

PRÁCTICA N° 7: MEDIDA DE PERMITIVIDADES DIELECTRICAS

Objetivos: Medida de permitividades dieléctricas en baja frecuencia mediante un circuito resonante.

Material: Generador de baja frecuencia con frecuencímetro, osciloscopio, condensador plano rellenable de 255 mm de diámetro, caja de condensadores calibrados (10^5 - 10^2 pF), condensador variable calibrado (40-140 pF ó rango similar), bobina, resistencia de 47Ω , láminas de dieléctrico y cables coaxiales.

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos de medida de permitividades dieléctricas estáticas, en baja frecuencia, en radiofrecuencia y en microondas, consisten en esencia en la medida de la capacidad de un condensador construido con el material a estudiar. Para frecuencias superiores del espectro electromagnético, las correspondientes al infrarrojo, al visible y al ultravioleta, los métodos de medidas son distintos y consisten básicamente en la medida de la transmitancia y reflectancia del material.

La presente práctica se ciñe al desarrollo de un método de medida de permitividades dieléctricas en baja frecuencia. El fundamento de la técnica de medida es la determinación de la variación de capacidades que se produce en un condensador al rellenarlo con un material dieléctrico. Para medir estas variaciones de capacidad puede emplearse un puente de impedancias, o bien un circuito resonante. Esta segunda opción es la que se empleará en esta práctica, y es la técnica que de forma usual se utiliza cuando las medidas se realizan en radiofrecuencia y microondas, si bien en estos casos el circuito resonante puede reducirse a una cavidad resonante.

El circuito resonante que se va a utilizar es un circuito serie RLC. En primer lugar mediremos los valores del condensador en vacío, y en segundo lugar mediremos la permitividad dieléctrica del material plástico disponible.

La utilización de un circuito resonante para la medida de capacidades se fundamenta en la dependencia de la frecuencia de resonancia con el valor de la capacidad. En nuestro caso, para un circuito RLC serie, se cumple la relación:

$$\omega_R^2 = 1/(LC) \quad (1)$$

En esencia, el problema se reduce a la medida de ω_R . Para ello, o bien se mide la amplitud de la corriente, que para $\omega = \omega_R$ debe ser máxima, o bien se mide el desfase entre la corriente y la tensión aplicada, que para $\omega = \omega_R$ debe ser nulo. **Este segundo método es el que emplearemos en esta práctica, utilizando la configuración XY del osciloscopio.**

ANTES DE EMPEZAR, LEER ATENTAMENTE EL APENDICE: MANEJO DEL CONDENSADOR CON SEPARACIÓN VARIABLE.

2. CARACTERIZACIÓN DEL CONDENSADOR PLANO Y MEDIDA DE ϵ_0

El desarrollo posterior de la práctica requiere conocer el valor de la capacidad C_0 del condensador disponible de placas plano-paralelas en función de la separación entre placas d , con aire como dieléctrico. Para ello montaremos el circuito de la figura 1 fijando la frecuencia del generador en un valor dado, por ejemplo 50 KHz.

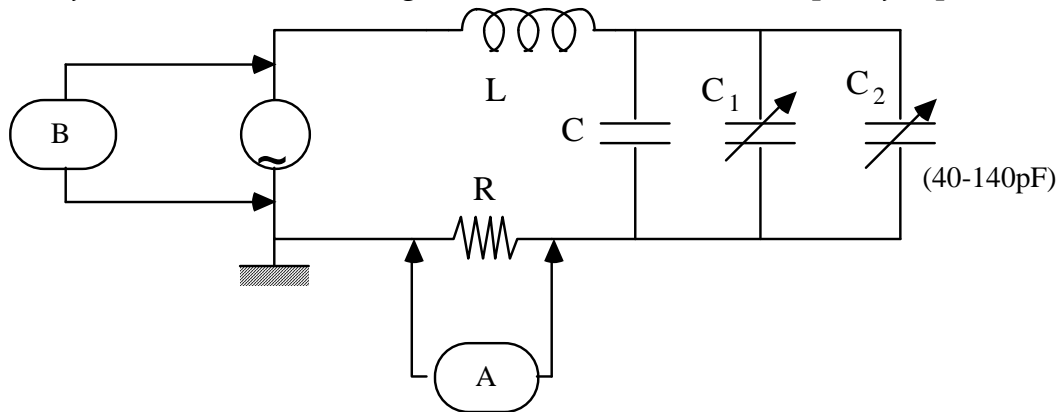


Figura 1

Los condensadores C_1 y C_2 serán, respectivamente, la caja de capacidades calibradas y el condensador variable calibrado de 40-140 pF (ó rango similar); la suma de ambos la llamaremos C'_0 (Recordemos que la capacidad equivalente de varios condensadores en paralelo es la suma de las capacidades de dichos condensadores). Dado que el rango de C_2 es el más pequeño (ajuste fino) podemos considerar únicamente la incertidumbre de C_2 . La capacidad total del circuito resonante será $K=C_0+C'_0$, siendo ahora la frecuencia de resonancia $\omega_R^2=1/(LK)$. Téngase en cuenta que la incertidumbre en la capacidad total no viene determinada, en general, por la sensibilidad de C_2 , sino por el margen o rango de capacidad en el que se observa la resonancia (elipse degenerada en recta). K se determina midiendo C'_0 cuando $C_0=0$, o sea desconectando ambos bornes del condensador C . A continuación, manteniendo fija la frecuencia del generador, cambiaremos la separación d (1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.7, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5, 7, 10, 20, 40 mm), y ajustaremos en cada caso C'_0 para que la frecuencia aplicada sea la de resonancia. Es decir, al variar la separación d cambiamos C_0 , por lo que deberemos modificar C'_0 para "compensar" dicha variación, de tal forma que la capacidad total K permanezca constante (y haga resonar el circuito a 50 KHz). Con ello conseguiremos que para cada separación d , la capacidad total permanezca constante: $C_0+C'_0=K$. Tened en cuenta que puede haber un desplazamiento de cero en el valor de la distancia entre placas. Puede ocurrir que al cerrar completamente las placas la distancia marcada no sea cero, o bien que cuando la distancia es cero hay una cierta separación entre placas (quizás por falta de paralelismo). Este desplazamiento del cero hay que considerarlo (sumando o restando una cierta distancia d_0 a las separaciones d) ya que puede afectar sobre todo a las medidas para separaciones muy pequeñas. En última instancia, se pueden eliminar las medidas para distancias pequeñas, si no se consigue una buena compensación de dicho desplazamiento.

3. MEDIDA DE LA PERMITIVIDAD DIELECTRICA

En este apartado vamos a medir la permitividad dieléctrica relativa (ϵ_r) del medio material de las láminas dieléctricas mediante dos procedimientos.

