

PRÁCTICA N° 4: EL OSCILOSCOPIO

Objetivos: Manejo del osciloscopio, medida de tensiones, tiempos, frecuencias y desfases, y caracterización del efecto de carga.

Material: Osciloscopio, generador de baja frecuencia y componentes R, C.

1. USOS Y FUNCIONAMIENTO DEL OSCILOSCOPIO

El **osciloscopio** es un aparato que proporciona una representación gráfica XY en su pantalla. En la configuración más usual, dicha representación gráfica corresponde a la variación de una tensión con el tiempo (eje X = tiempo, eje Y= tensión medida). Una segunda configuración del aparato permite representar dos tensiones, una (eje Y) en función de la otra (eje X), dejando al tiempo como un parámetro.

El osciloscopio es esencialmente un tubo de rayos catódicos en el que se genera un haz de electrones que produce un punto luminoso al chocar contra una pantalla recubierta interiormente de material fluorescente (ver figura 1). Durante el recorrido, los electrones pasan entre unas placas metálicas P_1 situadas en posición horizontal y otras P_2 situadas en posición vertical. Aplicando una diferencia de potencial (ddp) a las placas P_1 y P_2 se consigue controlar la posición del haz de electrones en la pantalla.

Si la ddp aplicada a un par de placas es variable con el tiempo, el haz de electrones seguirá esta variación. Por ejemplo, aplicando a P_1 una tensión senoidal, el punto luminoso describirá en la pantalla un movimiento armónico simple en dirección vertical. Si ahora aplicamos a P_2 una tensión creciente linealmente con el tiempo, el punto luminoso se verá obligado a recorrer la pantalla en dirección horizontal con velocidad constante. La composición de estos dos movimientos hace que el punto luminoso dibuje en la pantalla la tensión aplicada inicialmente a las placas P_1 en función del tiempo. El osciloscopio consigue generar una gráfica estable en la pantalla a base de superponer rápidamente la misma imagen.

La tensión creciente linealmente con el tiempo aplicada a las placas P_2 se llama **tensión de barrido interno del osciloscopio**, por ser una tensión generada dentro del osciloscopio y que obliga al punto luminoso a barrer horizontalmente la pantalla.

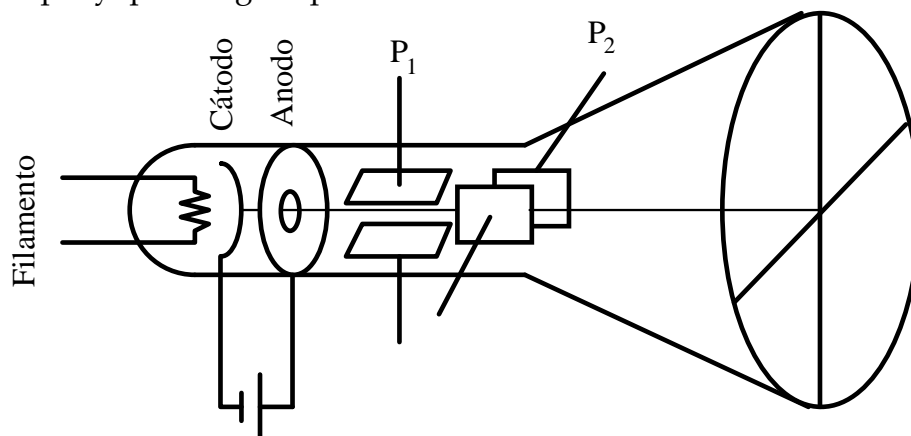


Figura 1

2. PUESTA EN MARCHA DEL OSCILOSCOPIO

El objetivo de este apartado es entender el papel de cada uno de los mandos de control del osciloscopio. Para ello se deben leer paralelamente los apéndices A "Mandos del Osciloscopio" y B "Generador de Señal". En esencia se trata de seguir el esquema:

- a) Enchufar el osciloscopio a la red y conectarlo con el mando POWER.
- b) Conectar la señal procedente de un generador (ver Apéndice "GENERADOR DE SEÑAL") al canal 1 (CH I). Situar los mandos de control del disparo en modo automático e interno (ver A.1.3). Ajustar los mandos de control del canal de entrada (A.1.4) y los mandos de control del eje horizontal (A.1.2) hasta conseguir una imagen estable que incluya unos pocos períodos de la señal.
- c) Una vez obtenida una imagen estable en la pantalla del osciloscopio, estudiar uno por uno los mandos del osciloscopio y del generador de señal siguiendo los apéndices A y B.
- d) Recordar que para hacer medidas de tensión en el eje vertical o de tiempos en el eje horizontal, los botones centrales de los conmutadores de dichas escalas deben situarse en la posición de calibrado (ver indicaciones en el apéndice A.1.2 y A.1.4).
- e) Para visualizar la tensión de barrido interno del osciloscopio, desconectar las señales de los canales 1 y 2, y variar el tiempo de barrido (mando de control del eje horizontal: TIME/DIV) en un tiempo muy largo (1 ó 2 segundos). Observaremos que aparece un punto en la pantalla que recorre la pantalla horizontalmente. Comprobar que el tiempo que tarda en recorrer cada cuadro (grande) es el tiempo de barrido fijado con el mando de control.

Antes de comenzar las medidas de la práctica se recuerda que el error de sensibilidad de una medida directa es el correspondiente al valor más pequeño que puede apreciarse. Así pues, cada vez que se haga una medida con un aparato anotad la escala en la que se hace y la sensibilidad de dicha escala (que no tiene porque ser la división más pequeña).

3. MEDIDAS DE COMPROBACIÓN

Dejando los mandos del generador de señal fijos en una posición cualquiera, mediremos la amplitud y frecuencia de la señal que esté proporcionando:

- a) Medida de tensiones: amplitud de una señal armónica.

Contando el número de divisiones verticales (cuadros grandes) que abarque en la pantalla la señal desde su máximo hasta su mínimo, y multiplicando por la escala que indique el mando volts/div. , obtendremos lo que se llama la ddp de pico a pico, que es 2 veces la amplitud de la señal armónica. Es decir, para una señal de la forma: $v(t)=v_0\text{sen}(\omega t+\phi)$, la tensión de pico a pico vale $2v_0$. El valor eficaz de dicha tensión (que es lo que mediríamos con un voltímetro de corriente alterna) se calcularía dividiendo por la raíz cuadrada de dos: $V_{0\text{eficaz}}= v_0/\sqrt{2}$. Para realizar esta medida debemos recordar que la señal se puede desplazar en la pantalla tanto en el eje horizontal como en el vertical.

b) Medida de tiempos: período y frecuencia de una señal armónica.

Contando el número de divisiones horizontales (cuadros grandes) correspondientes a una longitud de onda de la señal (distancia entre dos máximos consecutivos o dos mínimos consecutivos), y multiplicándolo por la escala que indique el mando TIME/DIV, obtendremos el período de la señal (T). La frecuencia será simplemente su inverso y deberá coincidir con la indicada en los mandos del generador ($f=1/T$). Para realizar esta medida debemos recordar que la señal se puede desplazar en la pantalla tanto en el eje horizontal como en el vertical.

4. MEDIDAS DE AMPLITUD Y DESFASE

En este apartado vamos a realizar una serie de medidas de amplitud y desfase en función de la frecuencia. Para ello montaremos el circuito RC de la figura 2, que utilizaremos en los tres apartados siguientes, y que permitirá realizar las correspondientes comprobaciones teóricas. La resistencia y el condensador usados tienen los siguientes valores nominales: $R=8.2\text{ k}\Omega$ y $C=47\text{ nF}$.

