

PRÁCTICA N° 1: EL VOLTÍMETRO Y EL AMPERÍMETRO

Objetivos: Utilización de un voltímetro y de un amperímetro, caracterización de aparatos analógicos y digitales, y efecto de carga.

Material: Un voltímetro analógico, un amperímetro analógico y un polímetro digital, pilas y portapilas con interruptor, reóstato de 100 ó 200 Ω , caja de resistencias de 6 décadas (de 10 a $10^6 \Omega$), caja de resistencias de 0.1 a 100 Ω , resistencias y cables de conexión.

1. INTRODUCCIÓN

Un **voltímetro** es un instrumento destinado a medir la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito, tal como se indica esquemáticamente en la figura 1. Observemos que el voltímetro se conecta en paralelo. Los voltímetros se suelen construir utilizando un microamperímetro (o galvanómetro) como aparato base al que se añade en serie una resistencia. Esta resistencia, junto a las características del aparato base, define el margen de medida del voltímetro. Los voltímetros usuales disponen de varias escalas, lo que significa que el fabricante ha montado en su interior las resistencias adecuadas para cada una de ellas. Desde el punto de vista de una red eléctrica, el circuito equivalente de un voltímetro es su resistencia interna.

Un **voltímetro ideal** sería aquel cuya conexión a cualquier red eléctrica no produjera modificación alguna de las corrientes y potenciales existentes en la misma. De esta forma la diferencia de potencial medida correspondería efectivamente a la existente antes de la conexión. El voltímetro ideal presentaría una resistencia interna infinita. Sin embargo, los voltímetros reales presentan una resistencia interna finita y ello supone que una cierta corriente se desvíe por el aparato al conectarlo a un circuito dado, modificando las corrientes y potenciales preexistentes en el circuito. Este hecho se conoce como **efecto de carga del voltímetro**, y justifica la importancia de conocer las características del aparato que en su momento se utilice, y saber deducir de las mismas si su efecto de carga es o no despreciable. Si el efecto de carga es despreciable, entonces podremos hacer uso del voltímetro como si se tratara de un voltímetro ideal, situación deseable desde el punto de vista práctico. Si por el contrario el efecto de carga no es despreciable, entonces todavía se puede hacer uso del voltímetro, pero teniendo presente que la diferencia de potencial medida es distinta de la preexistente antes de conectar el aparato, la cual puede calcularse en algunos casos a partir de la medida.

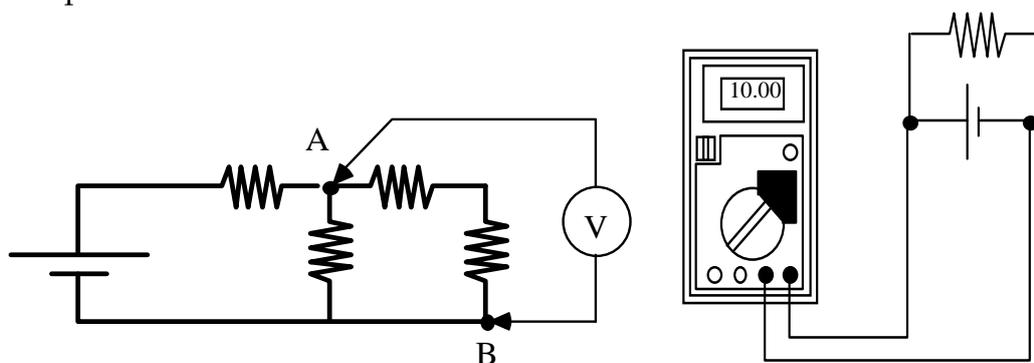


Figura.1 Medida de diferencias de potencial.

Un **amperímetro**, es un instrumento destinado a medir la intensidad de la corriente eléctrica que recorre una rama dada de un circuito. Los amperímetros usuales requieren para ello interrumpir la rama en un punto e intercalar el aparato, de modo que la corriente a medir circule por el interior del mismo (figura 1): los amperímetros se conectan en serie. Los amperímetros analógicos se suelen construir utilizando un microamperímetro como aparato base al que se conecta una resistencia en paralelo. Esta resistencia, junto a las características del aparato base, define el margen de medida del amperímetro.

Los amperímetros usuales disponen de varias escalas, que el fabricante define montando en el interior del aparato las resistencias adecuadas para cada una de ellas. Desde el punto de vista de la red eléctrica en la que se utiliza el aparato, el circuito equivalente de un amperímetro es su resistencia interna.

Un **amperímetro ideal** no modificaría las corrientes y potenciales de un circuito al instalarlo en el mismo. De tal forma que la corriente medida sería efectivamente la existente antes de conectar el aparato. El amperímetro ideal presentaría una resistencia interna nula. Sin embargo, los amperímetros reales

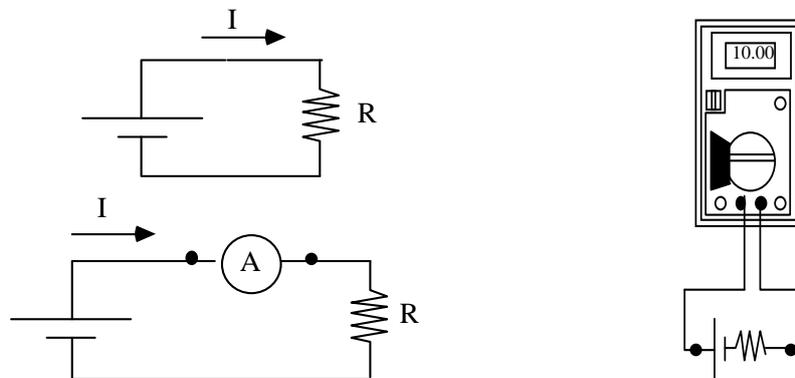


Figura 2. Circuito sencillo e instalación del amperímetro.

presentan una resistencia no nula, y ello supone que al conectarlo se modifican las corrientes y potenciales del circuito. Este hecho se conoce como **efecto de carga del amperímetro**, y justifica la importancia de conocer las características del aparato que en su momento se utiliza, y saber deducir de las mismas si su efecto de carga es o no es despreciable. Si el efecto de carga es despreciable, entonces podremos hacer uso del amperímetro como si se tratara de un aparato ideal, situación deseable desde el punto de vista práctico. Si por el contrario el efecto de carga no es despreciable, entonces todavía se puede hacer uso del amperímetro, pero teniendo en cuenta que la corriente medida es distinta de la preexistente antes de conectar el aparato, la cual puede calcularse en algunos casos a partir de la medida.

2. MANEJO DE LOS APARATOS ANALÓGICOS Y DIGITALES

En esta práctica usaremos un voltímetro analógico, un amperímetro analógico y un polímetro digital. Este último servirá como voltímetro y como amperímetro. Aunque el funcionamiento interno de los aparatos analógicos y digitales puede ser diferente, desde el punto de vista de las medidas ambos se caracterizan de igual forma, teniendo el mismo circuito equivalente. Genéricamente podemos adelantar

quen en régimen de corriente continua todos los aparatos tienen un borne positivo (+) y un borne negativo (-); el voltímetro mide siempre la diferencia de potencial entre el borne positivo y el borne negativo ($V_+ - V_-$) y el amperímetro la corriente que entra por el borne positivo y sale por el negativo.

Los aparatos analógicos deben conectarse en posición vertical u horizontal según las indicaciones del fabricante (\perp posición vertical, $—$ posición horizontal). En particular, los aparatos analógicos de esta práctica se pueden utilizar en posición horizontal o ligeramente inclinada. Estos aparatos pueden medir diferencias de potencial o intensidad de corriente en régimen de corriente continua o alterna. En esta práctica se utilizara únicamente para medidas en continua, de manera que **SÓLO SE SELECCIONARAN POSICIONES DEL CONMUTADOR EN LOS RANGOS MARCADOS EN BLANCO** (con el símbolo $\overline{\quad}$). En este caso, ambos aparatos tienen dos bornes: uno positivo (+) y otro negativo (COM). Por otra parte, hay diferentes escalas graduadas superpuestas, pero dichas escalas graduadas tienen unidades arbitrarias: el fondo de escala nos indica que el aparato mide entre 0 (voltios o amperios) y el valor del fondo de escala. El fondo de escala está determinado por la posición del conmutador. Para realizar una medida deberemos fijar, inicialmente, el mayor fondo de escala del aparato; seguidamente, después de realizar la lectura, iremos disminuyendo el fondo de escala, **GIRANDO MUY SUAVEMENTE** el conmutador hasta que hagamos una medida en la que no nos salgamos del fondo de escala. Los aparatos analógicos se dañan cuando la aguja se sale de escala, por lo que nunca deberemos consentir que la medida sea mayor que el fondo de escala en el que trabajamos, y, si sucede por un descuido, deberemos desconectar rápidamente el aparato.