El primer método es idéntico al del apartado 2. Realizar, en primer lugar, la medida de ϵ_r siguiendo el mismo procedimiento que se siguió en el apartado anterior para medir ϵ_0 , pero rellenando el condensador con las láminas dieléctricas a medida que vamos cambiando la distancia d (Cuando se rellena el condensador variable con las láminas dieléctricas, deberemos rellenar completamente dicho condensador, es decir, deberemos insertar el número necesario de láminas para que entre las dos placas del condensador "no quede espacio con aire"). Medir C para todas las separaciones d posibles (número de láminas = 1, 2, 3, etc.).

El segundo método es diferente, y se realiza en los siguientes pasos:

- 1) Con el condensador vacío (sin láminas dieléctricas), y a una distancia d constante, ajustar la capacidad C'_0 que hace que el circuito resuene a 50 KHz. (Igual que antes, la capacidad total del circuito es $K=C_0+C'_0$).
- 2) Rellenar el condensador con dieléctrico (las láminas dieléctricas deben rellenar completamente el espacio entre placas, sin modificar la distancia d). Repetir la operación del paso 1), determinando ahora la capacidad C' que hace resonar el circuito a 50 KHz (También se cumplirá $K=C+C'$, puesto que la frecuencia de resonancia no ha cambiado).
- 3) Calcular el incremento $\Delta C'= C'_0-C'$.

4. MEDIDA DE LA CAPACIDAD DE UN CABLE COAXIAL

Se puede aprovechar el montaje disponible para medir la capacidad de un cable coaxial, que puede considerarse un condensador cilíndrico, siempre que uno de los extremos del cable esté terminado en circuito abierto (extremo libre). En el montaje de la figura 1, sustituiremos el condensador C por un cable coaxial de longitud L (los conectores tipo banana serán los bornes del condensador y el extremo BNC quedará libre). El método descrito en el apartado 2 nos permitirá medir la capacidad del cable y a partir del valor de L (medido con el metro) podremos estimar su capacidad por unidad de longitud. Una manera más precisa de determinar este parámetro es medir la capacidad de varios cables de distintas longitudes (por ejemplo ensamblando sucesivamente varios cables coaxiales). La pendiente de la recta $C(L)$ nos dará la capacidad por unidad de longitud. Este último método es recomendable si se dispone de tiempo suficiente.

Esta medida nos permite obtener una estimación de la permitividad dieléctrica del dieléctrico interno del cable coaxial (ver apartado e) de las cuestiones).

5. CUESTIONES

- a) Tomar las medidas de la capacidad de la sección 2 (condensador plano vacío) y representar $C=K-C'$ en función de $1/d$. Se obtendrá una función lineal del tipo:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} + C_\infty \quad (6)$$

siendo C_∞ la capacidad remanente para $d=\infty$ y $C_0=\epsilon_0 S/d$, la capacidad propiamente debida a las placas del condensador. La pendiente de esta gráfica nos permite también deducir el valor de ϵ_0 . Comparar dicho valor con el valor teórico.

- b) Repetir el análisis anterior con las medidas de la sección 3 (primer método) y deducir el valor de la permitividad dieléctrica del material. En este caso deduciremos $\epsilon=\epsilon_0\epsilon_r$ (ya que la capacidad de un condensador de placas plano-paralelas relleno de un dieléctrico de constante ϵ es $C_0=\epsilon S/d$), por lo que podremos obtener ϵ_r .
- c) A partir de $\Delta C'$ medido en la sección 3 (segundo método), encontrar la permitividad dieléctrica relativa de las láminas (para $f = 50$ kHz) teniendo en cuenta que:

$$\epsilon_r = 1 + \frac{\Delta C'}{C_0(d)} \quad (7)$$

donde $C_0(d)$ es la capacidad del condensador con aire para la distancia d que hemos usado (Esta función ya ha sido deducida en la cuestión a)).

- d) Comparar los valores de la permitividad dieléctrica relativa obtenida en los apartados b) y c).
- e) A partir del valor medido de la capacidad por unidad de longitud de un cable coaxial, se puede obtener la permitividad dieléctrica relativa del dieléctrico que rellena el cable coaxial, ϵ_r . Para ello tened en cuenta que la capacidad por unidad de longitud de un condensador cilíndrico viene dada por:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(b/a)}$$

siendo a y b los radios interno y externo, respectivamente, de los conductores del condensador. El cable coaxial más estándar es el RG58, cuyo dieléctrico es polietileno, con diámetro del conductor interior 0.74 mm y exterior de 3.54 mm.

Una vez obtenido el valor de ϵ_r , se puede comparar con el valor de dicha constante para el polietileno.

APENDICE: Manejo del condensador con separación variable

El condensador de placas plano-parallelas utilizado en esta práctica dispone de un tornillo micrométrico, que permite variar la separación entre placas de 0 a 90 mm, con una sensibilidad de décimas de milímetro, realizando la lectura sobre una escala con nonius. **ES MUY IMPORTANTE SEÑALAR QUE EL RECORRIDO MICROMÉTRICO ES SÓLO DE 20 MM.** Esto no quiere decir, sin embargo, que no se pueda variar la distancia entre placas de forma micrométrica en todo el rango (0-90 mm). Para aumentar la separación entre placas hay que girar la manivela correspondiente en sentido antihorario, y al revés en caso contrario. Dado un sentido de avance, una vez se llegue al final del recorrido micrométrico, la manivela se bloquea. **NO FORZAR NUNCA LA MANIVELA.** En ese momento lo que se debe hacer es desbloquear el tornillo lateral, que se encuentra al lado del nonius, y girar la manivela en sentido contrario al del avance que se estaba realizando, hasta que de nuevo se bloquee, **SIN LLEGAR A FORZAR.** De esta manera, se recupera el recorrido micrométrico de 20 mm, sin modificar la separación entre placas. Durante esta operación no tocar la placa móvil, porque se puede modificar su posición. A continuación, bloquearemos el tornillo lateral, y ya podemos continuar el avance en el sentido inicial. Si se quiere variar la distancia con pasos grandes, o bien se quiere abrir o cerrar el condensador desde una posición extrema a otra, se puede hacer un desplazamiento manual de la placa móvil, sin necesidad de hacer todo el recorrido con paso micrométrico. Para ello, basta con desbloquear el tornillo lateral, mover manualmente la placa hasta la posición deseada y volver a bloquear el tornillo lateral, para fijar dicha posición.

2. Caracterización del condensador plano

Medimos los valores de R, características del montaje,...

R (Ω)	multímetro $47,2 \pm 0,5$	Código de colores $47 \pm 5\%$	→ Valores compatibles
R_B (Ω)	$1,5 \pm 0,1$	Resistencia y dimensiones de la bobina. A partir de la superficie media de la bobina y de la autoinducción L, podremos hacer una estimación del número de espiras de la bobina.	
altura $\left\{ \begin{array}{l} h_{int} \text{ (mm)} \\ h_{ext} \text{ (mm)} \end{array} \right.$	41 ± 1	$N \approx \left(\frac{L \cdot d_e}{\mu_0 \mu_r} \right)^{1/2}$	
longitud $\left\{ \begin{array}{l} l_{int} \text{ (mm)} \\ l_{ext} \text{ (mm)} \end{array} \right.$	62 ± 2		
espesor $\left\{ \begin{array}{l} e_{int} \text{ (mm)} \\ e_{ext} \text{ (mm)} \end{array} \right.$	$5,4 \pm 1$		
	21 ± 1		
	43 ± 1		

int \equiv interior
ext \equiv exterior

$d \pm 1 \text{ mm}$ 255 → Medido con la cinta métrica.