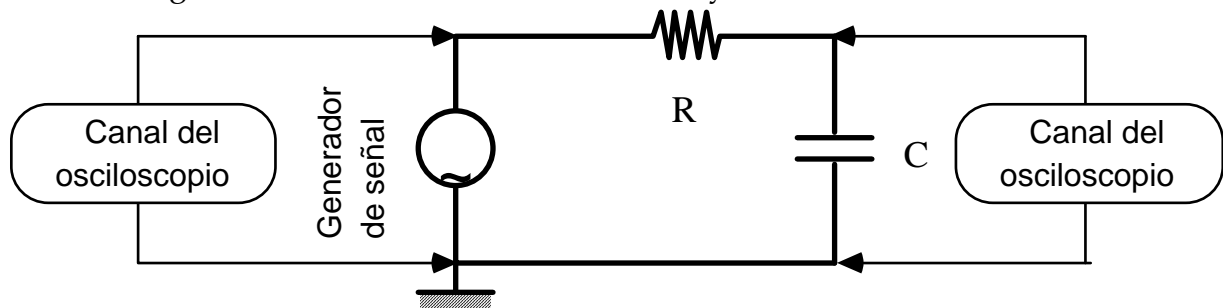


Figura 2

a) Ajustar inicialmente la frecuencia del generador de señal a 40 Hz, y su amplitud a un valor fijo intermedio, por ejemplo 1 V de pico a pico (de pico a pico = de máximo a mínimo de la senoide). Medir a continuación la amplitud de la diferencia de potencial de pico a pico en el condensador, en función de la frecuencia del generador, manteniendo su amplitud constante. Tomar valores de la frecuencia que sigan aproximadamente una sucesión geométrica de factor 1.5, es decir: 40, 60, 100, 150, 200, 300, 400, 600, 1000 Hz, etc., hasta 10^4 Hz. La expresión teórica de V_C viene dada por:

$$V_c = \frac{\varepsilon}{1 + jRC\omega} \quad (1)$$

por lo que el módulo de la tensión en los bornes del condensador es:

$$|V_c| = \frac{|\varepsilon|}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \quad (2)$$

b) Medir el desfase Φ entre V_C y ε a 200 Hz y 5000 Hz, con la configuración XY del osciloscopio (pulsando el conmutador X-Y) (leer el Apéndice C: medida de desfases con el osciloscopio). El desfase Φ (tomando el origen de fases en el generador, $\varepsilon = |\varepsilon| e^{j0}$) viene dado por:

$$\Phi = \arg(V_C) = -\arctg(RC\omega). \quad (3)$$

Nota: tened en cuenta que lo que se mide es $|\Phi|$. Se pueden comparar los resultados medidos con los predichos por la expresión (3).

- c) Repetir el apartado anterior, midiendo ahora el desfase de acuerdo con el Apéndice D: medida del retardo temporal. Comparar con lo obtenido en b).

5. MEDIDA DE FRECUENCIAS POR EL METODO DE LAS CURVAS DE LISSAJOUS

Este apartado es una aplicación de la configuración XY del osciloscopio: representación de una tensión Y en función de otra X.

Las **curvas de Lissajous** son las trayectorias que sigue un punto en el plano XY al componer dos movimientos armónicos simples perpendiculares. Estas curvas tienen formas características y simples cuando la relación entre las frecuencias de los movimientos armónicos es una fracción sencilla. Esta propiedad puede utilizarse para medir frecuencias y en particular para determinar las frecuencias múltiplo y submúltiplo de otra frecuencia dada como referencia.

En nuestro caso utilizaremos las curvas de Lissajous para determinar la frecuencia de un oscilador de frecuencia fija. Para obtener una curva de Lissajous en la pantalla del osciloscopio procederemos como sigue:

- Pasaremos a la configuración X-Y, pulsando el conmutador correspondiente.
- Conectaremos la señal del oscilador de frecuencia fija al canal de entrada 1 (eje Y) que tomaremos como frecuencia de referencia f_1 .
- Conectaremos la señal del generador de frecuencia variable al canal de entrada 2 (eje X). Ajustar los mandos de ambos canales para obtener una figura de tamaño razonable en la pantalla, que inicialmente puede tener la apariencia de un simple borrón rectangular.
- Variando la frecuencia f_2 del generador (eje X) buscaremos crear las curvas más sencillas posibles: una elipse, un "ocho", etc. (encontrar al menos 6 curvas).

Dada la imposibilidad práctica de ajustar exactamente la frecuencia del generador, las curvas de Lissajous suelen presentar una deriva continua, prueba de la sensibilidad del método. Debemos conformarnos con tomar mentalmente una fotografía instantánea de las curvas más sencillas. Para una figura de Lissajous cualquiera, la relación entre las frecuencias de los dos movimientos armónicos que la componen puede obtenerse mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\text{N}^\circ \text{ de cortes de la curva con el eje Y}}{\text{N}^\circ \text{ de cortes de la curva con el eje X}} = q$$

Anotar los diagramas de las figuras más sencillas que se obtengan y los valores de q correspondientes (la frecuencia f_2 es la frecuencia que marca el mando del generador de tensión):

Diagrama	q	f ₂ medida	f ₁ calculada

Si representamos posteriormente f_2 en función de q, podremos obtener f_1 como la pendiente de la recta de ajuste de los puntos experimentales, ya que $f_2 = q f_1$.

6. CUESTIONES

Realizar las gráficas y comprobaciones señaladas a lo largo del guión. En particular :

- a) Representar $\log(|V_C|/|\varepsilon|)$ en función del logaritmo de la frecuencia, $\log(\omega)$ (donde $\omega=2\pi f$), comparando las medidas experimentales con el cálculo teórico (ecuación 2).
- b) Comparar los dos métodos de medida de desfase para las frecuencias señaladas (200 y 5000 Hz), así como los valores obtenidos con el cálculo teórico. (ec. 3).
- d) Representar gráficamente f_2 en función de q y obtener el valor de f_1 a partir del correspondiente ajuste por mínimos cuadrados.

APÉNDICE A: MANDOS DEL OSCILOSCOPIO

A.1. CONFIGURACIÓN N° 1: REPRESENTACION DE UNA DDP EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

A.1.1 Control del haz de electrones:

POWER = conecta el osciloscopio.

INTENSITY = controla el brillo de la imagen de la pantalla.

FOCUS = enfoca la imagen haciéndola nítida.

A.1.2 Control del eje horizontal:

TIME/DIV = fija la escala del eje horizontal (tiempo/división grande) mediante la selección de la frecuencia de barrido interno. El botón central del conmutador permite un ajuste continuo de la escala del eje X, y sólo en su posición de calibrado (marcado en el panel frontal, al lado del conmutador) la escala de la pantalla es la indicada en el selector.

X-POS. = controla la posición del eje horizontal, sirviendo para centrar la imagen. La escala horizontal se puede ampliar en un factor 10 pulsando el conmutador X-MAG.

A.1.3 Control del disparo del barrido interno (TRIGGER):

LEVEL = fija el valor de la tensión de entrada con el que se inicia (o se dispara) el trazado de la misma en la pantalla. Con ello se consigue que trazados sucesivos se superpongan al iniciarse siempre en el mismo punto, dando así una imagen inmóvil en la pantalla. La imagen resulta inestable cuando este mando está desajustado. Se puede trabajar con control de trigger automático/manual utilizando el conmutador AT/NM. En modo automático, el nivel de trigger (level) se puede variar, pero está limitado de manera que no puede sobrepasar el valor máximo (mínimo) de la señal, con lo que siempre vemos la señal en pantalla. En modo manual, el nivel de trigger se puede variar sin límite, pero si se sobrepasa el valor

máximo (mínimo) de la señal, el osciloscopio no dispara el barrido, y por tanto desaparece la señal de la pantalla.

SLOPE = Controla el que el inicio del trazado de la curva se realice con pendiente positiva o negativa.

TRIG. EXT. = Permite la sincronización del barrido con una señal exterior, que se conecta en el terminal BNC, que hay justo debajo de este conmutador.

A.1.4 Control de los canales de entrada (eje vertical):

El osciloscopio de esta práctica tiene dos canales de entrada (CH I y CH II), lo que significa que pueden representarse simultáneamente dos tensiones distintas en función del tiempo. Cada uno dispone de un conector para cable coaxial tipo BNC, señalado con la palabra INPUT, que se utiliza para conectar la tensión que se desea representar gráficamente en la pantalla. Es **MUY IMPORTANTE** observar que uno de los bornes de cada una de las entradas es tierra (conectada a la malla exterior del cable coaxial), y que por tanto dicho borne sólo puede conectarse a la tierra de los circuitos en los que se mide tensiones. Cada canal se controla con tres mandos:

Y-POS. = controla la posición del origen del eje vertical, desplazando la imagen verticalmente.