El **voltímetro y amperímetro digital** que se empleará en esta práctica es parte de un polímetro que puede medir diversas magnitudes. Dicho polímetro se puede conectar indistintamente en posición vertical u horizontal. Por lo común, todos los polímetros que se construyen miden las siguientes magnitudes:

- Intensidad de corriente continua
- Intensidad de corriente alterna
- Diferencia de potencial de corriente continua
- Diferencia de potencial de corriente alterna
- Resistencias.

El **polímetro** es pues un aparato que puede hacer las funciones de amperímetro, voltímetro u óhmetro. Cada posición del selector corresponde a una función del polímetro y un margen de medida (por lo que el fondo de escala se determina con un conmutador), que queda indicado. Las unidades de la magnitud que se lee en el dial corresponden a la unidad asociada al fondo de escala seleccionado. Las posibles funciones de nuestro polímetro son:

DCV= voltímetro de corriente continua

DCA= amperímetro de corriente continua

ACV= voltímetro de corriente alterna

ACA= amperímetro de corriente alterna.

OHMS= óhmetro o medidor de resistencias

Para manejar correctamente el polímetro y evitarle posibles daños, el selector debe situarse en la posición que seleccione la función correcta **ANTES DE CONECTARLO** y en el mayor margen o escala posible. Si el indicador no sobrepasa el valor máximo de la escala inferior (lo que se observa cuando aparece un 1 en la pantalla), entonces posicionaremos el selector en la escala inferior, hasta conseguir

una medida lo más precisa posible. Es decir, para realizar una medida deberemos elegir el mayor margen de escala posible; seguidamente iremos disminuyendo dicho margen de escala, **GIRANDO MUY SUAVEMENTE EL CONMUTADOR**, hasta encontrar un 1, para “subir” hacia el inmediato superior (así conseguiremos el mayor número de cifras significativas).

Antes de comenzar las medidas de la práctica se recuerda que el error de sensibilidad de una medida directa es el correspondiente al valor más pequeño que puede apreciarse. Así pues, cada vez que se haga una medida con un aparato anotad la escala en la que se hace y la sensibilidad de dicha escala (que no tiene porqué ser la división más pequeña).

3. MEDIDAS BÁSICAS CON VOLTÍMETRO

Montar el circuito de la figura 3. ϵ_1 es la pila de 4,5 V (pila de “petaca”). Utilizar el voltímetro analógico y luego el digital para medir V_A-V_B . Esta diferencia de potencial corresponderá a la fuerza electromotriz de la pila. Comparad los valores medidos con el correspondiente valor nominal.

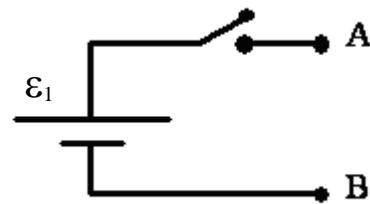


Figura 3.

4. CARACTERIZACIÓN DEL VOLTÍMETRO ANALÓGICO

Determinaremos en este apartado la resistencia interna del voltímetro en la escala de 10 V de continua (en los voltímetros analógicos la resistencia interna depende de la escala).

Montar el circuito de la figura 4. Los puntos A y C corresponden con los puntos fijos del reóstato, siendo B el punto móvil. La resistencia variable es la caja de resistencias de seis décadas (de 10 a $10^6 \Omega$), y el voltímetro

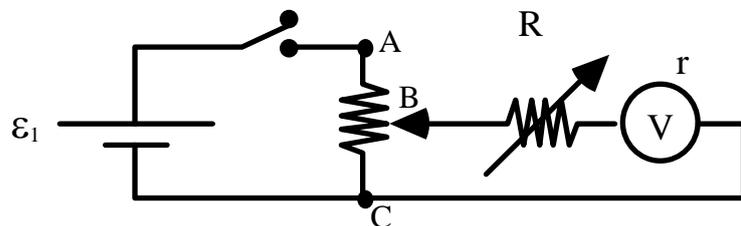


Figura 4.

se comporta como una resistencia r . Con $R=0$ ajustar el reóstato para un valor V_0 de la escala del voltímetro. Elegir un valor entero o cuya mitad sea fácilmente medible (ver párrafo siguiente). La variación de V con R viene dada por:

$$V \approx \frac{r}{R+r} V_0 \quad (1)$$

Según la relación (1) r será igual al valor de R para el que $V=V_0/2$. Para ello, basta con ajustar el valor de R hasta medir con el voltímetro un valor de V que corresponda a la mitad del valor inicial (V_0). Como se pretende medir la resistencia interna del voltímetro, y dicho valor depende del fondo de escala, esta secuencia de medidas deberemos hacerla **sin cambiar el fondo de escala.**

5. CARACTERIZACIÓN DEL VOLTÍMETRO DIGITAL

Determinaremos en este apartado la resistencia interna del voltímetro digital para la escala de 20 V (En el caso del voltímetro digital todas las escalas tienen la misma resistencia interna) empleando el mismo circuito que en el apartado anterior, pero sustituyendo el voltímetro analógico por el voltímetro digital.

6. EFECTO DE CARGA DEL VOLTÍMETRO

Montar los circuitos de la figura 5 y medir en cada caso V_A-V_C , V_A-V_B y V_B-V_C . Medir cada una de estas diferencias de potencial con el voltímetro analógico usando el mismo fondo de escala (10 V), y observar si se verifica la igualdad:

$$(V_A-V_C) = (V_A-V_B) + (V_B-V_C) \quad (2)$$

Repetir la misma secuencia de medidas con el voltímetro digital (en la escala de 20 V).

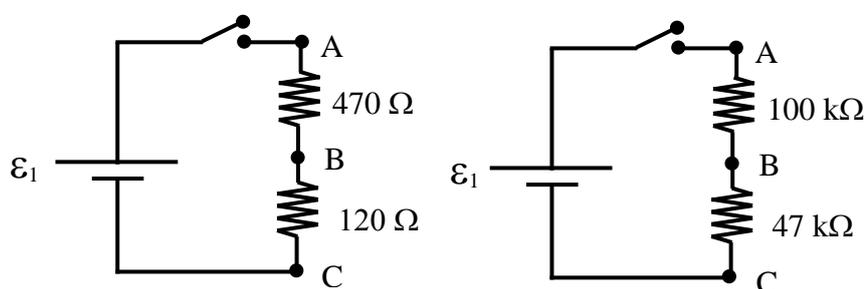


Figura 5

7. MEDIDAS BÁSICAS CON AMPERÍMETRO

Montar el circuito de la figura 6.

En este caso, ϵ_2 es la pila de 9,5 V que está ya montada con la resistencia de 470 Ω y con el interruptor. Utilizar el amperímetro analógico y luego el digital para medir la corriente I que circula por dicho circuito. Comparad los valores medidos con el valor calculado a partir de los valores nominales de la fem de la pila y de la resistencia.

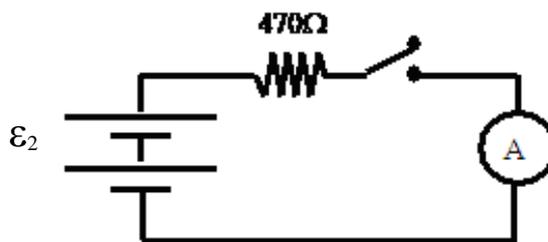


Figura 6.

8. CARACTERIZACIÓN DEL AMPERÍMETRO ANALÓGICO

Determinaremos en este apartado la resistencia interna del amperímetro en la escala de 30mA (en los amperímetros, ya sean analógicos o digitales la resistencia interna depende de la escala).

Montar el circuito de la figura 7, siendo ahora R la caja pequeña de resistencias (0.1/1/10/100), y R' la caja de seis décadas (de 10 a $10^6 \Omega$), teniendo presente que el amperímetro se comporta como una resistencia r . Elegir la escala de

30 mA (continua), desconectar momentáneamente R (lo que equivale a hacer $R=\infty$) y ajustar R' para un valor I_0 de la corriente (por ejemplo 14 ó 15 mA).

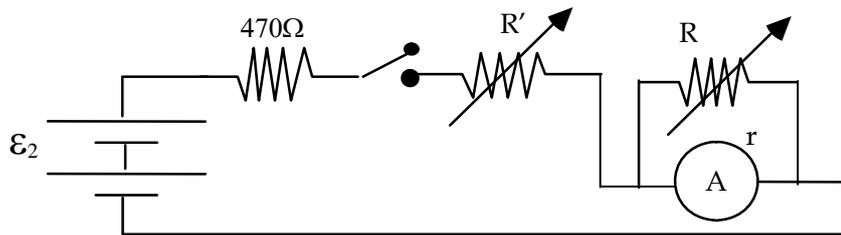


Figura 7.

La variación de I con R viene dada por:

$$I \approx \frac{R}{R+r} I_0 \quad (3)$$

Teniendo en cuenta la relación (3), la resistencia interna r será igual al valor de R para el que $I=I_0/2$. Así pues, ajustado el valor de I_0 , sin modificar R', volver a conectar R y variar su valor hasta medir un valor de corriente igual a $I_0/2$. Como se pretende medir la resistencia interna del amperímetro, y dicho valor depende del fondo de escala, estas medidas deberemos hacerlas sin cambiar el fondo de escala.

