NiAlFe ₂ O ₄	0.05	1860	32	Microwave devices
Mg _{0.9} Mn _{0.1} Fe ₂ O ₄	0.25	290	56	Microwave devices
Ni _{0.5} Zn _{0.5} Al _{0.8} Fe _{1.2} O ₄	0.14		17	Microwave devices
CuFe ₂ O ₄	0.17	455		Electromechanical transducers
CoFe ₂ O ₄	0.53	520		
LiFe ₅ O ₈	0.39	670		Microwave devices
Garnets				
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	0.178	280	55	Microwave devices
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂ (single crys.)	0.178	292	0.5	Microwave devices
(Y,Al) ₃ Fe ₅ O ₁₂	0.12	250	80	Microwave devices
(Y,Gd) ₃ Fe ₅ O ₁₂	0.06	250	150	Microwave devices
Sm ₃ Fe ₅ O ₁₂	0.170	305		Microwave devices
Eu ₃ Fe ₅ O ₁₂	0.116	293		Microwave devices
GdFe ₅ O ₁₂	0.017	291		Microwave devices
Hexagonal crystals				
BaFe ₁₂ O ₁₉	0.45	430	1.5	Permanent magnets
Ba ₃ Co ₂ Fe ₂₄ O ₄₁	0.34	470	12	Microwave devices
Ba ₂ Zn ₂ Fe ₁₂ O ₂₂	0.28	130	25	Microwave devices
Ba ₃ Co _{1.35} Zn _{0.65} Fe ₂₄ O ₄₁		390	16	Microwave devices
Ba ₂ Ni ₂ Fe ₁₂ O ₂₂	0.16	500	8	Microwave devices
SrFe ₁₂ O ₁₉	0.4	450		Permanent magnets

Reference

McCurrie, R. A., *Structure and Properties of Ferromagnetic Materials*, Academic Press, London, 1994.

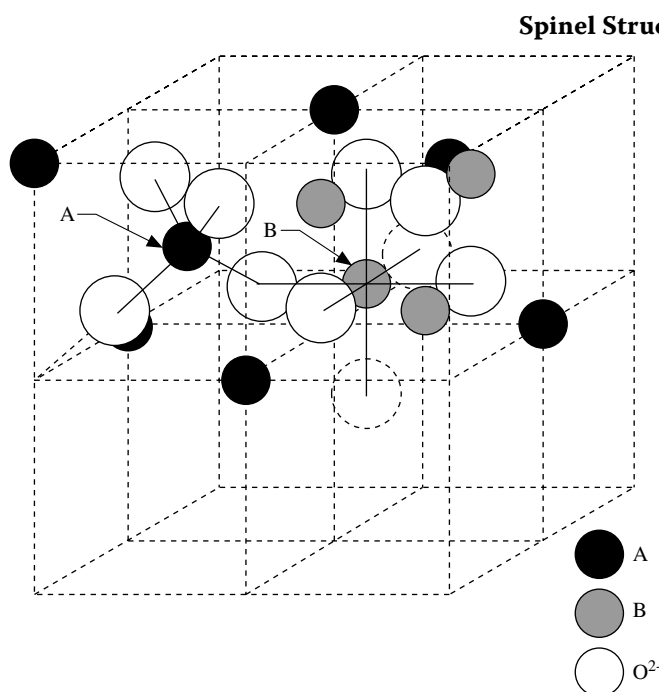


FIGURE 4. Arrangement of metal ions in the two octants A and B, showing tetrahedrally (A) and octahedrally (B) coordinated sites. (Reprinted from McCurrie, R.A., *Ferromagnetic Materials*, Academic Press, London, 1994. With permission.)

Selected Antiferromagnetic Solids

T_N is the Néel temperature

Material	Structure	T_N/K	Material	Structure	T_N/K
<i>Binary oxides</i>			ZnCr ₂ O ₄	cub	15
MnO	cub(fcc)	122	ZnFe ₂ O ₄	cub	9
FeO	cub(fcc)	198	GeFe ₂ O ₄	cub	10
CoO	cub(fcc)	291	MgV ₂ O ₄	cub	45
NiO	cub(fcc)	525	MnGa ₂ O ₄	cub	33
α -Mn ₂ O ₃	cub	90	<i>NiAs and related structures</i>		
CuO	monocl	230	CrAs	orth	300
UO ₂	cub	30.8	CrSb	hex	705–723
Er ₂ O ₃	cub	3.4	CrSe	hex	300
Gd ₂ O ₃	cub	1.6	MnTe	hex	320–323
<i>Perovskites</i>			NiS	hex	263
LaCrO ₃	orth	282	CrS	monocl	460
LaMnO ₃	orth	100	<i>Rutile and related structures</i>		
LaFeO ₃	orth	750	CoF ₂	tetr	38
NdCrO ₃	orth	224	CrF ₂	monocl	53
NdFeO ₃	orth	760	FeF ₂	tetr	79
YbCrO ₃	orth	118	MnF ₂	tetr	67
CaMnO ₃	cub	110	NiF ₂	tetr	83
EuTiO ₃	cub	5.3	CrCl ₂	orth	20
YCrO ₃	orth	141	MnO ₂	tetr	84
BiFeO ₃	cub*	673	FeOF	tetr	315
KCoF ₃	cub	125	<i>Corundum and related structures</i>		
KMnF ₃	cub*	88.3	Cr ₂ O ₃	rhomb	318
KFeF ₃	cub	115	α -Fe ₂ O ₃	rhomb	948
KNiF ₃	cub	275	FeTiO ₃	rhomb	68
NaMnF ₃	cub*	60	MnTiO ₃	rhomb	41
NaNiF ₃	orth	149	CoTiO ₃	rhomb	38
RbMnF ₃	cub	82	<i>VF₃ and related structures</i>		
<i>Spinel</i>			CoF ₃	rhomb	460
Co ₃ O ₄	cub	40	CrF ₃	rhomb	80
NiCr ₂ O ₄	tetr	65			

Material	Structure	T_N/K
FeF ₃	rhomb	394
MnF ₃	monocl	43
MoF ₃	rhomb	185
<i>Miscellaneous</i>		
K ₂ NiF ₄	tetr	97
MnI ₂	hex	3.4
CoUO ₄	orth	12
CaMn ₂ O ₄	orth	225
CrN	cub*	273
CeC ₂	tetr	33
FeSn	hex	373
Mn ₂ P	hex	103

* Distorted.

References

1. Gray, D. E., Ed., *American Institute of Physics Handbook, Third Edition*, McGraw Hill, New York, 1972, p. 5-168 to 5-183.
2. Kittel, C., *Introduction to Solid State Physics, 6th Edition*, J. Wiley & Sons, New York, 1986.
3. Ashcroft, N. W., and Mermin, N. D., *Solid State Physics*, Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1976, p. 697.