VOLTS/DIV = fija la escala del eje vertical en voltios por división grande. El botón central del conmutador permite un ajuste continuo de la escala del eje Y, y sólo en su posición de calibrado (marcada al lado) la escala de la pantalla es la indicada en el selector.

AC-DC = conmutador de dos posiciones: filtra la señal de entrada quitando la componente de corriente continua (AC), es decir, representa la señal variable con el tiempo eliminando cualquier componente de continua ó no filtra la señal de entrada (DC), incluyendo también la componente de corriente continua que ésta pueda tener, por lo que representa la señal de entrada "completamente".

GD = conecta el canal a tierra con independencia de la tensión que esté aplicada al borne de entrada, por lo que en la pantalla aparece una recta horizontal (barrido horizontal) que podremos desplazar hacia arriba o hacia abajo, fijando así el origen de potenciales.

CHI/II y DUAL= permite seleccionar qué canal se representa en la pantalla (CHI ó CH II), o si se representan ambos simultáneamente (DUAL).

A.2. CONFIGURACION N°2: REPRESENTACION DE UNA DDP (CH I) EN FUNCION DE OTRA DDP (CH II)

El conmutador XY desconecta el barrido interno, y conecta el eje horizontal al canal de entrada CH I. Con ello los mandos de este canal pasan a controlar el eje X y la pantalla se convierte en el plano XY: eje Y= canal CH II y eje X= canal CH I.

APÉNDICE B: GENERADOR DE SEÑAL

Un **generador de señal** es un aparato que proporciona una señal en función del tiempo cuya forma podemos controlar. Las formas más habituales son señales sinusoidales, cuadradas, triangulares, en diente de sierra, etc. Suele disponer de los siguientes mandos y conexiones:

INTERRUPTOR DE CONEXIÓN: pone en marcha el aparato, tiene dos posiciones ON (encendido) y OFF (apagado), y a veces está incorporado a otros mandos del aparato (ó está en la parte trasera).

SELECTOR DE FUNCIÓN: es un conmutador que selecciona el tipo de señal que el aparato genera. Típicamente las opciones son: señal sinusoidal, que es la más usual, señal cuadrada, señal triangular y señal en diente de sierra, pero no todos los generadores incorporan las mismas opciones.

BORNES DE SALIDA: son los bornes del generador entre los que aparece la ddp generada en el mismo. Uno de ellos es el borne de referencia y suele estar conectado a tierra. En ocasiones los bornes son un conector tipo BNC para cable coaxial, en cuyo caso el borne exterior es el de referencia (tierra). Algunos generadores, además del borne de salida habitual (generalmente con una impedancia de 50Ω ó 600Ω), presentan una salida de referencia cuadrada (TTL) y una entrada (IMPUT) para amplificación. En esta práctica sólo se utilizará la salida de baja impedancia (50Ω).

CONTROL DE LA AMPLITUD: son los mandos que permiten variar la amplitud (voltios) de la señal generada. Suele disponerse de dos mandos: un conmutador que selecciona distintos intervalos y otro mando que permite una variación continua de la amplitud. En nuestro caso, sólo se dispone de éste segundo (AMPLITUDE).

CONTROL DE LA FRECUENCIA: son los mandos que permiten variar la frecuencia (Hz) de la señal generada. Suele disponerse de dos mandos: un conmutador que selecciona distintos intervalos o rangos de frecuencia, y otro mando que permite una variación continua de la frecuencia.

APÉNDICE C: MEDIDA DE DESFASES CON EL OSCILOSCOPIO

Dadas dos señales sinusoidales:

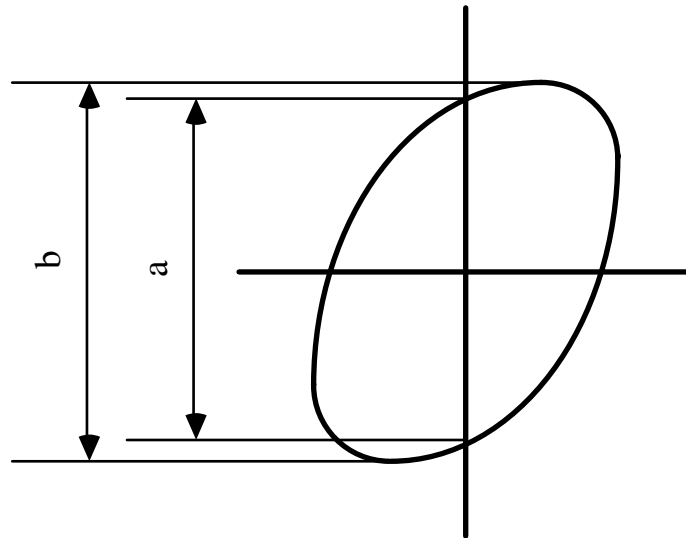
$$V_1 = V_{10} \text{ sen}(\omega t + \Phi_1)$$

$$V_2 = V_{20} \text{ sen}(\omega t + \Phi_2)$$

la medida del desfase entre ambas señales $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ puede realizarse mediante la función XY de un osciloscopio. Previa conexión de V_1 y V_2 a los bornes de entrada de los canales A y B, la función XY configura el osciloscopio de tal modo que en la pantalla se obtiene la gráfica V_1 en función de V_2 .

La gráfica V_1 en función de V_2 es una elipse, a partir de la cual puede medirse el módulo del desfase $|\Phi|$ mediante la relación:

$$\text{sen } |\Phi| = \frac{a}{b}$$

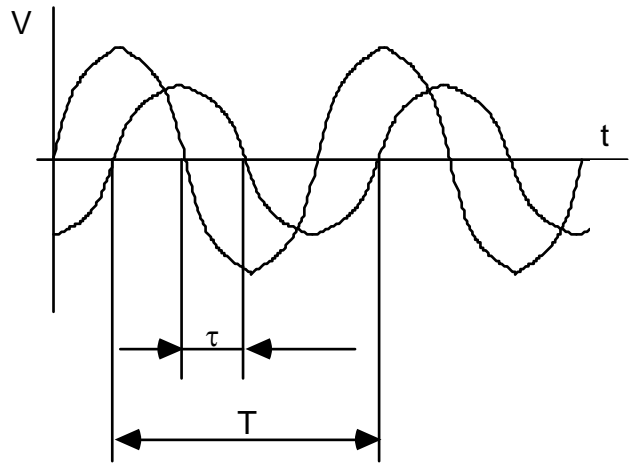


El valor de b se puede medir desplazando la posición horizontal (X-POS.) para poder ver mejor las tangentes con el eje vertical. Sin embargo, observar que para medir el valor de “ a ”, la elipse debe estar bien centrada, ya que dicho valor queda determinado por los cortes con el eje vertical. Para centrar perfectamente la elipse podemos usar el conmutador GD. Pulsaremos dicho conmutador (posición hacia dentro) para los dos canales. Esto equivale a desconectar las dos señales, con lo que observaremos un punto en la pantalla. Este punto lo centraremos con los mandos que nos permiten desplazar la señal de la pantalla (X-POS. para el eje horizontal, e Y-POS. para el eje vertical). A continuación volveremos pulsar el conmutador GD (posición hacia fuera) con lo que tendremos la elipse centrada. El cociente a/b determina el módulo de Φ , y su signo debe deducirse o bien por consideraciones físicas o bien por otras medidas distintas.

Un procedimiento práctico para realizar la medida de Φ consiste en ajustar en cada medida la amplitud de entrada para mantener b constante, bastando de esta forma con medir a (esto puede hacerse siempre que la variación de la amplitud de la señal de entrada no modifique el desfase medido, como sucede en esta práctica). Dado que a y b van a tener las mismas unidades, el cociente a/b puede obtenerse sin preocuparse del valor concreto de la escala del eje Y.

APÉNDICE D: MEDIDA DEL RETARDO TEMPORAL

La medida del retardo τ entre dos sinusoides, tal como indica la figura



permite determinar el desfase entre dos señales sinusoidales:

$$V_1 = V_{10} \text{ sen}(\omega t + \Phi_1)$$

$$V_2 = V_{20} \text{ sen}(\omega t + \Phi_2)$$

El desfase entre ambas señales $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ viene dado por $\Phi = (2\pi\tau)/T$ (salvo un múltiplo de 2π), es decir, si medimos τ y T podremos calcular fácilmente el desfase Φ .