9. CARACTERIZACIÓN DEL AMPERÍMETRO DIGITAL

Determinaremos en este apartado la resistencia interna de la escala de 20 mA del amperímetro digital (continua), empleando el mismo circuito que en el apartado anterior, pero sustituyendo el amperímetro analógico por el amperímetro digital.

10. EFECTO DE CARGA DEL AMPERÍMETRO

Montar el circuito de la figura 8 y medir I_1, I_2, I_3, I_4 e I_5 , intercalando el amperímetro en cada rama. Medir cada corriente con el amperímetro analógico en el mismo fondo de escala (30 mA), y observar si se verifican las igualdades:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad I_1 = I_4 + I_5 \quad (4)$$

Repetir la misma secuencia de medidas con el amperímetro digital (en la escala de 20 mA).

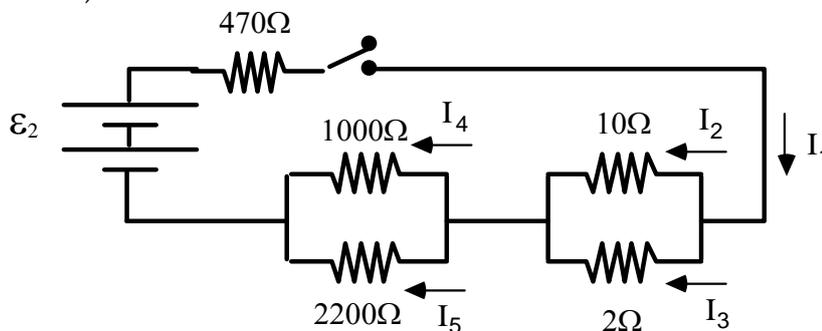


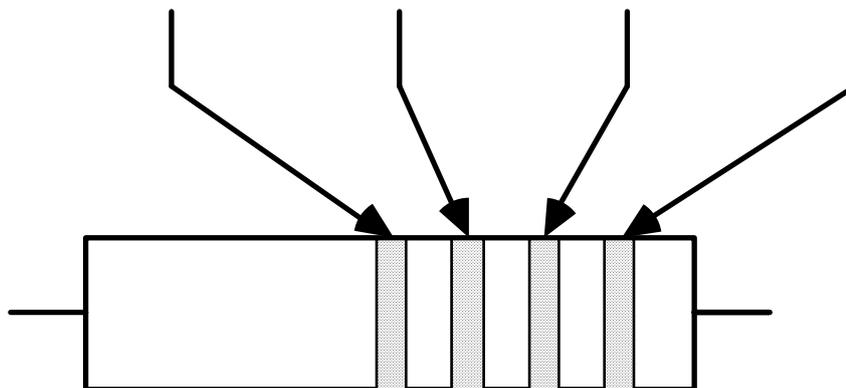
Figura 8.

11. CUESTIONES

- Obtener el valor de la resistencia interna del voltímetro y amperímetro (tanto analógico como digital) en las escalas especificadas, a partir del valor de R que hace que V o I sean iguales a $V_0/2$ o $I_0/2$, respectivamente.
- Justificar los resultados obtenidos en las medidas del apartado 6: explicar cualitativamente el resultado de la comparación de $(V_A - V_B) + (V_B - V_C)$ con $(V_A - V_C)$, teniendo en cuenta la resistencia interna del voltímetro correspondiente.
- Justificar los resultados obtenidos en las medidas del apartado 10: explicar cualitativamente el resultado de la comparación de $I_2 + I_3$ e $I_4 + I_5$ con I_1 , teniendo en cuenta la resistencia interna del amperímetro correspondiente.

APÉNDICE: CÓDIGO DE COLORES PARA RESISTENCIAS

COLOR	1º dígito	2º dígito	factor	tolerancia
plata	-	-	10^{-2}	$\pm 10\%$
oro	-	-	10^{-1}	$\pm 5\%$
negro	-	0	10^0	-
marrón	1	1	10^1	-
rojo	2	2	10^2	-
naranja	3	3	10^3	-
amarillo	4	4	10^4	-
verde	5	5	10^5	-
azul	6	6	10^6	-
violeta	7	7	10^7	-
gris	8	8	10^8	-
blanco	9	9	10^9	-



El valor resultante al aplicar este código de colores viene dado en ohmios.

3. Medidas básicas con voltímetro
(En este caso, el efecto de carga es despreciable)

Analogico: 1,5% del fondo de escala

E_1 (V) Escala

Analogico $4,60 \pm 0,15$ 10V

Digital $4,63 \pm 0,05$ 20V

Nominal 4,5

(El valor nominal cae dentro del error del analógico pero queda a más de dos barras de error del digital).

Por tanto, los valores experimentales son compatibles, sus intervalos de error se solapan. El valor nominal es algo menor, lo que podrá deberse a que dicho valor es orientativo (no pone su incertidumbre). Podemos concluir que los valores experimentales son los adecuados y son coherentes con el valor esperado.

4. Caracterización del voltímetro analógico

x Escala 10V, E_1

R $V \pm 0,15V$

0 4,00

$175 \pm 1k\Omega$ 2,00

→ Ajustamos el resistor para alcanzar 4V, fácilmente divisible entre dos.

→ Ajustamos R para obtener 2V.

$\Rightarrow R_{ca} = 175 \pm 1k\Omega$

Nominal (fabricante)

$200k\Omega$ → La diferencia respecto al valor experimental es considerable (> 10%). Se analizará más tarde la causa. (en el ajuste por mínimos cuadrados).

Al pulsar interrupto autoinducción instantánea corta.



5. Caracterización del voltímetro digital

x Escala 20V, E_1

R V (V)

0 $4,00 \pm 0,04$

$R_d = 9,9 \pm 0,1M\Omega$ $2,00 \pm 0,02$

→ El error en la caja de seis décadas viene determinado por la sensibilidad con que el ojo humano puede apreciar las variaciones en el voltímetro, error mayor que el de sensibilidad de las seis décadas.

Nominal

Los errores, basándonos en el manual del fabricante de los distintos amperímetros y voltímetros, los estimamos en un 1,5% del fondo de escala del analógico y un 1% de la lectura del digital. Se hará así en toda la práctica, redondeando directamente las lecturas. (en algunos casos se ha añadido un cero que no aparecía en la lectura para redondear coherentemente con el error).

6. Efecto de carga del voltímetro

Medimos las resistencias con el óhmetro.

	Óhmetro	Código colores	
R ₁	120,3 ± 1,2 Ω	120 ± 10% Ω	10% ?
R ₂	465 ± 5 Ω	470 ± 5% Ω	1% ?
R ₃	46,7 ± 0,5 kΩ	47 ± 5% kΩ	
R ₄	99,3 ± 1,0 kΩ	100 ± 5% kΩ	

	(Escala 10V) Analógico ± 0,15V	(Escala 20V) Digital
V _A - V _B	2,60	3,10 ± 0,03
V _B - V _C	1,00	1,450 ± 0,015
V _A - V _C	4,60	4,57 ± 0,05



errores aya multímetro
cable
errores de cables

(V_A-V_B)+(V_B-V_C) 3,6 ± 0,2 4,55 ± 0,03

(errores propagados $\sqrt{C^2 + D^2}$)
dependen del error de una medida

	Analógico ± 0,15V (Escala 10V)	Digital (Escala 20V)
V _A - V _B	3,60	3,60 ± 0,04
V _B - V _C	0,80	0,926 ± 0,009
V _A - V _C	4,40	4,53 ± 0,05
(V _A -V _B)+(V _B -V _C)	4,4 ± 0,2	4,53 ± 0,04

→ aquí hemos cambiado a la escala de 2V, que tiene mayor precisión, lécito porque la r_o del voltímetro digital no cambia con la escala.

11b)

¿pero por qué? ¿deber

Por tanto, en el segundo caso el efecto de carga es despreciable y la suma coincide con el valor medido, mientras que en el primero el efecto de carga provoca desviaciones importantes en el voltímetro analógico. Esto se debe a que el efecto de carga es un cociente en el que importa la r_o interna del voltímetro y la R del circuito que se está midiendo. Si r_o >> R, el efecto es despreciable. En el primer caso entre V_A-V_B está R₄ ~ 100kΩ, valor comparable a r_o del voltímetro analógico en esa escala. Esto modifica las d.d.p del circuito y, como se ve, la suma no coincide. Por el contra, en el voltímetro digital, la suma sí es equivalente ya que r_od ~ 1MΩ, >> que las resistencias problemáticas, y la corriente apenas se desvía por tal voltímetro.

Al medir con R₁ y R₂, para el voltímetro analógico también se cumple, pues ahora éstas son mucho más pequeñas que su resistencia interna, con lo que el efecto de carga es despreciable y se cumple la suma como si el voltímetro fuera ideal (r_o = ∞).