↳ Diámetro de las placas circulares.

- Impedancias osciloscopio: 15 pF; 1 M Ω
- Impedancia del generador: 50 Ω

★ Montamos el circuito de la Figura 1: RLC serie

Conectamos el generador de funciones en onda sinusoidal, y trabajaremos toda la práctica con esta configuración:

f (kHz)	T (μ s)	f_c (kHz)	V_0 (V)
$50,00 \pm 0,01$	$20,0 \pm 0,2$	$50,0 \pm 0,5$	$13,2 \pm 0,2$

→ Frecuencia dada compatible con la experimental.

Colocamos en paralelo C (placas), C_1 (caja), C_2 (manivela).

↳ $\pm 5\%$ GRADE, 100V DC

Error de 0 en el nonius de C: (medida de la separación)

4 divisiones del nonius \rightarrow 0,4 \pm 0,1 mm \rightarrow error de sensibilidad.

Medimos la capacidad $C_1 + C_2$ cuando hay resonancia (con C = 0), es decir, C desconectado.

C_1 (nF)	C_2 (pF)	$C = 4590 \text{ nF}$
------------	------------	-----------------------

↳ Tenemos en cuenta el rango en el que se aprecia resonancia, mucho mayor que la sensibilidad de 0,02 pF de C_2 .

4,5 \pm 0,2 }
 Estimación del error de C_2 . } 90,3 \pm 0,3
 } 90,1

el error de C_2

Pero a que en el guión sugiere que solo se tenga en cuenta el error de C_2 , decidimos asignar un error a C_1 , que es mayor que el de C_2 debido a las indicaciones del fabricante $\pm 5\%$ y a que con probamos experimentalmente que la caja no estaba perfectamente bien calibrada: había desviaciones en la elipse para un mismo valor de C_1 dependiendo de si utilizábamos 1 grado en la escala superior o 10 en la inferior: $1 \neq 10 \cdot [0,2 \pm 5\%]$. El error de C_2 dará cuenta de su posible error sistemático, mientras que el ajuste fino se llevará a cabo con la medida de C_2 que será el determinante a la hora de realizar el ajuste global, en el que no se tienen en cuenta los errores sistemáticos pero sí las desviaciones aleatorias estadísticas, como al medir C_2 .

$d \pm 0,1 \text{ mm}$	$C_1 \pm 0,2 \text{ nF}$	$C_2 \pm 1,0 \text{ pF}$
0,4	→ error de cero	
1,0	3,5	$97,2 \pm 1,0$
1,1	3,7	105,0
1,2	3,8	104,2
1,3	3,9	104,4
1,4	4,0	110,7
1,6	4,1	51,6
1,8	4,1	134,4
2,0	4,2	74,0
2,5	4,3	40,0
3,0	4,3	81,1
3,5	4,3	112,0
4,0	4,3	132,7
5,0	4,4	60,8
7,0	4,4	91,6
10,0	4,4	114,4
20,0	4,4	138,6
40,0	4,5	43,2

Debido a la falta de paralelismo entre las placas, se observa que cuando $d = 0,8 \text{ mm}$, la figura en el osciloscopio cambia repentinamente, lo que puede deberse a que ciertas partes de las placas entran en contacto y conducen, con lo que deja de comportarse como un condensador.

El error de C_2 lo estimamos teniendo en cuenta entre qué valores no se aprecia cambio en la recta de resonancia (configuración x-y del osciloscopio) y tomando el valor central como medida.

En el modo x-y, la elipse degenera en una recta al alcanzarse la resonancia, utilizándose esta observación para determinar C_1 y C_2 .

El error de C_1 lo estimamos aproximadamente en un 5%.

Cabe señalar que a la hora de calcular $C = K - (C_1 + C_2)$

estaremos restando valores de capacidades, y al tratarse de diferencias eliminaríamos un hipotético error de cero de calibración o una derivación sistemática. Es por ello, por lo que C_1 , con error predominante sobre C_2 , al restarse con K reduciríamos el 5% de error asignado a un 1% aproximadamente, a 0,03 nF para simplificar.

$K = ?$

aproximadamente

3. Medida de la permitividad dieléctrica

n (láminas)	$d \pm 0,1 \text{ mm}$	$C_1 \pm 0,2 \text{ nF}$	$C_2 \pm 1,0 \text{ pF}$
1	1,1	2,9	79,0
2	1,8	3,6	128,9
3	2,7	3,9	83,4
4	3,2	4,0	113,8
5	3,9	4,1	96,2
6	4,5	4,2	53,6
7	5,3	4,2	96,6
8	6,0	4,2	126,1
9	6,7	4,3	45,8
10	7,4	4,3	66,0
11	8,0	4,3	83,4
12	8,8	4,3	99,0
13	9,5	4,3	111,4
14	10,2	4,3	120,8

Se comprueba que el error de cero es el mismo de antes. Habrá que restar dicho valor a la medida de para hacer el ajuste.
 Las láminas tienen espesores bastante parecidos.
 Tras introducir las láminas se aprieta el tornillo del condensador que reduce la separación hasta que "no queda" espacio con aire.

Método 2:

n (láminas)	$d \pm 0,1 \text{ mm}$	$C_1 (\text{nF}) \pm 0,2$	$C_2 (\text{pF}) \pm 1,0$
5	3,8	4,1	86,2
10	3,8	4,3	121,7
20	1,9	3,7	82,7
40	1,9	4,2	42,7
80	6,1	4,2	131,9
160	6,1	4,4	77,5

→ En este método, en lugar de calcular y medir C para distintos n de láminas, se calculará la diferencia con y sin láminas para la misma distancia de separación.

Se realiza primero la medida con las láminas y luego se extraen cuidadosamente para no cambiar la distancia de separación. Se toman varias medidas para ver el compromiso entre utilizar distancias pequeñas (menores errores de bordes) y distancias grandes, con menor error de cero y más apreciación de la resonancia, tal como mayor número de láminas, a c. (mayor).

4. Medida de la capacidad de un cable coaxial

Sustituimos el condensador de placas por un cable coaxial de longitud L con un extremo libre, de manera que actúe como un condensador cilíndrico. Se empalman distintos cables coaxiales con conectores de tipo banana. Se mide C_1 y C_2 para un contrain la resonancia de C del cable cambia con L la longitud linealmente. L se mide con la cinta métrica.