2.

a) Osciloscopio conectado.

b) Conectamos una señal ^(50 Ω de impedencia) en el rango de 200 MHz, y ajustamos la imagen para que sea estable y contenga pocos periodos de la señal. 1 cuadro grande \equiv 1 división, dividido en 5 subdivisiones.
1 subdivision \equiv 0,2 divisiones.

c) LEVEL regula el voltaje al inicio del barrido interno.
SLOPE cambia la pendiente inicial de la curva.

TRIG EXT \rightarrow TTL/CMOS (SUX OUT)

1 borne a tierra en CH1/2

DUAL \rightarrow ambos simultáneamente; CHOP: más sincronizado.

d) Calibrado \rightarrow mando a la derecha del todo

e) Sin señal, ^{en ningún canal} en una escala de tiempos grande, se aprecia barrido de un punto de izquierda a derecha. Escala de 0,2 s.

Parda $\sim 2,1 \pm 0,2$ s ^(medida con un cronómetro corriente) en recorrer toda la pantalla el punto. \rightarrow Equivale a 10 cuadros $\cdot 0,2$ s = 2 s, \Rightarrow valores compatibles \Rightarrow barrido interno y escala de pantalla bien calibrados.

\rightarrow Error de sensibilidad de una medida directa, fijándose en la división apreciable más pequeña y estimando la probable dispersión al realizar varias medidas. Como ^{se comprueba que} la dispersión es pequeña, asignaremos en general el error correspondiente a la división de escala más pequeña apreciable $\equiv 0,2$ divisiones.

3. Dejamos el generador de señal en 100 ± 5 Hz, con una señal armónica.

^{continuación del error del mando del generador, que no tiene display. Error relativo considerable. > 1%.}

a) Conecto el canal 2 en tierra y pongo dual para medir más fácilmente las divisiones verticales, moviendo la V-POS de la recta de tierra.

Divisiones (V): $4,4 \pm 0,2$, Escala 1V $\Rightarrow 2V_0 = 4,4 \pm 0,2$ V

$\rightarrow V_0 = 2,2 \pm 0,1$ V |||
d.d.p. de pico a pico

Comprobación del voltaje con el multímetro:

$$V_{ef} = 1,529 \pm 0,015 V \quad (\text{error estimado del } 1\%)$$

$$\hookrightarrow V_0 = V_{ef} \cdot \sqrt{2} = 2,16 \pm 0,02 V$$

\Rightarrow Los valores son compatibles, pues la incertidumbre del valor experimental con osciloscopio engloba el valor con multímetro.

b) Distancia en el eje del tiempo, en la escala de 1ms/div (posición de: calibrado): $9,6 \pm 0,2$ divisiones

$$\rightarrow T = 9,6 \pm 0,2 \text{ ms} \quad \rightarrow f = \frac{1}{T} \pm \frac{\delta(T)}{T^2}$$

$$f = 0,104 \pm 0,002 \text{ kHz} = 104 \pm 2 \text{ Hz}$$

\Rightarrow Coincide les compatible con el valor esperado según el generador de $\approx 100 \pm 5 \text{ Hz}$ (tanto error porque no tiene display).

\rightarrow error asociado a la imposibilidad de medir con más precisión en la graduación de los mandos del instrumento. Para obtener menor error deberíamos utilizar otro generador del laboratorio que sí tiene display.

4.1) error deberíamos utilizar otro generador del laboratorio que sí tiene display.

a) Circuito RC:

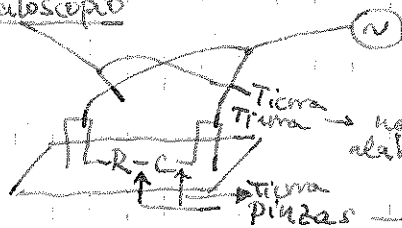
$$R = 82 \times 10^2 \pm 5\% \Omega = 8200 \pm 400 \Omega = 8,2 \pm 0,4 \text{ k}\Omega$$

(código de colores)

$$C = 47 \text{ nF} \rightarrow \text{Valor nominal. Una estimación del error podría ser } \pm 1 \text{ nF.}$$

$\hookrightarrow \pm 2\%$

Osciloscopio



Esquema del montaje experimental

Tiemas juntas: IMPORTANTE

$$f_{gen} = 40 \text{ Hz} \pm 5 \text{ Hz} \quad (\text{a partir de los mandos del generador})$$

$$2V_0 = 2E = (5,0 \pm 0,2 \text{ div}) \cdot 0,2 \text{ V/div} = 1,00 \pm 0,04 V$$

	f (Hz)	2Vc (V)
Escala 200Hz	40 ± 5	1,00 ± 0,04
	60 ± 5	0,98 ± 0,04
	100 ± 5	0,96 ± 0,04
	150 ± 5	0,93 ± 0,04
Escala 20kHz	200 ± 5	0,90 ± 0,04
	300 ± 50	0,78 ± 0,02
	400 ± 50	0,70 ± 0,02
	600 ± 50	0,54 ± 0,02
	1000 ± 50	0,36 ± 0,01
	1500 ± 50	0,25 ± 0,01
Escala 20kHz	2200 ± 50	0,19 ± 0,01
	3500 ± 500	0,124 ± 0,004
	5000 ± 500	0,086 ± 0,004
	7500 ± 500	0,058 ± 0,002
	11500 ± 500	0,038 ± 0,001

→ Escala 0,2 V/div

El error en el procedimiento experimental viene marcado por el error grande en la determinación de la frecuencia a partir del máximo y mínimo de los valores que marca el mando si son compatibles con el valor medido, como se ha visto anteriormente, pero su precisión es escasa (a veces > 10%)

→ Escala 0,1V/div

Para mejorar este procedimiento y reducir el error, se podría medir para cada valor la frecuencia a partir del periodo temporal

→ Escala 50mV/div

observable en la escala del eje x del osciloscopio, y calcular su inversa (como en 3.6)

No obstante, esto ralentiza mucho el procedimiento, y no he podido realizarlo al hacer solo esta prueba

→ Escala 20mV/div

Es una justificación de tiempo. Por tanto, asigno simplemente errores de sensibilidad (mayores) a la frecuencia según la escala correspondiente.

→ Escala 10mV/div

→ Escala 5mV/div

b)	f (Hz)	a (div V)	b (div V)	sen Φ	Φ (rad)
○	200 ± 5	2,1 ± 0,2	4,5 ± 0,2	0,47 ± 0,05	0,49 ± 0,05

Modo x-y, centrado pulsando BD.

○	5000 ± 500	4,60 ± 0,10	4,65 ± 0,10	0,999 ± 0,015	1,42 ± 0,05
---	------------	-------------	-------------	---------------	-------------

c)	Imagen	f (Hz)	T (ms)	Z ₀ ± nT (ms)	Φ	alta - baja
○		200 ± 5	48 ± 0,2	-0,34 ± 0,02	-0,45 ± 0,03	Φ = 0,2
○		5000 ± 500	0,134 ± 0,004	-0,042 ± 0,002	-1,33 ± 0,07	Φ = 0,2

$$\Phi = \frac{2\pi z}{T} = 2\pi f z = 2\pi f z_0 \pm 2\pi$$

En el caso de a/b, la propagación de errores cuadrática no me parece adecuada, pues los errores de dichas medidas no son independientes. En el caso de una elipse centrada, |Φ| = π/2 con un error bastante pequeño, este no viene dado por propagación de un posible error sistemático de cada uno de los factores, pues ambos se miden a la misma escala y tiempo. Por tanto, está justificado que los errores no se presentaran.

5.

