

TECNICAS EXPERIMENTALES  
DE  
FISICA CUANTICA

Pareja 7

- Fernando Hueso Gonzalez
- Javier Ledesma Fernandez

# ÍNDICE

• <u>Bobinas de Helmholtz</u> . . . . .	1
• <u>Serie de Balmer y espectroscopia con prisma</u> . . . . .	7
• <u>Ley de Stefan-Boltzmann</u> . . . . .	17
• <u>El filamento incandescente</u> . . . . .	25
• <u>El efecto fotoeléctrico</u> . . . . .	33
• <u>Difracción de electrones</u> . . . . .	39
• <u>Experimento de Franck-Hertz</u> . . . . .	48
• <u>Espectro de Rayos X</u> . . . . .	56

# Laboratori de Física Quàntica

1. Descripció i presentació del Laboratori i de les eines de treball. Experimentació i pràctiques. (1 sessió).
2. Experiment de Franck-Hertz. (1 sessió).
  - o Presa de dades, càlcul, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts
3. Difracció d'electrons. (1 sessió).
  - o Presa de dades, càlcul, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts
4. Efecte fotoelèctric
  - o Efecte fotoelèctric. Potencial de frenat. Determinació d' $h$ . (1 sessió).
    - Presa de dades, càlcul, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts
  - o Efecte fotoelèctric-Electroscopi de Wulf. (1 sessió).
    - Presa de dades, càlcul, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts
5. Radiació del Cos Negre
  - o Radiació del Cos Negre. Llei de Stefan Boltzmann. (1 sessió).
    - Presa de dades, càlcul, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts
  - o Radiació del Cos Negre. Determinació d' $h$  a partir de la radiació d'una bombeta incandescent. (1 sessió).
    - Presa de dades, càlcul, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts
6. Espectroscopia. Llei de Balmer. Espectre de l'Hidrogen. (2 sessions).
  - o Experimentació i presa de dades
  - o Càlcul, anàlisi dels resultats i la seua interpretació.
7. Raigs X. Espectre de Raigs X. Espectre continu i discret. (2 sessions).
  - o Experimentació i presa de dades.
  - o Càlcul, anàlisi dels resultats i la seua interpretació.
8. Avaluació individual final dels resultats obtinguts al Laboratori i la seua interpretació. (1 sessió).

Total = 12 sessions. 6 crèdits

Stefan Boltzmann  
Llei de Balmer  
Espectre de l'Hidrogen  
Raigs X  
Espectre continu i discret  
Avaluació individual final

# Laboratorio de Física Cuántica.

## Criterios de Evaluación.

La puntuación de la asignatura de Técnicas Experimentales de Física Cuántica se realizará de la siguiente manera:

- 30 puntos para el Módulo Teórico (MT), que serán evaluados por el profesor encargado del módulo, mediante un examen individual.
- 40 puntos para el módulo Asistencia-Desarrollo-Comprensión (ADC), que corresponden: hasta 5 en Asistencia, hasta 20 para Desarrollo y hasta 15 para Comprensión, evaluados por el profesor del Laboratorio.
- 30 puntos más para la Revisión Individualizada de Resultados e Interpretación (RIRI), que se realizará por el profesor del Laboratorio, en la última sesión, mediante un examen individual.

Para aprobar la asignatura son condiciones indispensables:

1. Haber realizado el examen del Módulo Teórico (MT) y la Revisión Individualizada de Resultados e Interpretación (RIRI).
2. Haber aprobado el módulo ADC; esto es tener 21 puntos como mínimo.
3. Haber realizado todas las prácticas (8 en total).
4. Obtener en el Módulo Teórico un mínimo de 9 puntos sobre 30.
5. Sumar 50 puntos en total.

Una vez aprobado el módulo Asistencia-Desarrollo-Comprensión, si no se llega a 50 puntos con los demás módulos, la nota del módulo ADC se puede guardar para Septiembre, de manera que no será necesario que el estudiante entre otra vez en Laboratorio y sólo tendrá que superar el examen del MT y, en su caso, el RIRI.

En cada sesión (5h.) hay tiempo suficiente para que se realice la práctica, se analicen los resultados, se discutan con el profesor y se escriban las conclusiones (salvo las que son de dos sesiones). Por ello las prácticas (el módulo ADC) se puntúan día a día (o al final de la segunda sesión en las que son de dos).

Cada grupo deberá llevar un cuaderno de laboratorio (con gusanillo o tipo "libro de cuentas"), donde realizarán las anotaciones de las medidas, podrán grapar las gráficas de resultados y escribir las conclusiones y consecuencias. La información contenida en este cuadernillo puede servir de base para la evaluación final individual (RIRI).