Por tanto se comprueba que el voltímetro digital es más fiable en un intervalo mayor (> r_o) y hay que tener en general cuidado con el efecto de carga en un circuito con resistencias grandes.

4. bis

Analógico
x Escala 10V

$R \pm 5k\Omega / V \pm 0,2V$

0 4,0

10 3,8

20 3,6

30 3,4

50 3,2

60 3,0

80 2,8

100 2,6

120 2,4

140 2,2

180 2,0

210 1,8

Simplificamos a $\pm 0,2V$ en lugar de $\pm 0,15V$ para evitar añadir 0s en todas las mediciones.

x Escala 3V \leftrightarrow 100 divisiones

$R \pm 1k\Omega$ divisiones $(V) \pm 2 \rightarrow 1 \text{ div.} = 0,03V$

0 100

2 96

5 92

8 88

11 84

15 80

19 76

21 74

25 70

31 66

36 62

43 58

50 54

60 50

70 46

↓ en lugar de 1/6%
↓ 2%
↓ ± 2 divisiones

En estas y sucesivas medidas de resistencias para realizar un ajuste, se han estimado los errores de las mismas no a partir de su sensibilidad sino a partir de las variaciones en V ó I . De hecho para distribuir los puntos adecuadamente, hemos invertido funcionalmente las variables V/I y R , de manera que R era la variable dependiente (la variábamos para conseguir puntos equiespaciados aproximadamente enteros de V/I). En este caso la hemos estimado en $5k\Omega$, aunque en otros casos variará dependiendo del intervalo, lo que es lógico al ser un ajuste no lineal, con zonas de mayor y menor sensibilidad (pendiente). V

5. bis

Digital
x Escala 20V

x Escala 2V

$R \pm 0,1M\Omega$ (V)

$R \pm 0,1M\Omega$ (V)

0	$4,00 \pm 0,04$
1,0	$3,63 \pm 0,04$
2,0	$3,33 \pm 0,03$
3,0	$3,07 \pm 0,03$
4,0	$2,85 \pm 0,03$
5,0	$2,66 \pm 0,03$
6,0	$2,50 \pm 0,03$
7,0	$2,35 \pm 0,02$
8,0	$2,22 \pm 0,02$
9,0	$2,10 \pm 0,02$
10,0	$2,00 \pm 0,02$
11,0	$1,90 \pm 0,02$

0	$1,500 \pm 0,015$
0,5	$1,428 \pm 0,014$
1,0	$1,363 \pm 0,014$
2,0	$1,249 \pm 0,012$
3,0	$1,154 \pm 0,011$
4,0	$1,071 \pm 0,011$
5,0	$1,000 \pm 0,010$
6,0	$0,938 \pm 0,009$
7,0	$0,883 \pm 0,009$
8,0	$0,833 \pm 0,008$
9,0	$0,790 \pm 0,008$
10,0	$0,750 \pm 0,008$
11,0	$0,714 \pm 0,007$

7. Medidas básicas con amperímetro

	E_2	Esala	→ Valores compatibles
Analógico	$9,4 \pm 0,2V$	10V	
Digital	$E_{exp} = 9,31 \pm 0,09V$	20V	
Nominal	9 V		→ orientativo

$R = 470 \Omega$ → integrada ya, la consideramos sin error en los cálculos
 div(I)

Analógico	56 ± 2	→ Fondo 30 mA \equiv 100 divisiones $\Rightarrow I = 16,8 \pm 0,6$
Digital	$17,70 \pm 0,18$	→ iba bajando

↳ Teórico ideal $I = \frac{E_{exp}}{R} = 19,8 \pm 0,2 \text{ mA}$

18% R

8. Caracterización del amperímetro analógico

x Escala 30 mA \equiv 100 div
 $R' = 50 \Omega$

R (Ω) div(I) ± 2

∞ 50

1000 ± 100 48

250 ± 10 44

130 ± 10 40

80 ± 10 38

70 ± 10 34

50 ± 10 30

34 ± 1 26

32 ± 1 25

20 ± 1 20

x Escala 10 mA \equiv 100 divisiones
 $R' = 270 \Omega$

R (Ω) div(I) ± 2

∞ 100

1.000 ± 100 92

700 ± 100 80

500 ± 50 86

340 ± 10 80

240 ± 10 74

170 ± 10 66

130 ± 10 60

100 ± 10 54

87 ± 1 50

70 ± 1 44

?

%

$32 \cdot 30 \approx 70 \cdot 87$

$V_0 - V_0 = 1 \mu V$

de potencial, apenas cambia, con lo que asignamos a R distintos errores.
 En este caso hay mucha sensibilidad para R pequeñas, mientras que para R grandes la diferencia depende del intervalo.

9. Caracterización del amperímetro digital

< fondo > ruido

× Escala 20mA $R^i = 50 \Omega$	
R (Ω)	I (mA)
∞	$15,96 \pm 0,16$
1.000 ± 100	$15,80 \pm 0,16$
400 ± 50	$15,50 \pm 0,16$
180 ± 10	$15,00 \pm 0,15$
110 ± 10	$14,50 \pm 0,15$
77 ± 1	$14,00 \pm 0,14$
59 ± 1	$13,50 \pm 0,14$
47 ± 1	$13,0 \pm 0,13$
32 ± 1	$12,00 \pm 0,12$
$23,4 \pm 0,1$	$11,00 \pm 0,11$
$17,6 \pm 0,1$	$10,00 \pm 0,10$
$13,3 \pm 0,1$	$8,99 \pm 0,09$
$10,3 \pm 0,1$	$8,00 \pm 0,08$
$7,9 \pm 0,1$	$7,00 \pm 0,07$

× Escala 2mA $R^i = 10560 \Omega$	
R (Ω)	I (mA)
∞	$0,800 \pm 0,008$
1.000 ± 10	$0,733 \pm 0,007$
700 ± 10	$0,703 \pm 0,007$
421 ± 1	$0,650 \pm 0,007$
294 ± 1	$0,600 \pm 0,006$
215 ± 1	$0,550 \pm 0,006$
164 ± 1	$0,500 \pm 0,005$
$126,6 \pm 0,1$	$0,450 \pm 0,005$
$98,0 \pm 0,1$	$0,400 \pm 0,004$
$53,0 \pm 0,1$	$0,300 \pm 0,003$

10. Efecto de carga del amperímetro

E_2, R_1	Analogico $div(I) \times Escala 30mA (\approx 100div) \pm 2$	Digital (mA) $\times Escala 20mA$
I_1	24	$7,58 \pm 0,08$
I_2	2	$0,790 \pm 0,008$
I_3	6	$3,38 \pm 0,03$
I_4	16	$5,18 \pm 0,05$
I_5	8	$2,41 \pm 0,02$
I_1	24 ± 2	$7,58 \pm 0,08$
$I_2 + I_3$	8 ± 3	$4,17 \pm 0,03$
$I_4 + I_5$	24 ± 3	$7,59 \pm 0,06$

	Ohmetro → Incluir en E_2	Código colores
R_2	$10,30 \pm 0,10 \Omega$	$10 \pm 5\% \Omega$
R_3	$2,50 \pm 0,03 \Omega$	$2 \pm 5\%$
R_4	$997 \pm 10 \Omega$	$1000 \pm 5\% \Omega$
R_5	$2,14 \pm 0,02 k\Omega$	$2200 \pm 10\% \Omega$

Mch
 $idea$
 De manera similar a con el voltímetro, el efecto de carga en el amperímetro depende de las resistencias de la rama en la que inter-
 lemos. En este caso, el efecto de carga es despreciable \uparrow cuanto mayor
 sean las resistencias problema, ya que en el caso ideal $r_a = 0$.
 Esto se ve confirmado, pues en ambos (digital y analógico), $I_1 =$
 $I_4 + I_5$ pero $\neq I_2 + I_3$, lo que se debe a que R_2, R_3 son pequeñas
 del orden de $r_{aa} = 32 \pm 1 \Omega$, $r_{ad} = 10,3 \pm 0,1 \Omega$. Esto hace que la r_a
 I varíe respecto al caso ideal y la igualdad no se cumple.
 Por contra, $R_4, R_5 \gg r_{aa}, r_{ad}$, pues son $\approx 1k\Omega$. En este
 caso I_1 coincide con $I_4 + I_5$ con bastante exactitud (valores
 compatibles).

4. Ajustes por mínimos cuadrados

Como se observa, el ajuste lineal ^{Fig. 4a)} es correcto y el coeficiente de correlación bastante alto. Los errores estimados en R se adecúan a las desviaciones respecto a la curva ajustada. Los de V , dados por el fabricante son quizá excesivos, algo conservadores, aunque nos indica que pese a haber una correlación buena, puede haber un error sistemático que movería los datos, pero el ajuste sería similar. Tampoco podemos descartar algún error de cero.