L/cm	$C_1/nF \pm 0.2$	$C_2/pF \pm 1.0$
90.5 ± 0.2	4.4	95.0
177.5 ± 0.5	4.3	90.9
261 ± 1	4.2	92.3
343 ± 1	4.1	88.7
428 ± 1	4.0	83.0
513 ± 2	3.9	87.6
513 ± 2	3.8	116.5

Debe señalarse que algún conector no funcionaba adecuadamente y había que sujetarlo para que contactara correctamente con el siguiente. También se observaba que al tocar con los dedos los cables o moverlos cambiaba la figura del osciloscopio. En las últimas dos medidas se puede observar que para una misma longitud, pero extendiendo el cable (algo emollado) de diferente manera por el laboratorio, se obtienen valores de la capacidad notablemente distintos.

Estos errores sistemáticos son efectos que en primera aproximación despreciamos (pues son difíciles de cuantificar), pero no hay que perderlos de vista de cara al análisis, ante la precisión de que pueda haber desviaciones sistemáticas respecto a lo esperado.

Hay efectos de inducción eléctrica.

para algo de $1G?$
para 5% oja?

no se:
poder distinguir
entre?
proced?

5a)

A partir de los valores C_1 y C_2 cuando desconectamos el condensador, obtenemos K :

$K = 4,59 \pm 0,10 \text{ nF}$ (si somos estrictos con el 5%: $K = 4,6 \pm 0,2 \text{ nF}$)

Sabiendo la frecuencia de resonancia, calculamos $L_{\text{circuito}} = \frac{1}{\omega^2 K}$
 $L_{\text{circuito}} = 87 \pm 4 \text{ mH}$, y a partir de este valor podemos estimar el orden de magnitud del número de espiras de la bobina:
 $N \approx 1500 \pm 500$, donde el error predominante se debe a la dificultad de determinar la superficie media.

Ahora podemos representar $C(1/d)$ y hacer un ajuste lineal, donde $C = K - (C_1(\text{nF}) + \frac{C_2(\text{pF})}{1000})$ y d se corrige restando el error de cero. Si representamos los valores, se obtiene la siguiente gráfica

$C_0 = ?$

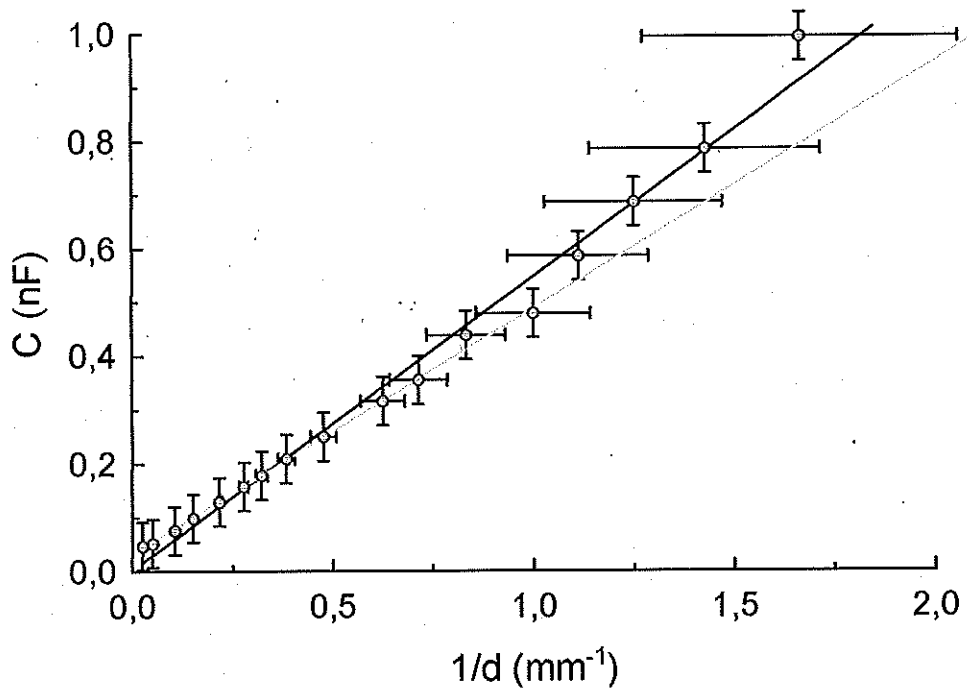


Figura 5a: Capacidad de un condensador de placas circulares en función de la inversa de la distancia de separación d entre ellas en aire. los de menores distancias d .

Ecuación: $C = A/d + B$

Resultados del ajuste: Línea negra (todos los puntos)

$mcc = 0,994$
 $A = 0,545 \pm 0,016 \text{ nF} \cdot \text{mm}$
 $B = 0,00 \pm 0,03 \text{ nF}$

Línea azul (sin los 6 últimos puntos)

$mcc = 0,9998$
 $A = 0,457 \pm 0,006 \text{ nF} \cdot \text{mm}$
 $B = 0,03 \pm 0,02 \text{ nF}$

el error de cero?

Se puede observar que el ajuste no es perfectamente lineal, ya que los residuos son sistemáticos y no aleatorios (grupos de puntos se desvían todos en la misma dirección), lo que indica un error en el modelo o un error experimental del procedimiento. No obstante, los errores en la distancia son suficientemente grandes para ser compatible con el ajuste lineal. Se podría mejorar con un ajuste con pesos. Otra manera de mejorar el ajuste es no teniendo en cuenta las distancias más pequeñas, que tienen mayor error, lo que correspondería a la línea azul.

En cuanto a los resultados del ajuste, podemos ver que el coeficiente de correlación es algo menor en el caso con todos los puntos, lo que confirma las mayores desviaciones a distancias pequeñas debido al error de cero, que tiene un peso relativo mayor.

En cuanto a la ordenada en el origen, que correspondería a la capacidad cuando $d = \infty$, es decir a la capacidad residual del circuito C_0 , podemos ver que en ambos casos es compatible con cero por lo que se pueden despreciar los efectos inductivos de las placas, cuando la distancia es muy grande, como cabría esperarse, puesto que se ha medido K sin condensador ($d = \infty$) y por extrapolación se espera que $C = 0$. A partir de la pendiente A es posible calcular la permitividad dieléctrica del aire:

$$\epsilon_0 = A / S_{\text{placa}} \quad S_{\text{placa}} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 51100 \pm 400 \text{ mm}^2$$

	ϵ_0 (pF/m)	Error relativo
Todos los puntos:	$10,7 \pm 0,3$	20%
Sin 6 últimos:	$8,95 \pm 0,09$	1%

Valor teórico vacío : 8,854
 % aire : 8,859

Por tanto, el valor que más se ajusta al valor tabulado es el que proviene del ajuste en el que no se tienen en cuenta las distancias más pequeñas, lo que confirma el análisis de errores antes detallado. El segundo valor sí es compatible y tiene menos error, mientras que el primero tiene mayor error pero queda a varias barras de error de lo esperado, con un error relativo mucho mayor que en el segundo caso.