φ (°)	T_2 (ms)	$f_2 \pm 5$ Hz	f_2^* (Hz)	f_1 (Hz)	Diagrama	Figura
2/2	$6,6 \pm 0,4$	150 ± 5	152 ± 9	152 ± 9		Elipse (5a)
2/4	$12,8 \pm 0,4$	75 ± 5	78 ± 2	156 ± 5		2 ochos (5b)
2/6	$19,5 \pm 1,0$	80	51 ± 3	154 ± 8		3 ochos (5c)
4/6	/	35	/	143 ± 8		3 cornucopias (5d)
2/8	$26,0 \pm 1,0$	35	$38,5 \pm 1,5$	154 ± 6		4 ochos (5e)
2/14	$46,0 \pm 1,0$	22	$21,7 \pm 0,5$	152 ± 3		7 ochos (5f)
8/6	/	138	/	149 ± 4		Cacahuete (5g)

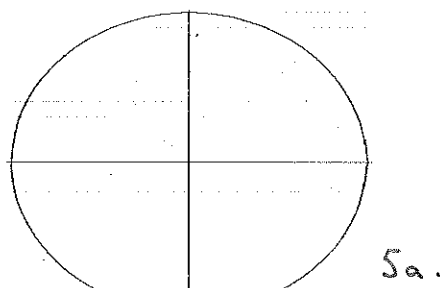
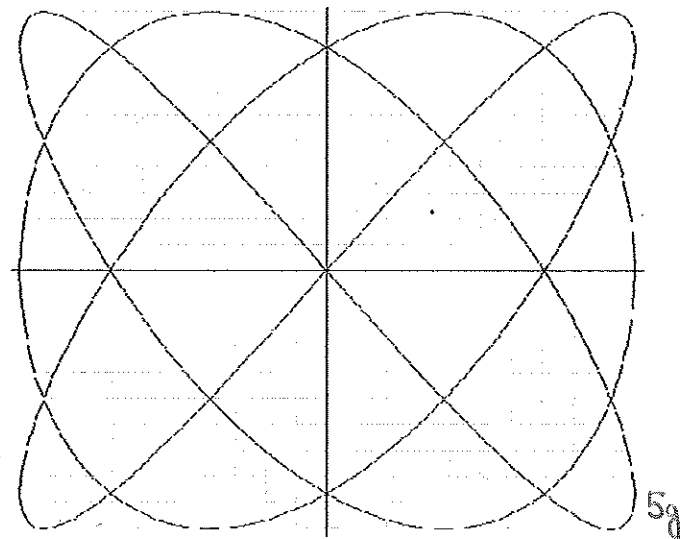
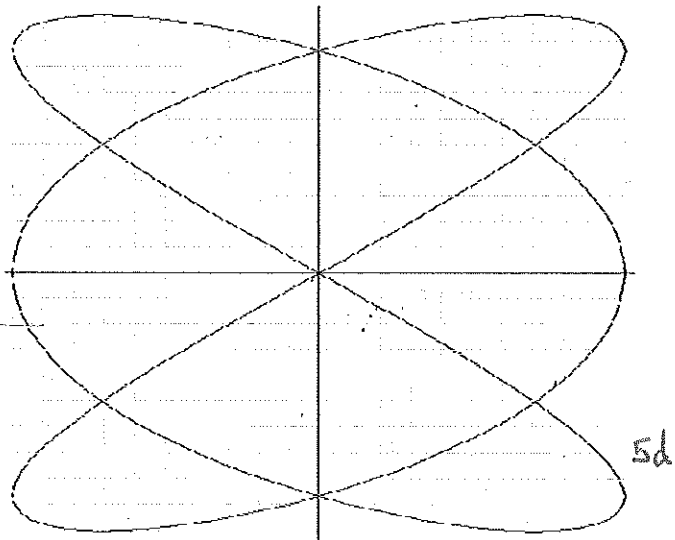
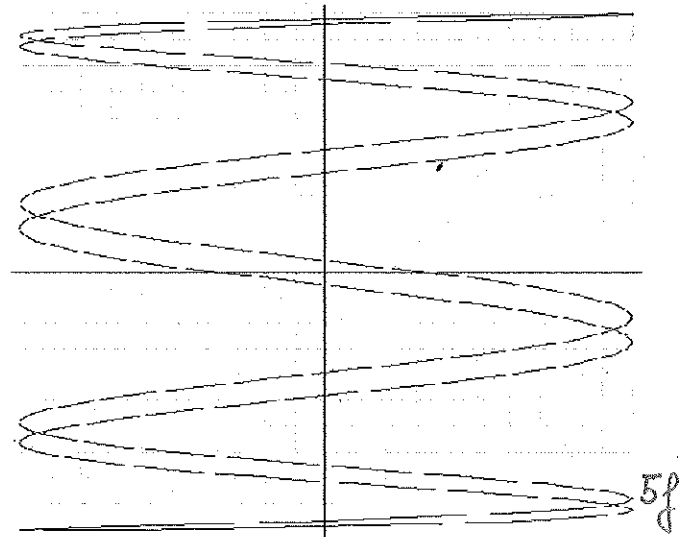
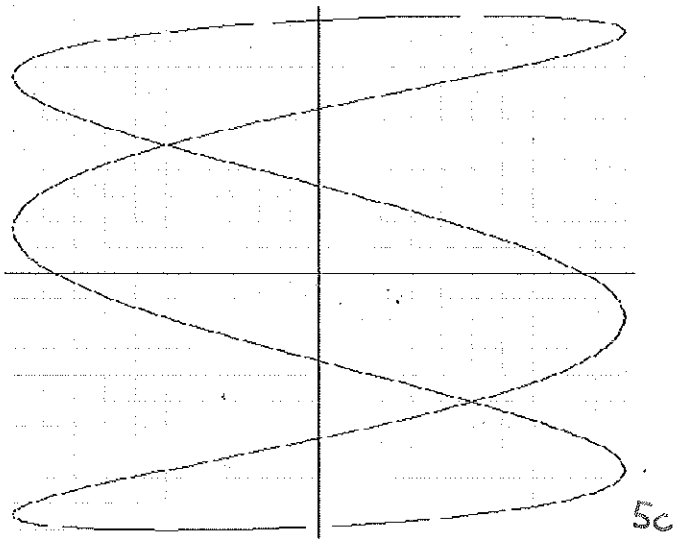
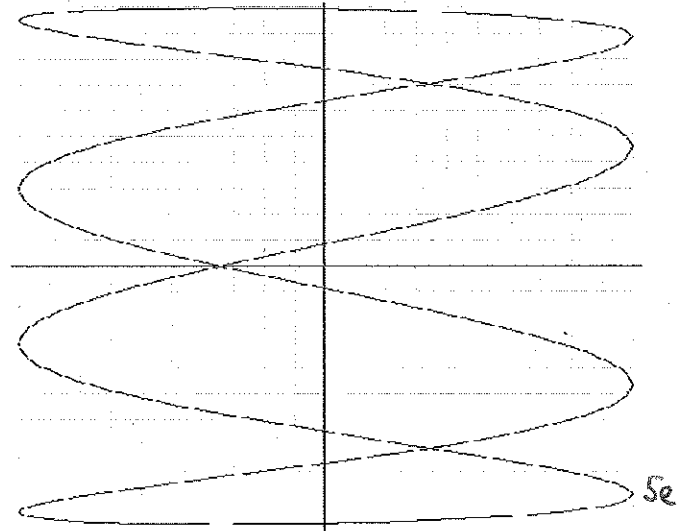
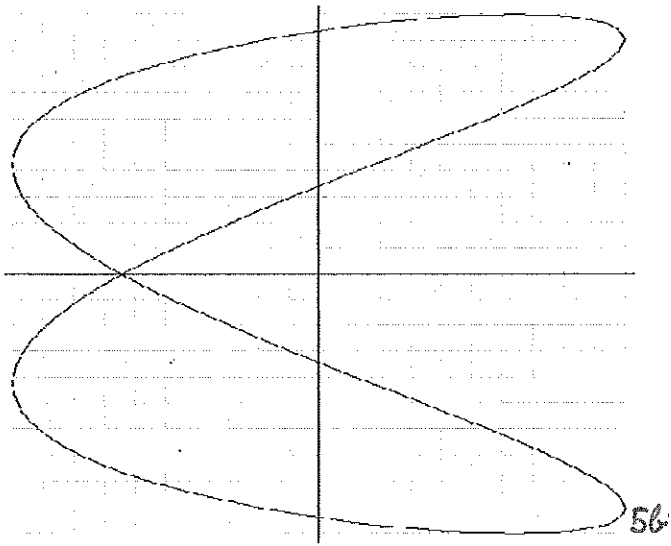
Para realizar estas medidas, hemos conectado la configuración x-y. En el primer canal (1) hemos conectado la señal de frecuencia fija desconocida, y en el canal 2 la del generador regulable. El canal 1 correspondía (a diferencia de lo que pone en el guión) al eje x y el 2 al eje y. Por tanto, el valor φ pasaba a ser $\sqrt{N^o \text{ lentes eje x} / N^o \text{ lentes eje y}}$ (una simple inversión de 90°).