La r_0 obtenida $178 \pm 4 \Omega$ es similar a la obtenida con dos puntos ($175 \pm 1 \Omega$), pero este método es más adecuado al tener más medidas. V_0 coincide con el valor fijado $4,0 \pm 0,2 V$.

En cuanto al segundo ajuste, se pueden señalar cosas análogas, sólo que ahora, en una escala más pequeña, el ajuste es más preciso, mayor coeficiente de correlación, etc., y las barras de error se ajustan mejor. Comprándoles, a mayor fondo de escala, mayor resistencia interna necesaria para que las medidas sean fiables (para que el efecto de carga sea despreciable). A mayor fondo, suele haber involucradas R_0 más grandes, con lo que se necesitan r_0 mayores.

De hecho, en todas las escalas, el cociente entre la r_0 y el fondo de escala permanece constante.

$$\frac{178 \text{ k}\Omega}{10V} \approx \frac{60 \text{ k}\Omega}{3V} \approx 20 \cdot 10^3 \text{ }\Omega^{-1} \rightarrow \frac{3}{60000} \text{ A} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \quad \checkmark$$

En cuanto a la ecuación aproximada $V \approx \frac{r}{R+r} V_0$ podemos afirmar que se ha cumplido bien pues se ha dado la siguiente condición: $R_{AB} \text{ del resistato} \ll r_0$.

Esto se justifica:

$$V = r \cdot I_3 \rightarrow I_3 \text{ pasa por voltímetro} \leftarrow \text{mejor dibujo.}$$

$$I_3 (R+r) = I_2 R_2 = (I - I_3) R_2$$

$$I_3 (R+r+R_2) = I R_2 \rightarrow I_3 = \frac{I R_2}{R+r+R_2}$$

$$V = \frac{r R_2}{R+r+R_2} I = \frac{r R_2}{R+r+R_2} \cdot \frac{E}{R_1 + \frac{R_2(R+r)}{R_2+R+r}} = \frac{E r}{R \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) + R_1 + r \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right)}$$

$$= \frac{E r}{\frac{(R+r) \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) + R_1}{r}}$$

si $R_1 \ll r_0$

$$\hookrightarrow V_0 = \frac{E}{\frac{R_1}{R_2} + 1 + \frac{R_1}{R_2}}$$

$$= V_0 \frac{r}{r+R}$$

En efecto, el R_1 establecido para que las medidas tuviesen un valor redondo era tal que R_1 tenía una parte muy pequeña del resistato, con lo que supremos coherentemente con los resultados experimentales que $R_1 \ll r_0$.

5. Las observaciones para el caso digital son análogas, pero sólo que la precisión es mayor en este caso, y el coeficiente de correlación es muy alto en ambas escalas.

A diferencia del caso analógico, en el voltímetro digital, la resistencia interna es la misma para todas las escalas. Sigue sabiendo (incluso con mayor exactitud) que $R_1 \ll r_0$.

Comparando las resistencias internas de las dos escalas, vemos que el valor es del orden de $10M\Omega$, mientras que en el caso analógico era de $0,178M\Omega$, con lo que se aprecia la mayor potencia de este aparato, que podrá medir en circuitos con resistencias mayores pues tendrá un efecto de carga despreciable en la mayoría de casos.

6. Las diferencias en la suma de d.d.p. se debe a la resistencia interna. Si analizamos:



$$V_A - V_B = \frac{R_1 r}{R_1 + r} \cdot \frac{E}{R_2 + \frac{R_1 r}{R_1 + r}} = \frac{E}{1 + \frac{(R_1 + r)R_2}{R_1 r}} = \frac{E}{\frac{R_2 + \frac{R_2}{r} + 1}{R_1}} = \frac{E R_1}{R_2 + \frac{R_2}{r} + 1}$$

Caso ideal: $r \rightarrow \infty$

$$V_B - V_C = \frac{E}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{r} + 1} \stackrel{id}{=} \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_A - V_C = E \text{ (en cualquier caso)} \neq E \left(\frac{1}{\frac{R_2 + \frac{R_2}{r} + 1}{R_1}} + \frac{1}{\frac{R_1 + R_1}{R_2} + 1} \right)$$

($V_A - V_B$) + ($V_B - V_C$) = E \checkmark caso ideal

Tan sólo como estimación, si sustituimos los valores en los cuatro casos

$$\gamma_{An12} \approx 0,65$$

$$\gamma_{Dig12} \approx 0,991$$

$$\gamma_{An34} \approx 0,85$$

$$\gamma_{Dig34} \approx 0,997$$

Si multiplicamos por el valor nominal de E, esperamos

$$(V_A - V_C)^* \approx 2,99$$

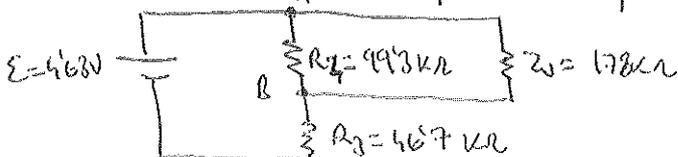
$$(V_A - V_C)^* \approx 4,86$$

$$(V_A - V_C)^* \approx 3,90$$

$$(V_A - V_C)^* \approx 4,83$$

Estos valores son del orden de los obtenidos experimentalmente, y queda claro que en el analógico el efecto es más apreciable, sobre todo en el primer caso, donde γ es menor, pues las resistencias son del orden de Ω .

Me extraña que no salga mejor. Comparación más simple de $V_A - V_C$



$$R_p \equiv R_{\text{paralelo}} = \frac{178 \cdot 99.3}{178 + 99.3} = 63.74$$

$$V_A - V_C = \frac{4.63}{63.74 + 46.7} \cdot 63.74 = 2.67 \leftrightarrow 2.60$$

$$7. \quad I_{an} = 16,8 \pm 0,6 \text{ mA}$$

$$I_{id} = 17,70 \pm 0,18 \text{ mA}$$

$$I_{id} = 19,8 \pm 0,2 \text{ mA}$$

Como vemos, las dos primeras medidas no solapan sus barras de error, pero están muy cerca. Es posible que se deba a un distinto efecto de carga en el amperímetro.

Por ello, el valor ideal es incompatible con los valores experimentales, ya que no se ha tenido en cuenta la resistencia interna. Si se tiene en cuenta (utilizando valores que luego calcularemos),

$$I_{id}^* = 19,6 \pm 0,8 \text{ mA}$$

$$I_{id}^* = 19,4 \pm 0,3 \text{ mA}$$

Estos valores están algo más cerca. La posible desviación podría deberse a la R ya integrada en el circuito, cuyo valor no hemos medido sino leído, y que hemos considerado sin error. Un pequeño error relativo γ en el valor de R haría que las barras de error se solapasen.

8. Ajustes

En el primer ajuste se observa que el valor de r_0 obtenido es similar al obtenido con el método de los dos puntos. Las barras de error se han determinado adecuadamente, pues son del orden de la dispersión alrededor de la curva esperada para cada intervalo. El valor de I_0 coincide aproximadamente con el experimental. El acuerdo de la ley teórica con los datos es bueno, como se observa en el coeficiente de correlación.

En la escala más pequeña, el ajuste es algo mejor (menor dispersión, mayor coeficiente), y la resistencia interna es mayor a menor fondo de escala, de manera que su producto se mantiene constante.

$$30 \cdot 30,8 \text{ mV} \approx 300 \cdot 10^{-3} \cdot 57,6 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad \checkmark$$

Por otro lado, la aproximación $I = I_0 \cdot \frac{R}{R+r}$ es buena ya que:

$$I \cdot r = I_x \cdot R = (I_f - I)R$$

$$I(r+R) = I_f R$$

$$\rightarrow I = \frac{E_2 R}{(r+R)(470+R'+\frac{rR}{r+R})} = \frac{E_2}{r + (470+R') + \frac{(470+R')r}{R}} = \frac{E_2}{r + (470+R')(1 + \frac{r}{R})}$$

$$\text{Si } 470 + R' \gg r \quad \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \quad = I_0 = \frac{E_2}{r + 470 + R'} = \frac{I_0}{(1 + \frac{r}{R(470+R')})}$$

$$= \frac{I_0}{1 + \frac{r}{R}} = \frac{I_0 R}{R+r}$$

En efecto, los valores $470+R'$ con \gg que r , aunque con menor aproximación ($\approx 10\%$), en el que $R' = 50 \Omega$ y $r = 30 \Omega$, lo que puede justificar mayores desviaciones en el ajuste.

9. En este caso, los ajustes son más precisos, y se observa que las resistencias internas son menores en los dos casos, si calculamos el fondo equivalente. $\rightarrow 10 \text{ mA} \leftrightarrow 20 \Omega \Leftrightarrow$ Analógico: $87,6 \Omega$

$$20 \cdot 10,5 \approx 93,4 \cdot 2 \approx 200 \text{ mV}$$

Los coeficientes de correlación lineal son muy altos en ambos casos, y el error de los parámetros muy pequeño, pero compatible con los datos medidos. Por tanto, el amperímetro digital ofrece mayores prestaciones al tener un menor efecto de carga que el analógico para escalas similares.