5b)

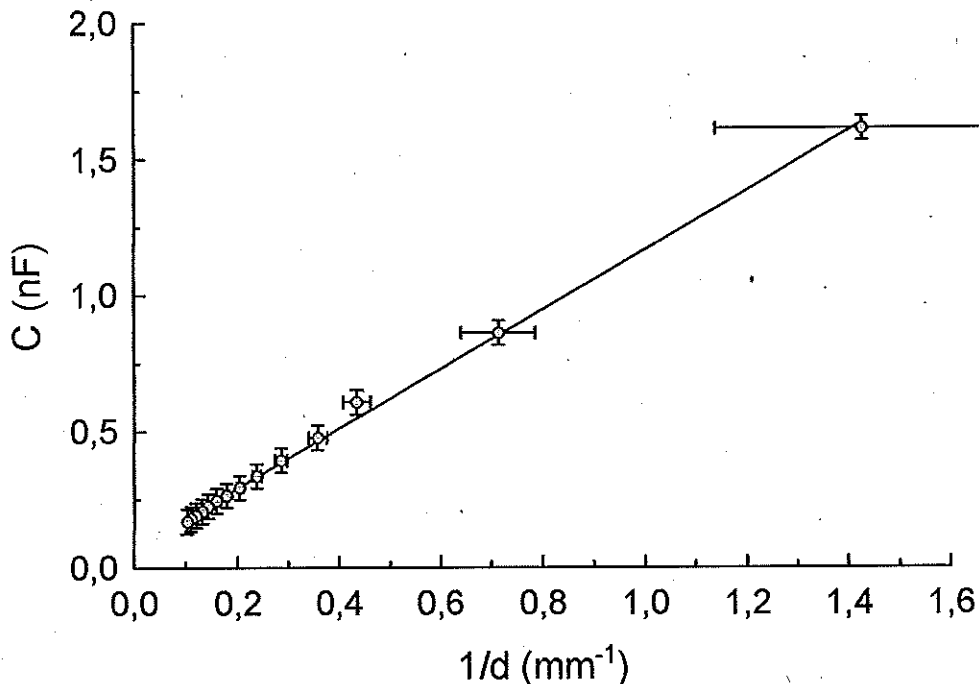


Figura 5b: Capacidad de un condensador de placas circulares en función de la inversa de la distancia de separación d entre ellas con n láminas dieléctricas en su interior.

Ecuación: $C = A / d + B$

Resultados del ajuste:

$mcc = 0,999$
 $A = 1,091 \pm 0,016 \text{ nF} \cdot \text{mm}$
 $B = 0,07 \pm 0,02 \text{ nF}$

Para el caso con láminas dieléctricas en el interior de las placas, repetimos el análisis análogamente. La gráfica revela un buen ajuste con un alto coeficiente de correlación lineal. La ordenada en el origen, es decir, la capacidad remanente, es algo superior a cero, pero dentro del orden de magnitud esperado, por lo que podemos considerar que el error es pequeño y entra dentro de los errores en la determinación de ϵ_1 (error de sensibilidad o error sistemático). Otra razón es que si hacemos el ajuste con las distancias más grandes, sí que es compatible con cero (al haber mayores desviaciones para distancias pequeñas).

Si calculamos el valor de ϵ obtenemos:

$$\epsilon = 21,4 \pm 0,4 \text{ pF/m}$$

El valor ϵ_r se puede calcular utilizando ϵ teórico o el de S_2 : experimento

$$\epsilon_{r1} (\epsilon \text{ teórico}) = 2,41 \pm 0,04 \quad n_1 = 1,553 \pm 0,013$$

$$\epsilon_{r2} (\epsilon_0: S_2) = 2,00 \pm 0,07 \quad n_2 = 1,42 \pm 0,02$$

$$\epsilon_{r3} (\epsilon_0: S_2) = 2,33 \pm 0,05 \quad n_3 = 1,548 \pm 0,015$$

donde ^{sin los primeros pts.} se ha calculado el índice de refracción $n = \sqrt{\epsilon_r}$ suponiendo que $\mu_r \approx 1$ (dieléctrico). A partir de este valor se podría comprobar la naturaleza del material plástico. Estos valores coinciden aproximadamente con valores típicos de n para plásticos.

5c) Mediante el segundo método podemos calcular $\Delta C'$ y a partir de eso, ϵ_r . Para los tres pares de medidas, y utilizando $C_0(d)$ a partir del resultado para el ajuste con todos los puntos en S_2 , se obtiene: (valores $\Delta C'$ en tabla 5c), $\epsilon_r = 1 + \frac{\Delta C'}{C_0(d)}$

$$\epsilon_{r4} (n_0=5) = 2,5 \pm 0,4$$

$$\epsilon_{r5} (n_0=4) = 2,3 \pm 0,2$$

$$\epsilon_{r6} (n_0=8) = 2,5 \pm 0,7$$

→ Por tanto los valores son compatibles con los obtenidos en el anterior método, aunque con mayor error al no provenir del ajuste de todos los puntos.

Aunque tres pares de medidas son pocos, podemos realizar un ajuste lineal: $\Delta C' = (\epsilon_r - 1) \cdot C_0(d)$ y obtener ϵ_r a partir de la pendiente. El ajuste (siguiente página) tiene coeficiente de correlación alto y una ordenada en el origen compatible con cero, como cabría esperar. De la pendiente calculamos ϵ_r :

$$\epsilon_{r7} = 2,16 \pm 0,06$$

Cabe señalar que en los ajustes no se tienen en cuenta los errores individuales o sistemáticos de los puntos, que como se observó en la gráfica, son considerablemente mayores que las fluctuaciones aleatorias alrededor del valor esperado (en este caso de la recta esperada).

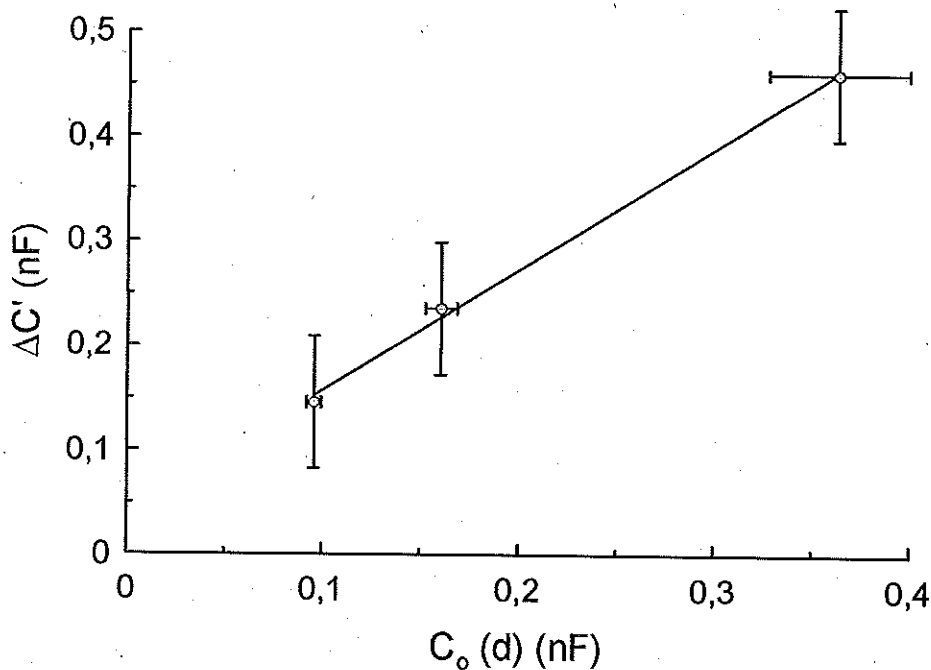


Figura 5c: Diferencia de capacidad $\Delta C'$ de un condensador de placas circulares con y sin láminas dieléctricas en su interior para cada distancia frente a la capacidad en vacío C_0 .