Ajustamos la escala de ambos canales para apreciar las figuras de Lissajous con nitidez. El método experimental consiste en variar la frecuencia del generador hasta observar una figura lo más estable posible. En ese momento se dibuja el diagrama de la figura y se cuentan los lentes de la línea con el eje x y el eje y. En el caso ideal de que la frecuencia sea un múltiplo entero de la frecuencia de referencia, la figura será estable. Esto es físicamente imposible ya que experimentalmente no se pueden obtener frecuencias exactamente múltiples de otra. Si son casi exactamente múltiplos, es posible que la figura parezca estable para nuestro tiempo de observación (10^{-2} s). Pero en nuestro caso, el mando regulador de señal era poco preciso y difícil de ajustar, en lo que nos conformamos con tomar una "instantánea" de la imagen.

Para medir la frecuencia, en algunas medidas hemos medido el período de la onda en el modo normal (o x-y) para reducir el error proveniente de la no precisa escala del generador. Los valores f_2^* son compatibles con f_2 (escala del regulador), aunque los errores son en general menores para f_2^* , que es el procedimiento experimental más preciso pero menos rápido.

Los valores calculados de f_1 son bastante parecidos, como era de esperar, salvo alguna desviación con el método si hemos podido, como se acaba de comprobar. Los valores se distribuyen alrededor de 151 ± 4 Hz aproximadamente. Si medimos el período temporal de la frecuencia de referencia f_1 en el osciloscopio:
 $T_1 = 6,6 \pm 0,2$ ms $\rightarrow f_1 = 152 \pm 5$ Hz, podemos comprobar que los valores obtenidos mediante las figuras de Lissajous y la medida directa son consistentes con lo esperado.

Figuras de Lissajous obtenidas (correspondientes a los diagramas a mano) y efectivamente a la η determinada



6.a)

En la figura 4a podemos observar el ajuste no lineal según la ecuación (2) modificada adecuadamente para representar directamente las medidas experimentales: $2|V_c|$ y f .

$$(2) |V_c| = \frac{|E|}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \Rightarrow 2|V_c| = 2|E| / \sqrt{(RC2\pi f)^2 + 1}$$

Se aprecia que el ajuste es muy bueno a partir de la poca dispersión de los puntos y el alto coeficiente de correlación. El error en las frecuencias altas es mayor a grandes escalas, lo que en este caso es coherente con la sensibilidad dada la poca pendiente de la curva a frecuencias altas y las menores variaciones de V_c para intervalos mayores de f .

Del ajuste numérico por ordenador se obtienen unos parámetros que son compatibles con los valores medidos experimentalmente a partir de los valores nominales de R y C .

$$2E_{\text{exp}} = 1,00 \pm 0,04V$$

$$(RC)_{\text{exp}} = 0,33 \pm 0,02 \text{ ms}$$

$$2E_{\text{aj}} = 0,936 \pm 0,010V$$

$$(RC)_{\text{aj}} = 0,405 \pm 0,012 \text{ ms}$$

En efecto, ambos valores solapan sus barras de error. En consecuencia, podemos afirmar que la ecuación (2) describe correctamente el comportamiento experimental del circuito, como se comprueba mediante el alto coeficiente de correlación y la compatibilidad de los parámetros. En principio, si tuviésemos que escoger uno de ambos valores, sería más adecuado escoger el valor del ajuste, pues tiene menos error y has sido determinado a partir de más puntos que una sola medida experimental directa, con mayor margen de incertidumbre.

Para una mejor apreciación gráfica de los datos, se puede representar el logaritmo de $2V_c$ frente a $\log(f)$, que es prácticamente equivalente a representar $\log\left(\frac{|V_c|}{|E|}\right)$ frente a $\log(\omega)$, pues debido a las propiedades de los logaritmos sólo varía la ordenada en el origen (una constante), también para ω para frecuencias altas.

En la figura 6a se ha hecho esta representación mediante una escala doble logarítmica equivalente, y se comprueba que los datos aparecen menos apilotonados. La curva azul representa la curva esperada según los valores nominales de R , C y E . Se constata que los valores de R y C así como la curva teórica se ajustan a los datos experimentales obtenidos, como era de esperar del anterior ajuste, cuyos parámetros eran consistentes con lo esperado. La línea negra corresponde al ajuste por mínimos cuadrados anterior.

Tal y como se explica bajo la figura 6a, la ecuación tomando previamente logaritmos se linealiza para altas frecuencias, como se ve visualmente en la gráfica. La condición de que $f \gg \frac{1}{2\pi RC}$ representa físicamente que el condensador, a muy altas frecuencias se comporta como un "conductor" más ^{o directamente con resistencia} y no un circuito. En consecuencia, según la ecuación

(1) $V_c = E / (1 + jRC\omega)$, la parte imaginaria será la predominante y la fase de V_c tenderá a $-\frac{\pi}{2}$, mientras que para bajas frecuencias la fase será cercana a 0 (tomando $E \cdot e^{i0}$), y el condensador se comportará como corto circuito. En las gráficas 4a y 6a se comprueba que la d.d.p. en los bornes del condensador disminuye a medida que aumentan las frecuencias, mientras que en el posterior apartado se analizará el desfase para altas y bajas frecuencias.

6b) Comparación de los métodos de medida del desfase

El criterio de signos se toma suponiendo que $\Phi = \Phi_V - \Phi_E = \Phi_{Vc}$. Observando los diagramas de 40% , podemos deducir el signo de Φ , positivo si la señal de V_c (menor amplitud) está adelantada y negativo al contrario. El signo de Z lo escogemos de manera análoga.

f (Hz)	Φ_{elipse}	Φ_Z	Φ_{teo}	$\frac{Z}{Z_0} \approx 1,57$
208 ± 9	$-0,49 \pm 0,03$	$-0,45 \pm 0,03$	$-0,47 \pm 0,03$	
5.200 ± 100	$-1,42 \pm 0,10$	$-1,33 \pm 0,07$	$-1,491 \pm 0,005$	

Según la ecuación (3): $\Phi = -\arctg(RC\omega) = \arg\left(\frac{\epsilon e^{j\omega t}}{1+jRC\omega}\right)$. Por tanto $-\frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq 0$, $\lim_{\omega \rightarrow 0} \Phi = -\pi/2$, $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Phi = 0$

Físicamente, cuando $\omega=0$, la corriente es continua, con lo que el condensador hace de corto circuito y $V_c = E$, con lo que no hay caída de potencial en la resistencia. La señal V_c está "en fase" con E para $\omega \rightarrow 0$. Cuando $\omega \rightarrow \infty$, $V_c \rightarrow 0$, es decir, no hay caída de potencial en el condensador, que actúa como un hilo ideal sin resistencia, conductor, y toda la caída de potencial se produce en la resistencia R del circuito con $E = V_R$. La señal V_c se retrasa (ω) en $\pi/2$ debido a la j en el denominador.

Este comportamiento teórico se ajusta a lo observado experimentalmente. A bajas frecuencias ($\approx 200\text{Hz}$), V_c tiene una amplitud algo menor que E y está algo adelantada respecto a E . Esto corresponde a $\Phi < 0$, $\Phi_2 < 0$, ya que en $t=0$, $E=0$, $V_c < 0 \Rightarrow \Phi_2 < 0$. A altas frecuencias ($\approx 5000\text{Hz}$), la señal está desfasada casi $\pi/2$ (visualmente), y la amplitud ha menguado notablemente.