10.

Si tenemos en cuenta el efecto de carga:

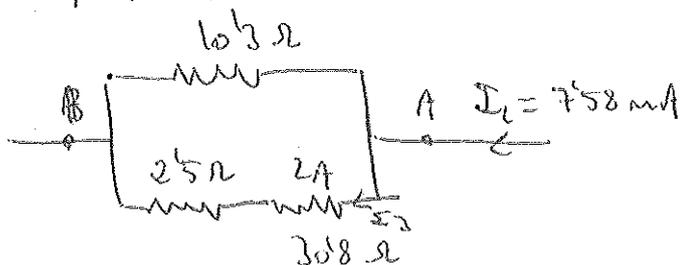
$$I_2 = \frac{E_2}{470 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} \rightarrow \text{al introducir } (A) \text{ en una rama } x \rightarrow R_x = R_x + r$$

De manera similar con I_2, \dots . Por tanto, si r es comparable a R_x , el efecto de carga será significativo, mientras que no será apreciable para R_x grandes. Esto se comprueba, ya que $I_2 + I_3$ aparecen "disminuidos" $\neq I_1$, pues $R_2, R_3 < r$, mientras que $I_4 + I_5 = I_1$ porque $r \ll R_4, R_5$.

11a) Cuadro resumen de resistencias internas r

	Escala 10V	Escala de 3V
Voltímetro analógico	$178 \pm 4 \text{ k}\Omega$	$59,9 \pm 0,4 \text{ k}\Omega$
digital	Escala 20V $9,980 \pm 0,017 \text{ M}\Omega$	Escala 2V $10,010 \pm 0,007 \text{ M}\Omega$
Amperímetro analógico	Escala 30mA $30,80 \pm 1,3 \Omega$	Escala 10mA $87,6 \pm 1,0 \Omega$
digital	Escala 20mA $10,52 \pm 0,10 \Omega$	Escala 2mA $93,4 \pm 0,5 \Omega$

* Ejemplo:



$$R_p = \frac{333 \cdot 10^3}{333 + 10^3} = 7187 \Omega$$

$$V_A - V_B = 7187 \cdot 758 = 596$$

$$I_2 = \frac{596}{333} = 179 \text{ mA}$$

compara con 18 mA exp

tal

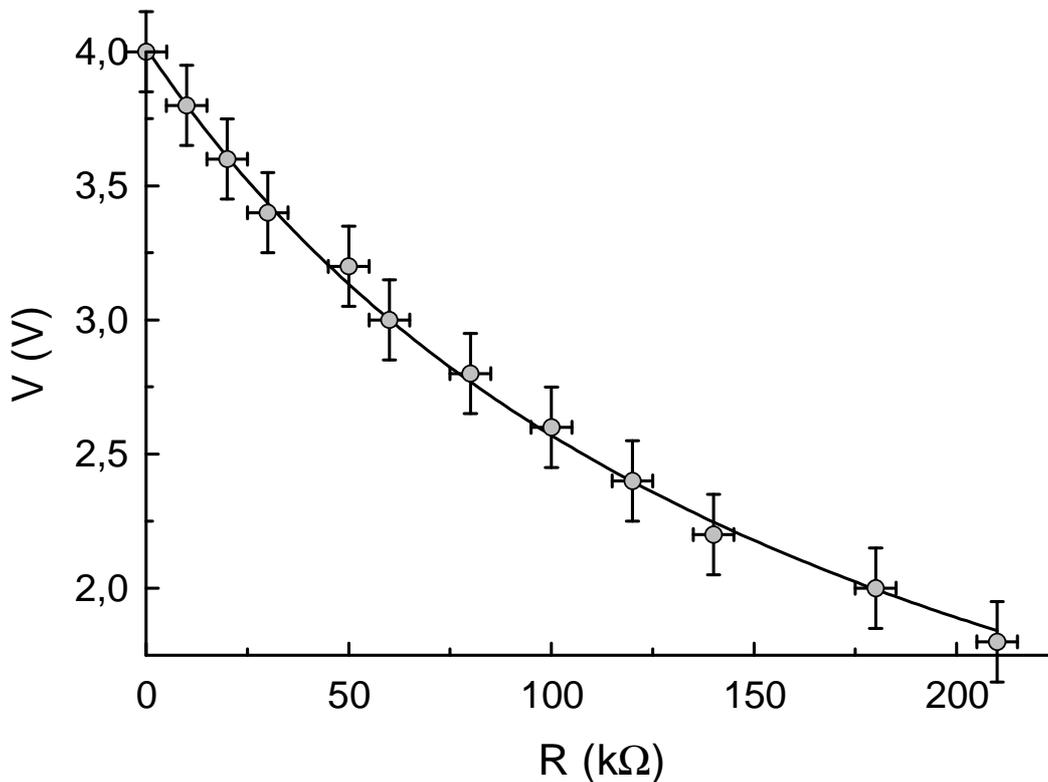


Figura 4a: Caracterización del voltímetro analógico (resistencia interna) a través de la variación de V con una resistencia variable. Escala de 10 V.

Ecuación: $V = V_0 r / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,999$

$V_0 = 4,01 \pm 0,04 \text{ V}$ (3,97 - 4,06) (95%)

$r = 178 \pm 8 \text{ k}\Omega$ (170 - 186)

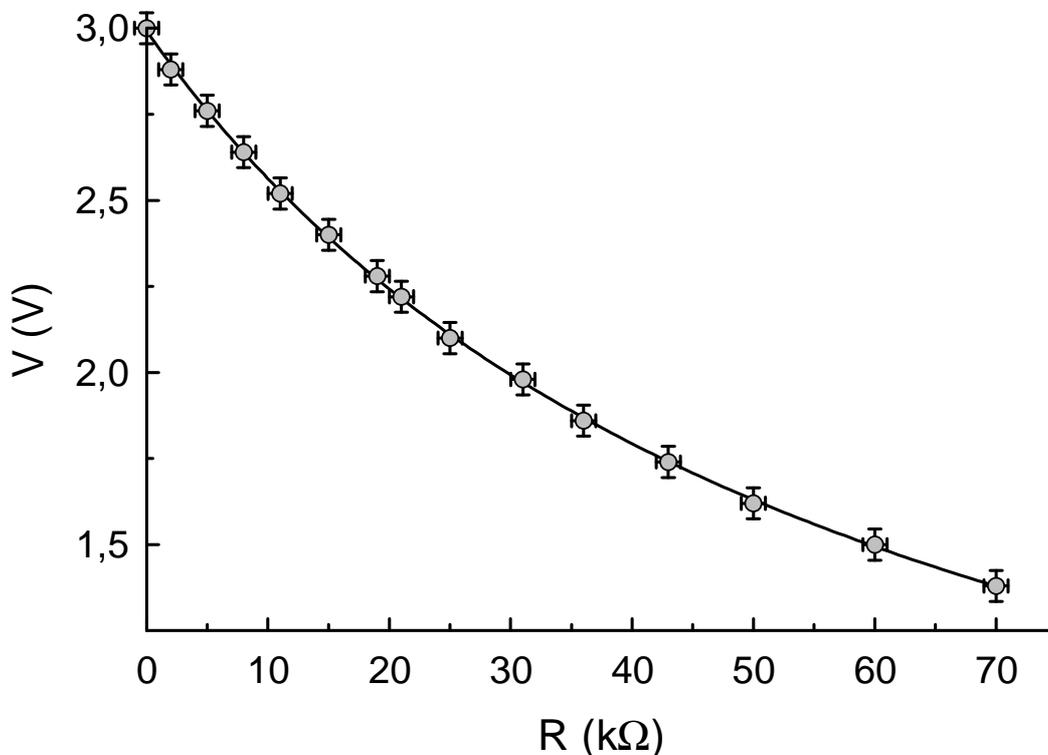


Figura 4b: Caracterización del voltímetro analógico (resistencia interna) a través de la variación de V con una resistencia variable. Escala de 3V.