Ecuación: $\Delta C' = A \cdot C_0(d) + B$

Resultados del ajuste:

$mcc = 0,999$
 $A = 1,16 \pm 0,06$
 $B = 0,04 \pm 0,03 \text{ nF}$

5d)

Podemos comparar los valores obtenidos en 5b) y 5c) para ϵ_r :

$\epsilon_{r1} = 2,44 \pm 0,04$
 $\epsilon_{r2} = 2,00 \pm 0,07$
 $\epsilon_{r3} = 2,33 \pm 0,05$
 $\epsilon_{r4} = 2,5 \pm 0,4$
 $\epsilon_{r5} = 2,3 \pm 0,2$
 $\epsilon_{r6} = 2,5 \pm 0,7$
 $\epsilon_{r7} = 2,16 \pm 0,06$

Se observa que todos los valores están en el mismo orden de magnitud, aunque los valores que provienen del un ajuste no son compatibles al no tener este en cuenta el error de cada medida.

En general, podemos decir que el segundo método ha sido más impreciso al haber realizado un menor número de medidas. Además, hay una acumulación de error al haber utilizado para el ajuste una ecuación que proviene de otro ajuste $C_0(d)$, con lo que el primer método es más fiable y directo, mientras que el segundo tiene el error adicional en la degradación del primero. En definitiva, podemos estimar el valor esperado de la permitividad relativa teniendo en cuenta la dispersión de las medidas en $\epsilon_r = 2,3 \pm 0,2$.

1/d (mm ⁻¹)	C ± 0,04 nF
1,7 ± 0,4	0,99
1,4 ± 0,3	0,79
1,3 ± 0,2	0,69
1,11 ± 0,17	0,59
1,00 ± 0,14	0,48
0,83 ± 0,10	0,44
0,71 ± 0,07	0,36
0,63 ± 0,06	0,32
0,48 ± 0,03	0,25
0,38 ± 0,02	0,21
0,323 ± 0,015	0,18
0,278 ± 0,011	0,16
0,217 ± 0,007	0,13
0,152 ± 0,003	0,10
0,1042 ± 0,0015	0,08
0,0510 ± 0,0004	0,05
0,02525 ± 0,00009	0,05

Tabla 5a:

Datos correspondientes a la Figura 5a.

L (cm)	C ± 0,04 nF
90,5 ± 0,4	0,10
177,5 ± 0,3	0,20
261 ± 0,2	0,30
343 ± 0,17	0,41
428 ± 0,14	0,54
513 ± 0,10	0,61
513 ± 0,07	0,67

Tabla 5e:

Datos correspondientes a la Figura 5e.

n (láminas)	1/d (mm ⁻¹)	C ± 0,04 nF
1	1,4 ± 0,3	1,61
2	0,71 ± 0,07	0,86
3	0,43 ± 0,03	0,61
4	0,357 ± 0,018	0,48
5	0,286 ± 0,012	0,39
6	0,238 ± 0,008	0,34
7	0,204 ± 0,006	0,29
8	0,179 ± 0,005	0,26
9	0,159 ± 0,004	0,24
10	0,143 ± 0,003	0,22
11	0,132 ± 0,002	0,21
12	0,119 ± 0,002	0,19
13	0,1099 ± 0,0017	0,18
14	0,1020 ± 0,0015	0,17

Tabla 5b:

Datos correspondientes a la Figura 5b.

n (láminas)	C ± 0,04 nF	1/d (mm ⁻¹)	C ₀ (d) (nF)	ΔC' ± 0,06 nF
5	0,40	0,294 ± 0,012	0,160 ± 0,008	0,24
0	0,17			
2	0,81	0,67 ± 0,06	0,36 ± 0,04	0,46
0	0,35			
8	0,26	0,175 ± 0,004	0,096 ± 0,004	0,15
0	0,11			

Tabla 5c:

Datos correspondientes a la Figura 5c.

5e) Si representamos para el cable coaxial $C(L)$, ya que $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(b/a)} L$ para un cable RG 58, obtenemos un ajuste lineal $b = 3,54 \text{ mm}$; $a = 0,74 \text{ mm}$.

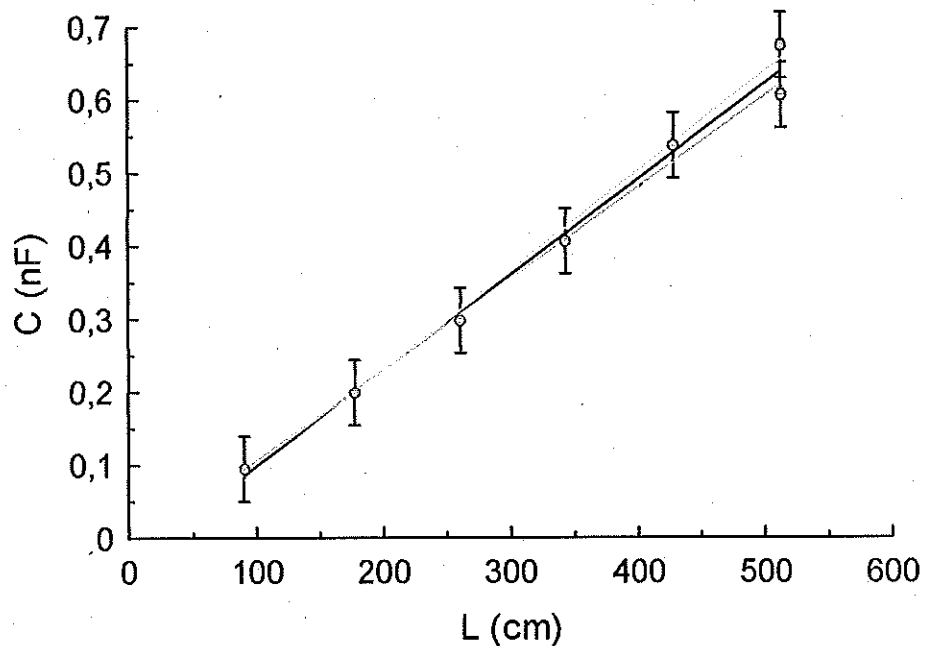


Figura 5e: Capacidad de un cable coaxial con un extremo libre según su longitud.