En cuanto al procedimiento experimental, podemos afirmar que el método de la elipse es sencillo y eficiente a bajas frecuencias, con precisión aceptable, mientras que para altas frecuencias va perdiendo su utilidad, ya que se aprecia peor la diferencia entre a y b . El cociente a/b va acercándose a 1, y si no disponemos de un instrumento de precisión, el error al calcular el ángulo $d/\text{arc}\sin x = \frac{1}{1-x^2}$ diverge, con lo que no podemos estimar correctamente el valor. Es por ello por lo que he reducido los errores a y b al calcular el cociente, pues no eran independientes. En especial, en el caso del desfase de casi $\pi/2$, he mantenido dos cifras significativas y realizado la división de a respecto a b pulsando el botón ED del eje x para determinar la variación con mayor precisión. Aparte, el método de la elipse carece de información sobre el biquadrante si no se hace un barrido de frecuencias o comparación teórica.

Por otro lado, el método de los desfases sí contiene información sobre el signo (Φ), y Z lo asigno con el mismo signo de Φ . No obstante, podría haber una indeterminación de $\pm 2\pi n$ en mi caso no he sido así, fácilmente corregible sumando o restando 2π hasta que $|\Phi| < 2\pi$.

En cuanto a Φ_{teo} , depende de la precisión con que vengan dados R y C como valores nominales, así como de la frecuencia, por lo que estamos condicionados a que C (que no medimos, pero asignamos error del 2%) sea correcto.

Pero la ecuación teórica en la que no ofrece ambigüedad alguna en $\pm 2\pi$ ni signo, y por tanto debe complementarse con los otros métodos. En cuanto a la precisión, puede decirse que ambos métodos son parecidos, y los valores obtenidos son compatibles con el valor teórico según los valores de R , C y f . Salvo en Φ_Z (sobrito), que cae a algo más de 2σ del Φ_{teo} , los valores restantes sobran sus barras de error, muestra de consistencia del método experimental con la predicción teórica.

6 d)

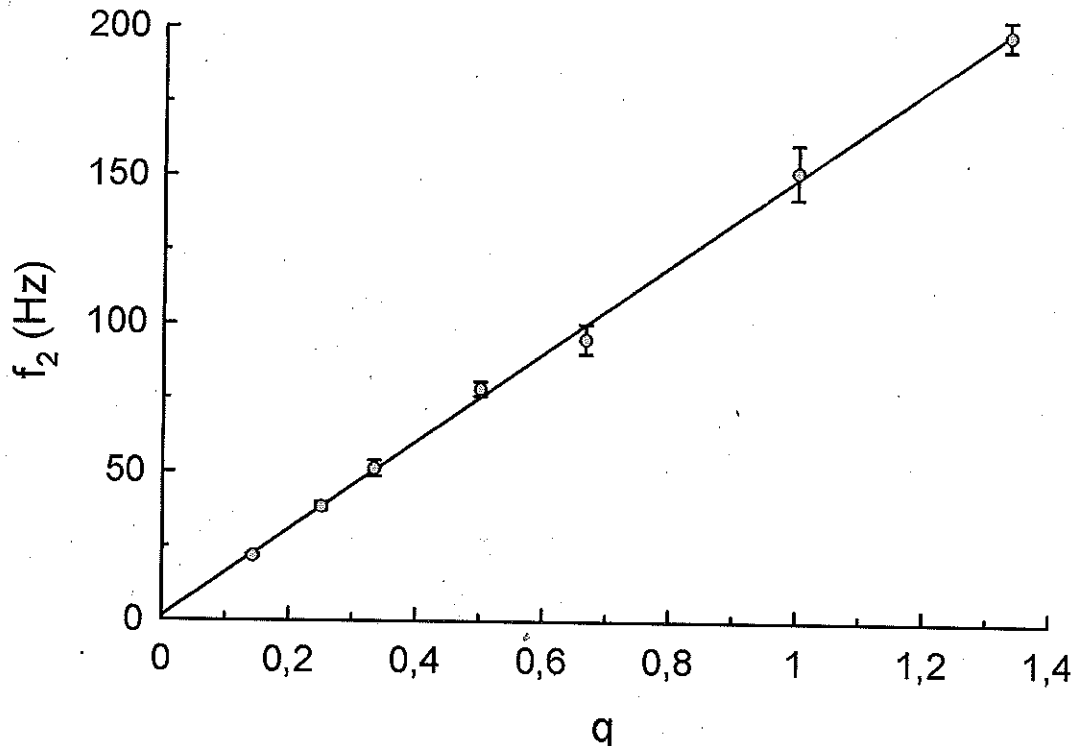


Figura 6c: Determinación de una frecuencia de referencia desconocida fija a partir de los cortes en los ejes x e y del osciloscopio (modo x-y) al obtener distintas figuras de Lissajous ajustando un generador de frecuencia variable.

Ecuación: $f_2 = q f_1$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9991$

$f_1 = 149,4 \pm 1,4 \text{ Hz}$

$f_2 = q f_1 + A$ (otro grado de libertad)

$mcc = 0,9992$

$f_1 = 148 \pm 3 \text{ Hz}$

$A = 1,3 \pm 1,9 \text{ Hz}$

El ajuste lineal es bueno ^{tanto} en el caso de dejar ^{un} como ^{dos} grados de libertad, como se confirma a partir del alto ^{coeficiente de correlación} ^{lineal}. En el segundo caso, la ordenada en el origen es compatible con cero, con lo que dicho ajuste también es válido. ^{mejor, permit validan el modelo}

El valor de la frecuencia $f_1 = 148 \pm 3 \text{ Hz}$, lo que es consistente con los valores calculados individualmente en el apartado 5. No obstante, el procedimiento experimental más adecuado no es tomar la media de los valores calculados sino realizar un ajuste por mínimos cuadrados, que sí tiene en cuenta todas las medidas. Por tanto, el valor final de $f_{1aj} = 148 \pm 3 \text{ Hz}$, y coincide con el intervalo de valores esperado (se solapan las barras de error) a partir de la medida experimental $f_{1ex} = 152 \pm 5 \text{ Hz}$.

Para mejorar la precisión del método experimental, deberíamos emplear un generador con mayor sensibilidad (para encontrar mejor las figuras de Lissajous) ya que el mando regulador era muy brusco. Además para determinar la frecuencia experimentalmente deberíamos mejorar o bien el generador con un display correctamente calibrado o bien una medida del período de la señal en el osciloscopio con mayor precisión, por ejemplo con un osciloscopio con autoscan calibrados.