Ecuación: $V = V_0 r / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9999$

$V_0 = 2,991 \pm 0,010 \text{ V}$ (2,981 - 3,001)

$r = 59,9 \pm 0,8 \text{ k}\Omega$ (59,1 - 60,7)

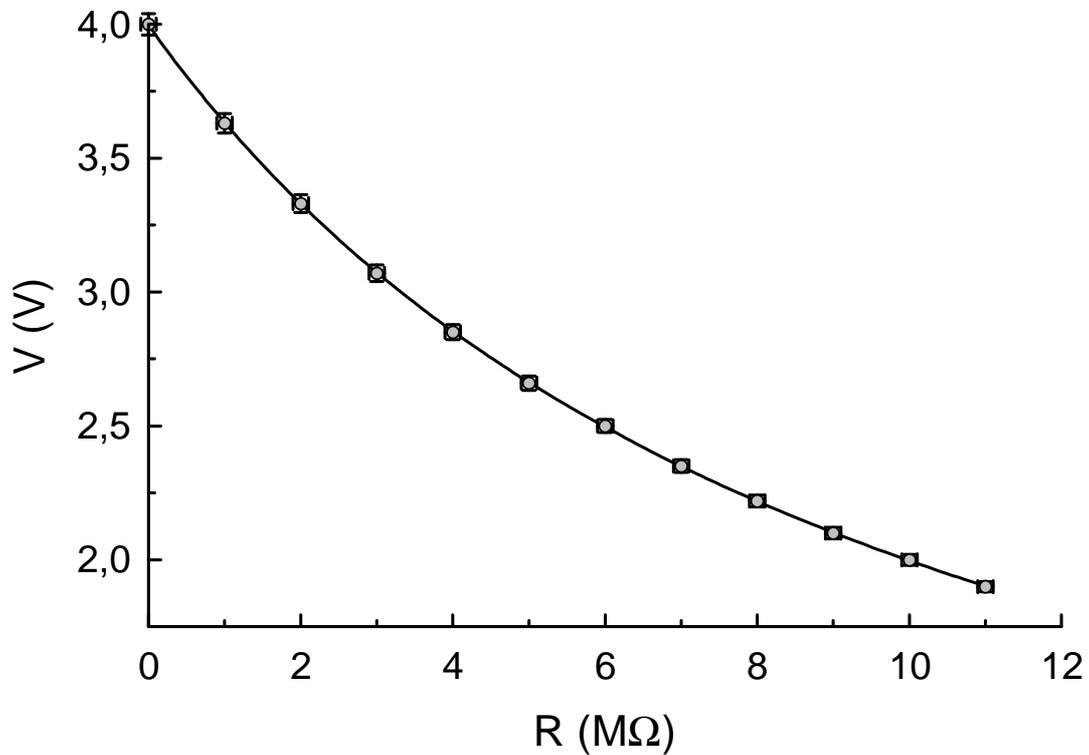


Figura 5a: Caracterización del voltímetro digital (resistencia interna) a través de la variación de V con una resistencia variable. Escala de 20V.

Ecuación: $V = V_0 r / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,99999$

$V_0 = 3,997 \pm 0,004 \text{ V}$ (3,992 - 4,001)

$r = 9,980 \pm 0,017 \text{ M}\Omega$ (9,942 - 10,019)

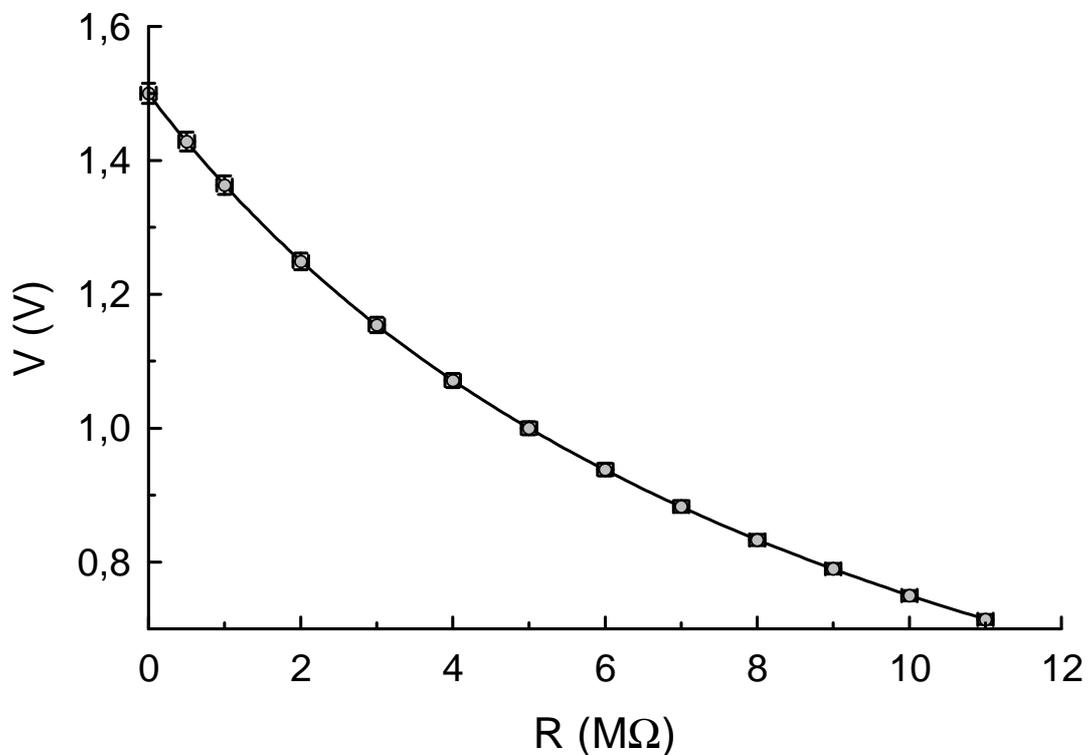


Figura 5b: Caracterización del voltímetro digital (resistencia interna) a través de la variación de V con una resistencia variable. Escala de 2V.

Ecuación: $V = V_0 r / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,999999$

$V_0 = 1,4995 \pm 0,0006 \text{ V}$ (1,4988 - 1,5001)

$r = 10,010 \pm 0,014 \text{ M}\Omega$ (9,995 - 10,025)

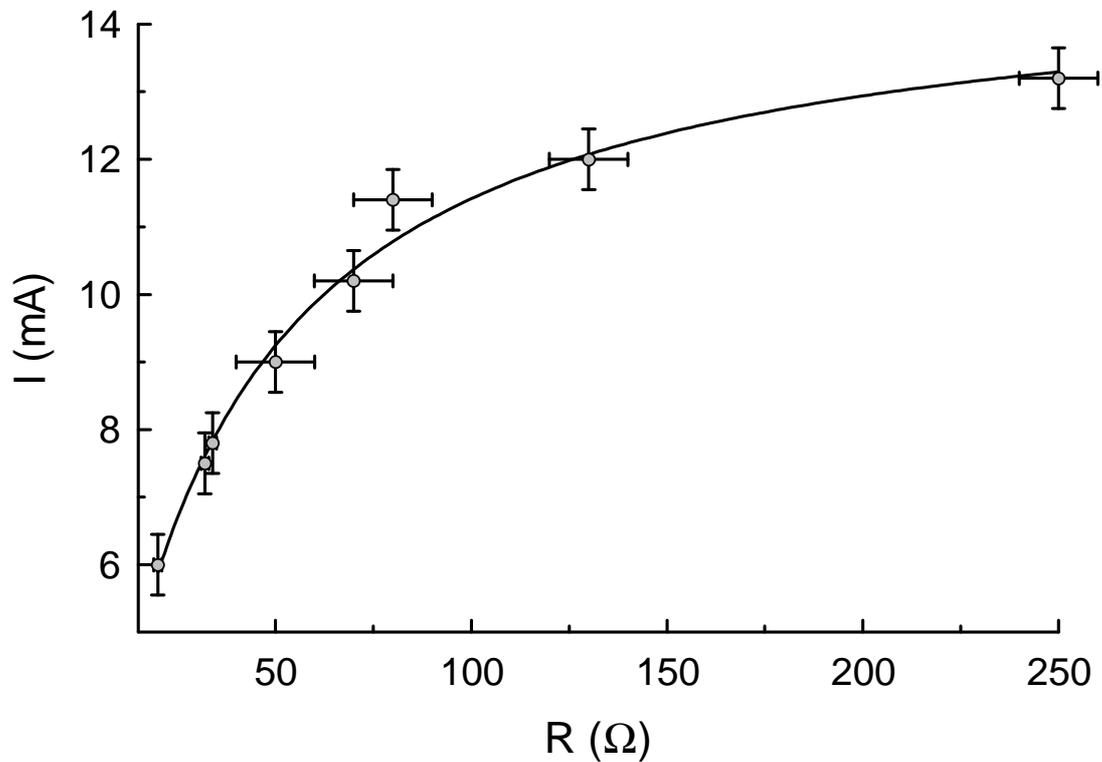


Figura 8a: Caracterización del amperímetro analógico (resistencia interna) a través de la variación de I con una resistencia variable. Escala de 30mA.