Ecuación: $C = A \cdot L + B$

Resultados del ajuste:

Línea Negra (todos los puntos)

mcc = 0,995

$A = 0,131 \pm 0,006 \text{ nF/m}$

$B = -0,03 \pm 0,04 \text{ nF}$

Naranja (sin último punto)

mcc = 0,998

$A = 0,136 \pm 0,005 \text{ nF/m}$

$B = -0,04 \pm 0,03 \text{ nF}$

Azul (sin penúltimo punto)

mcc = 0,999

$A = 0,125 \pm 0,004 \text{ nF/m}$

$B = -0,02 \pm 0,03 \text{ nF}$

En las tres variantes del ajuste se observa un alto coeficiente de correlación lineal y una ordenada en el origen compatible con cero. Calculando para cada caso el valor de la permitividad relativa para el cable de polietileno: (1 = negra, 2 = azul, 3 = naranja)

$$\epsilon_{r1} = 3,68 \pm 0,17$$

$$\epsilon_{r2} = 3,51 \pm 0,12$$

$$\epsilon_{r3} = 3,83 \pm 0,14$$

$$\epsilon_{r \text{ tab}} = 2,3$$

↳ Valor en tablas extraído del Handbook of Ph. and Ch.;

de los dedos en el cable o el hecho de la forma en que esté enrollado como posibles causas de tal desviación. Comparando con el profesor Julio Pellier, vimos que él empleó otros valores para el RG 58: $b = 2,95 \text{ mm}$; $a = 0,90 \text{ mm}$. Para estos valores, se obtiene:

$$\epsilon_{r1} = 2,79 \pm 0,17$$

$$\epsilon_{r2} = 2,66 \pm 0,12$$

$$\epsilon_{r3} = 2,91 \pm 0,14$$

que se acercan considerablemente a lo esperado.

Ahora bien, si suponemos que las derivaciones respecto a lo esperado en toda la práctica se deben a C_1 y C_2 , es lícito dividir entre ϵ_0 experimental de 5a1) en lugar del valor teórico para comprobar la permittividad relativa. (al ser un factor, no afectaría al cociente tanto la derivación). Si repetimos el cálculo (para el RG58 de Julio) se obtiene:

$$\begin{aligned} \epsilon_{r1} &= 2,31 \pm 0,07 && \rightarrow \text{Valores que son plenamente consistentes con el} \\ \epsilon_{r2} &= 2,21 \pm 0,07 && \text{del polietileno (2,3).} \\ \epsilon_{r3} &= 2,41 \pm 0,07 \end{aligned}$$

Esto indica que o bien el cable RG58 no es el que cita en el guión (y sí el de Julio), o bien que hay ciertas desviaciones sistemáticas en la medida de C_1 como una incorrecta calibración. Esto se confirma por el hecho de que los valores son más compatibles si tomamos como referencia el ϵ_0 experimental y no el teórico. ¿A qué se debe esto? Pues bien, el error predominante en esta práctica es que en todos los puntos de los ajustes se utiliza un mismo valor: K . Y se ha comprobado que dicho valor (proveniente de 3 medidas), tiene una derivación considerable respecto a lo esperado, al calcular $\epsilon_{0\text{exp}}$. Por tanto, esa derivación se arroja en el resto de cálculos posteriores.

Otro error que se arroja en los cálculos es el error de cero en el tornillo micrométrico, con lo que al ser una distancia pequeña, tiene un error relativo considerable, en especial para separaciones pequeñas de las placas.

Una manera de mejorar el experimento es midiendo con más precisión ϵ_0 y K , este último mediante más medidas, un ajuste a una longitud para distintas frecuencias y una lectura de C_1 y C_2 fija, para verificar su correcta calibración.

→ ves que no lo habéis tenido en cuenta

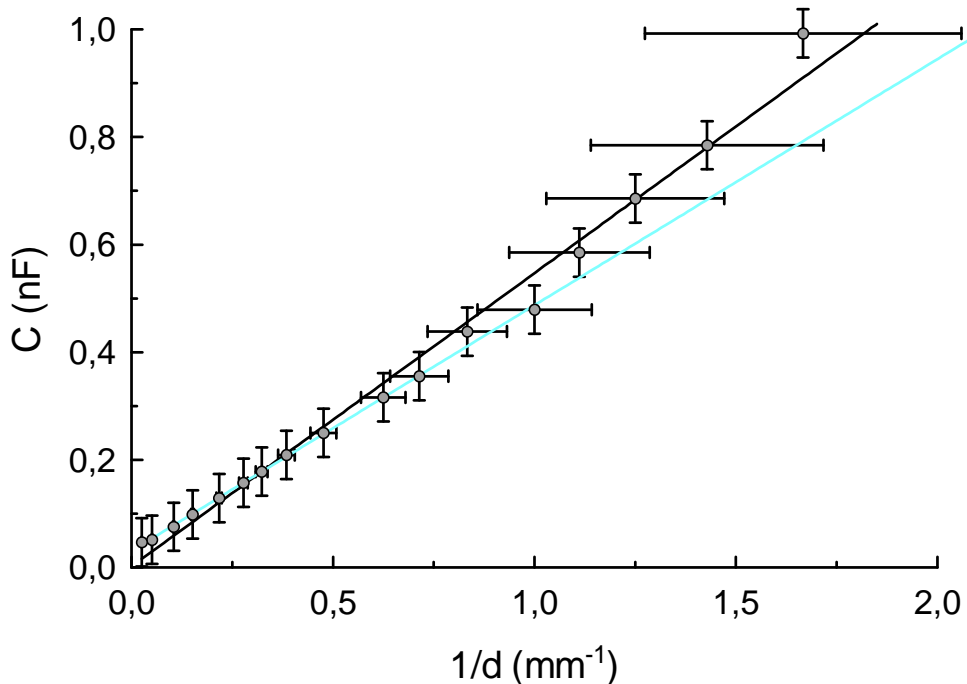


Figura 5a: Capacidad de un condensador de placas circulares en función de la inversa de la distancia de separación d entre ellas en aire.

Ecuación: $C = A / d + B$

Resultados del ajuste: Línea negra (todos los puntos)

mcc = 0,994

$A = 0,545 \pm 0,016 \text{ nF}\cdot\text{mm}$

$B = 0,00 \pm 0,03 \text{ nF}$

Línea azul (sin los 6 últimos puntos)