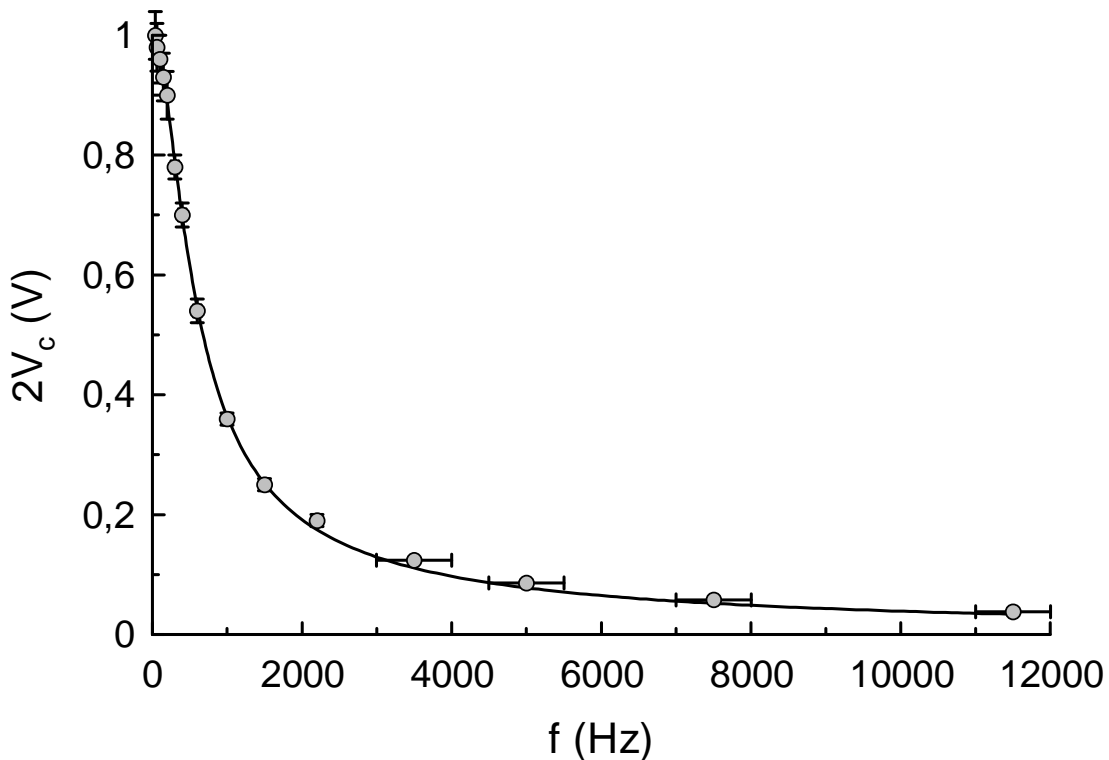


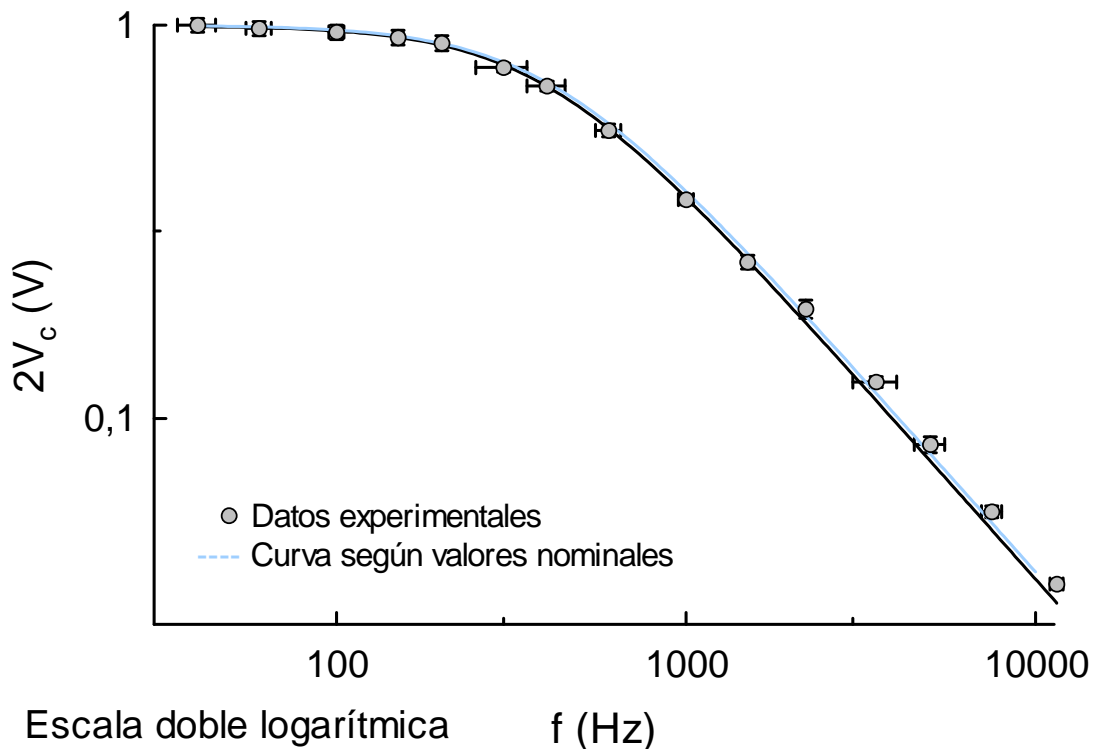
Figura 4a: Tensión en los bornes de un condensador en un circuito RC según la frecuencia ω de la corriente alterna.

Ecuación: $2 V_c = 2 |\varepsilon| / (1+(2 \pi RC f)^2)^{1/2}$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9998$

$2 |\varepsilon| = 0,996 \pm 0,010 \text{ V} \quad (0,987 - 1,006) \quad (95\%)$

$RC = 0,405 \pm 0,012 \text{ ms} \quad (0,393 - 0,418)$



Escala doble logarítmica f (Hz)

Figura 6a: Comparación de la tensión V_c en los bornes de un condensador en un circuito RC a partir de datos experimentales y según los valores nominales de ε , R y C.

Ecuación: $\log (2 V_c) = \log (2 |\varepsilon|) - \frac{1}{2} \log (1+(2 \pi RC f)^2)$

Si $2 \pi RC f \gg 1 \rightarrow f \gg 1/(2 \pi RC) \approx 400 \text{ Hz}$ (Linealización para altas frecuencias)

$\rightarrow \log (2 V_c) = \log (2 |\varepsilon|) - \log (2 \pi RC) - \log (f) = A - B \cdot \log (f) \rightarrow$ Regresión lineal

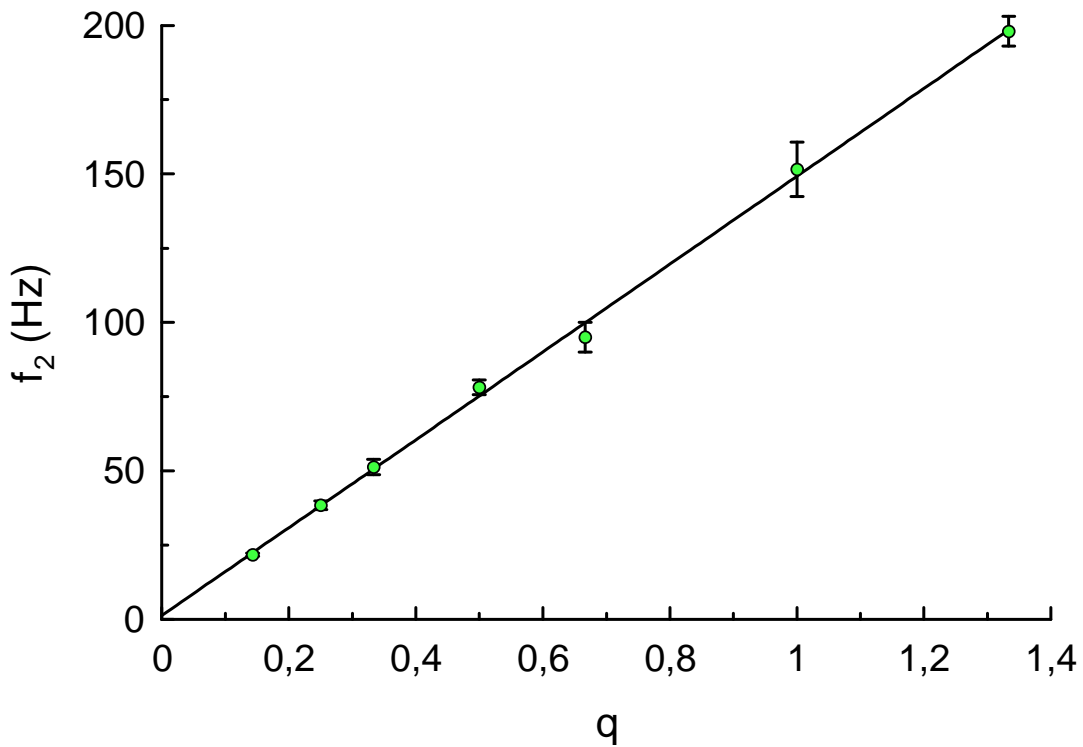


Figura 6c: Determinación de una frecuencia de referencia desconocida fija a partir de los cortes en los ejes x e y del osciloscopio (modo x-y) al obtener distintas figuras de Lissajous ajustando un generador de frecuencia variable.

Ecuación: $f_2 = q f_1$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,9991$

$f_1 = 149,4 \pm 1,4 \text{ Hz}$

$f_2 = q f_1 + A$ (otro grado de libertad)

$mcc = 0,9992$

$f_1 = 148 \pm 3 \text{ Hz}$

$A = 1,3 \pm 1,9 \text{ Hz}$