Ecuación: $I = I_0 R / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,997$

$I_0 = 14,93 \pm 0,16 \text{ mA}$ (14,56 – 15,30)

$r = 30,80 \pm 1,3 \Omega$ (27,8 - 33,8)

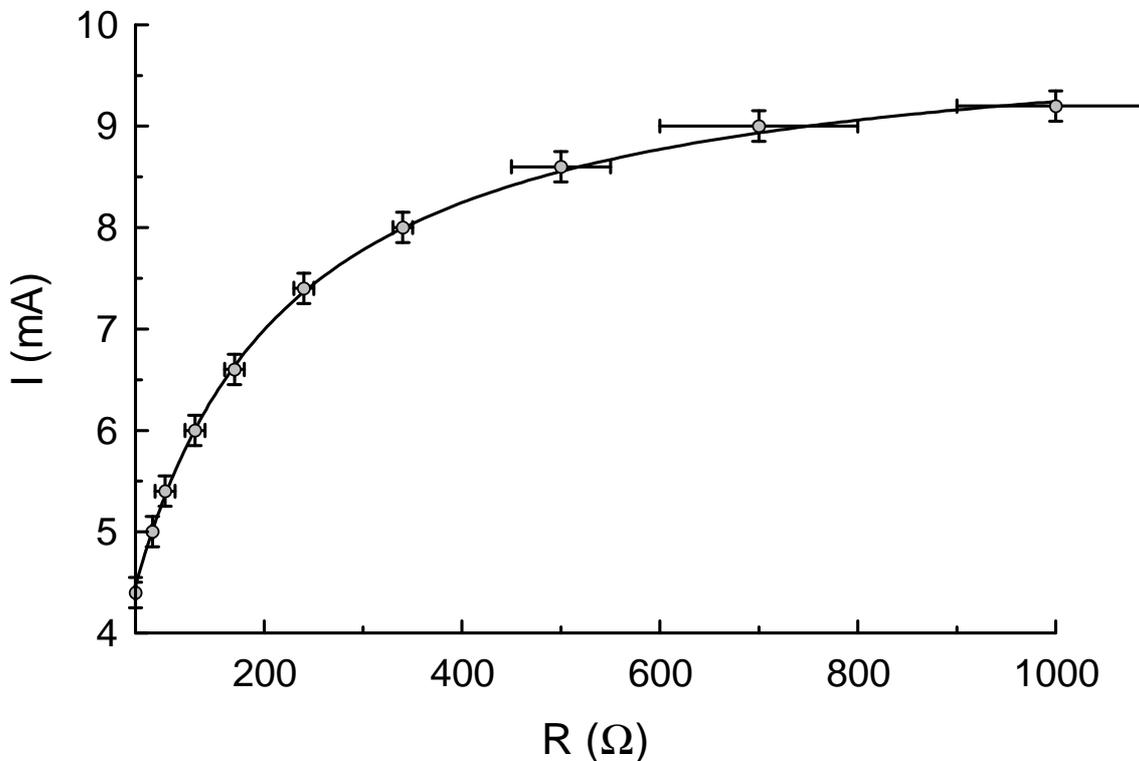


Figura 8b: Caracterización del amperímetro analógico (resistencia interna) a través de la variación de I con una resistencia variable. Escala de 10mA.

Ecuación: $I = I_0 R / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9997$

$I_0 = 10,05 \pm 0,06 \text{ mA}$ (9,98 – 10,12)

$r = 87,6 \pm 1,0 \Omega$ (85,2 - 89,9)

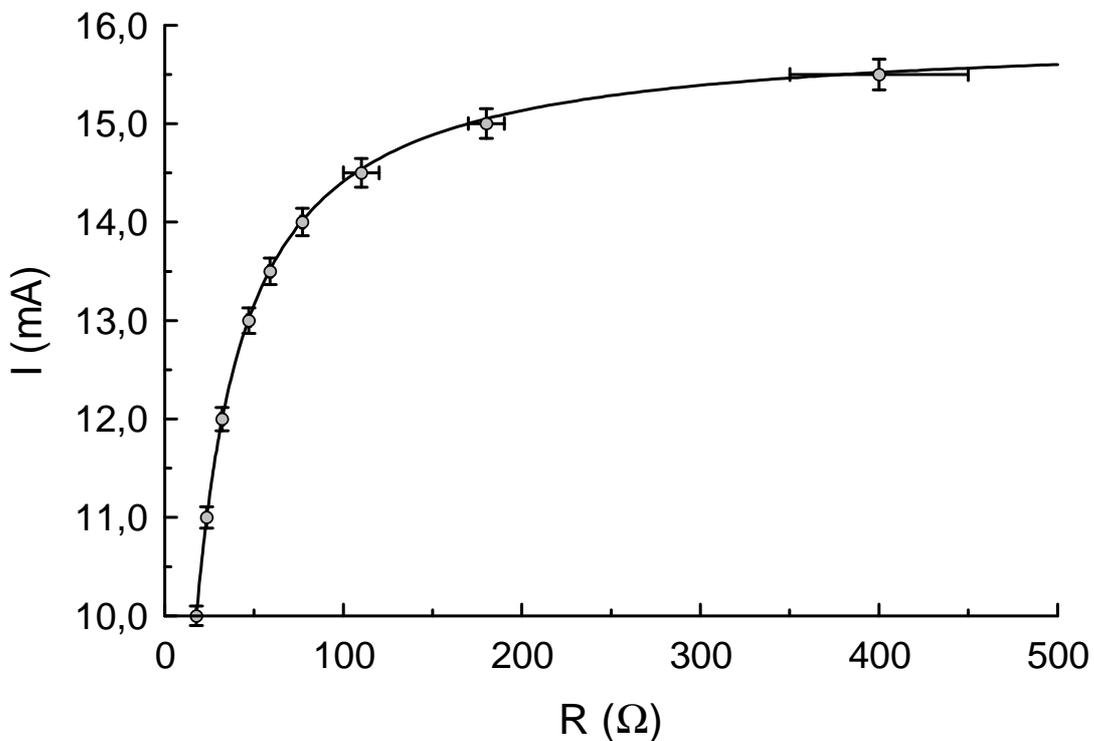


Figura 9a: Caracterización del amperímetro digital (resistencia interna) a través de la variación de I con una resistencia variable. Escala de 20mA.

Ecuación: $I = I_0 R / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9997$

$I_0 = 15,93 \pm 0,04 \text{ mA}$	(15,88 - 15,98)
$r = 10,52 \pm 0,10 \Omega$	(10,29 - 10,75)

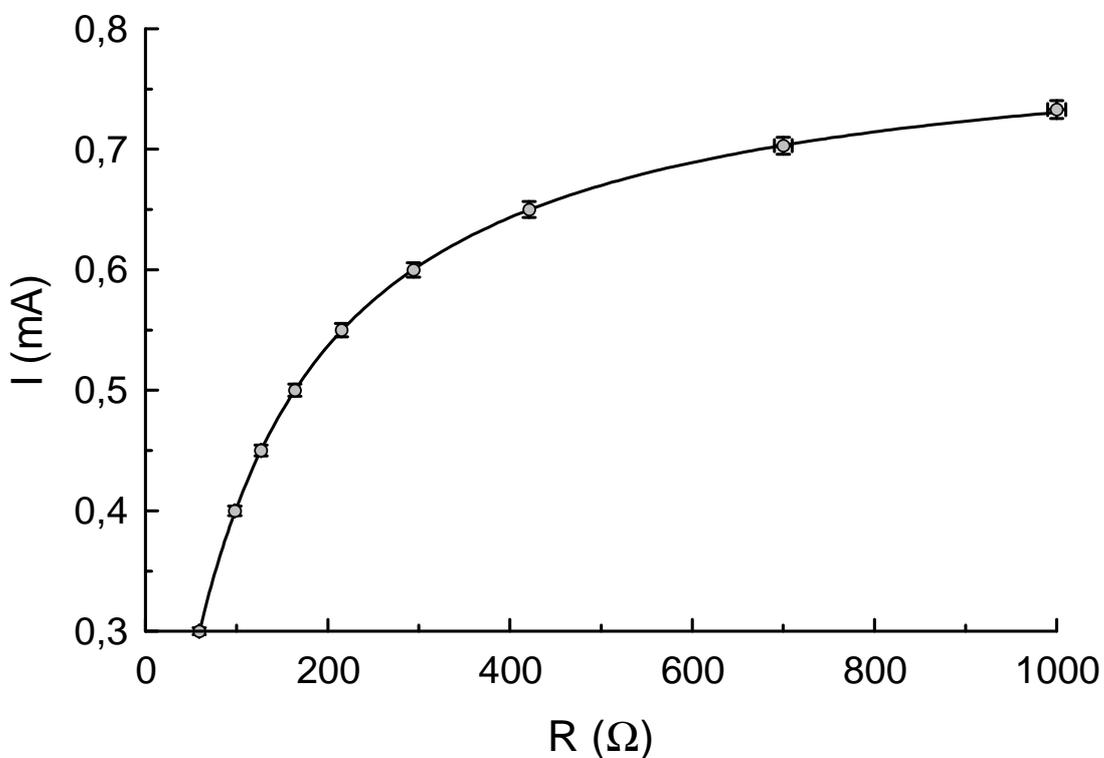


Figura 9b: Caracterización del amperímetro digital (resistencia interna) a través de la variación de I con una resistencia variable. Escala de 2mA.

Ecuación: $I = I_0 R / (R + r)$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,99996$

$I_0 = 0,8033 \pm 0,0011 \text{ mA}$	(0,8008 - 0,8057)
$r = 99,4 \pm 1,0 \Omega$	(98,2 - 100,6)