mcc = 0,9998

$A = 0,457 \pm 0,006 \text{ nF}\cdot\text{mm}$

$B = 0,03 \pm 0,02 \text{ nF}$

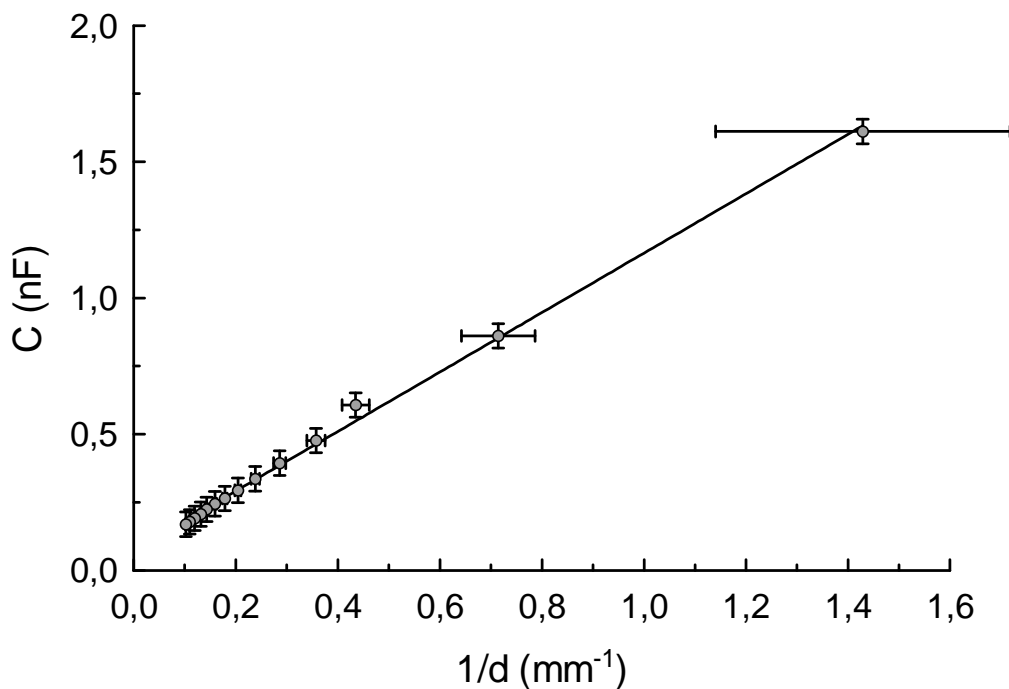


Figura 5b: Capacidad de un condensador de placas circulares en función de la inversa de la distancia de separación d entre ellas con n láminas dieléctricas en su interior.

Ecuación: $C = A / d + B$

Resultados del ajuste:

mcc = 0,999

$A = 1,091 \pm 0,016 \text{ nF}\cdot\text{mm}$

$B = 0,07 \pm 0,02 \text{ nF}$

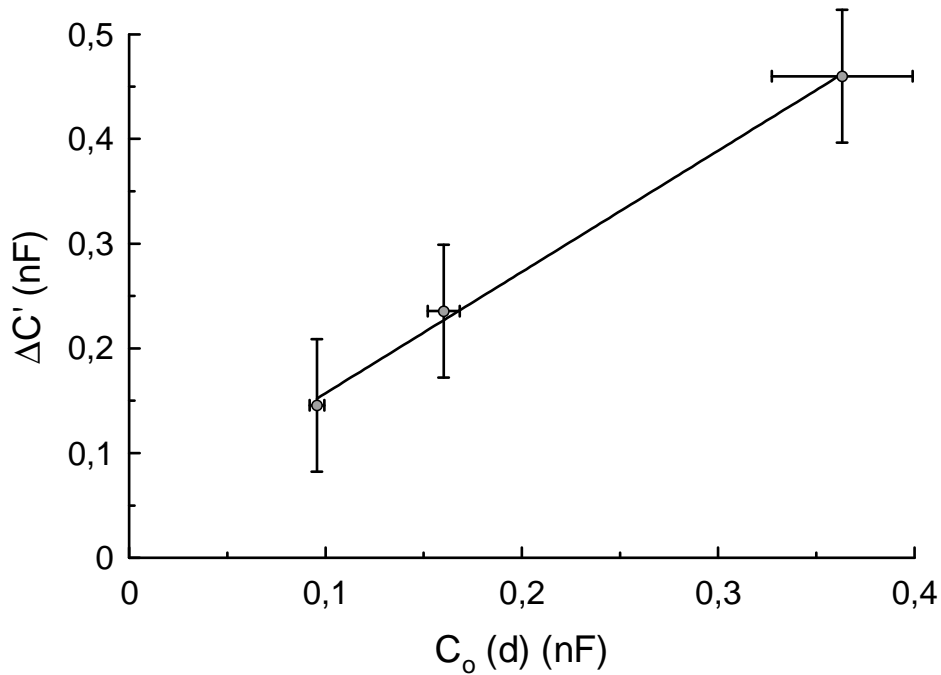


Figura 5c: Diferencia de capacidad $\Delta C'$ de un condensador de placas circulares con y sin láminas dieléctricas en su interior para cada distancia frente a la capacidad en vacío C_0 .

Ecuación: $\Delta C' = A \cdot C_0(d) + B$

Resultados del ajuste:

$mcc = 0,999$

$A = 1,16 \pm 0,06$

$B = 0,04 \pm 0,03$ nF

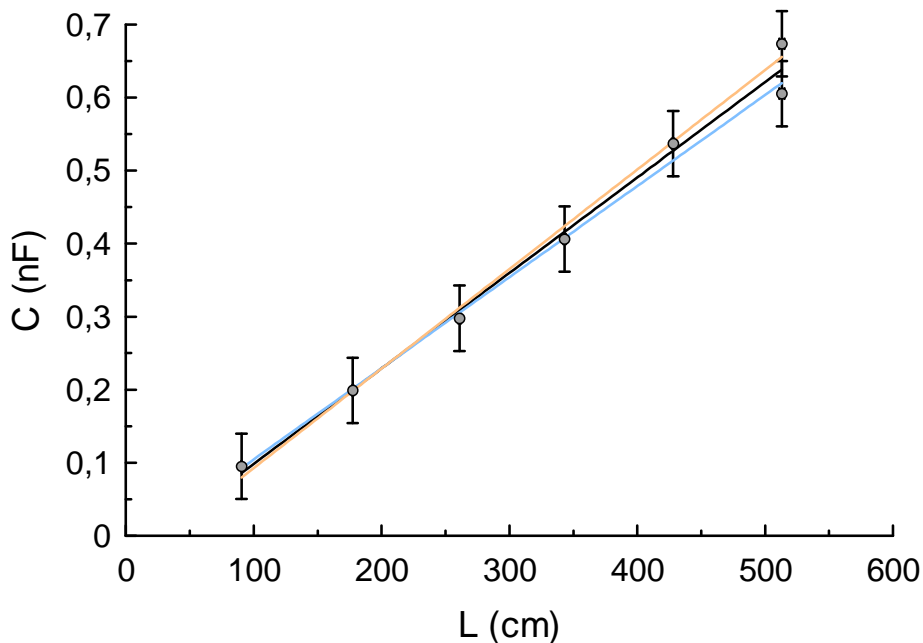


Figura 5e: Capacidad de un cable coaxial con un extremo libre según su longitud.

Ecuación: $C = A \cdot L + B$

Resultados del ajuste:

Línea Negra (todos los puntos)

$mcc = 0,995$

$A = 0,131 \pm 0,006$ nF/m

$B = -0,03 \pm 0,04$ nF

Naranja (sin último punto)

$mcc = 0,998$

$A = 0,136 \pm 0,005$ nF/m

$B = -0,04 \pm 0,03$ nF

Azul (sin penúltimo punto)

$mcc = 0,999$

$A = 0,125 \pm 0,004$ nF/m

$B = -0,02 \pm 0,03$ nF