Licenciatura en Físicas  
Técnicas Experimentales de Física Cuántica  
*Curso 2009/2010*

Sesión	AL1	BL2	BL1	AL2
	15:30h-20:30h	8:30h-13:30h	8:30h-13:30h	15:30h-20:30h
	Lunes	Martes	Miércoles	Miércoles
01	16/11/09	17/11/09	18/11/09	18/11/09
02	23/11/09	24/11/09	25/11/09	25/11/09
03	30/11/09	01/12/09	02/12/09	02/12/09
04	14/12/09	15/12/09	16/12/09	16/12/09
05	08/02/10	09/02/10	10/02/10	10/02/10
06	15/02/10	16/02/10	17/02/10	17/02/10
07	22/02/10	23/02/10	24/02/10	24/02/10
08	01/03/10	02/03/10	03/03/10	03/03/10
09	08/03/10	09/03/10	10/03/10	10/03/10
10	22/03/10	23/03/10	24/03/10	24/03/10
11	29/03/10	30/03/10	31/03/10	31/03/10
12	19/04/10	20/04/10	21/04/10	21/04/10

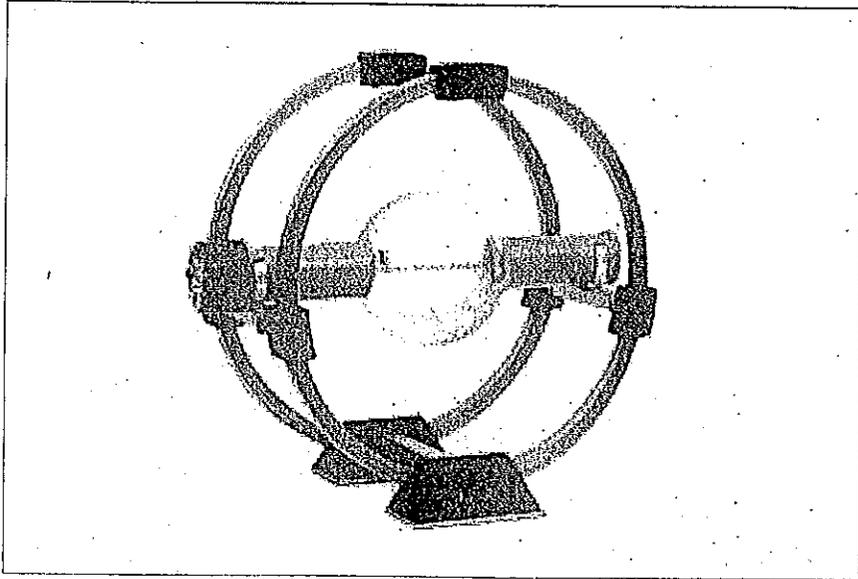
**Laboratorio de Física Cuántica 2009-2010**

	Mañanas (8:30h-13:30h)		Tardes (15:30h-20:30h)	
Lunes	Libre		AL1	J. Ruiz (2.25), P. González (3.75)
Martes	BL2	A. Pérez (4), A. Aparici (2)	Libre	
Miércoles	BL1	J. Jones (3.5), C. Mayoral (2.5)	AL2	M. Vicente (2), A. Aparici (4)
Jueves	Libre		Libre	
Viernes	Libre		Libre	

Entre paréntesis se indica el número de créditos correspondiente a cada profesor (1 crédito = 2 sesiones).

## Tubo de rayos catódicos y par de bobinas de Helmholtz.

Determinación de la relación carga-masa del electrón



### Objetivo

El objetivo de esta práctica es determinar la relación carga-masa del electrón  $le/m$ . Para ello se dispone de un tubo de rayos catódicos, que permite acelerar electrones mediante una diferencia de potencial, y de un campo magnético, creado por dos bobinas de Helmholtz, que permite curvar la trayectoria de los mismos. A partir de la medida de esta curvatura se puede extraer  $le/m$ .

### Índice

Introducción.

Determinación de la relación  $le/m$  con un tubo de rayos catódicos.

- Movimiento de un electrón en un campo eléctrico.
- Movimiento de un electrón en un campo magnético.
- Cálculo del campo magnético en el eje del par de bobinas de Helmholtz.
- Determinación de la relación  $le/m$ .

Dispositivo experimental.

- Montaje experimental.
- Pocosos físicos.

Realización de la práctica: medidas.

Ejercicios.

## Introducción

El descubrimiento del carácter corpuscular de la carga eléctrica se le asigna al físico inglés J.J. Thomson. Dicho descubrimiento lo realizó en 1897 experimentando con un tubo de vacío semejante a los actuales tubos de un televisor. Dentro del tubo, conteniendo una pequeña cantidad de gas, colocó dos láminas metálicas situadas una frente a la otra (cátodo y ánodo) y aplicó una tensión eléctrica entre ellas. Thomson comprobó que del cátodo salían unos rayos a gran velocidad (rayos catódicos), que atravesaban el ánodo (si en éste se practicaba un agujero) y que producían un pequeño destello al llegar a una pantalla fluorescente. Sometiendo los rayos a campos eléctricos y magnéticos comprobó que se comportaban de la misma manera independientemente del gas que se colocase en el tubo, y demostró que estaban formados por partículas cargadas, a las que bautizó con el nombre de electrones, pudiendo determinar su relación carga-masa. El valor actualmente aceptado para esta relación es  $|e|/m = 1.7598 \cdot 10^{11}$  (C/kg)

Más tarde, en 1911, el físico norteamericano R. A. Millikan consiguió también medir la carga del electrón mediante su experimento de "la gota de aceite". El valor actualmente aceptado para el módulo de la carga (negativa) del electrón es  $|e| = 1.602 \times 10^{-19}$  C.

## Determinación de la relación e/m con un tubo de rayos catódicos

### Movimiento de un electrón en un campo eléctrico

En su paso a través de un campo eléctrico de intensidad  $E$ , el electrón de carga  $-|e|$  es acelerado. En nuestro dispositivo experimental el campo eléctrico se genera al aplicar una diferencia de potencial  $U$  entre dos electrodos que se encuentran en el interior de un cañón (de electrones). Así el electrón llega a adquirir una energía cinética proporcional a dicho voltaje (voltaje de aceleración):

$$T = |e| \cdot U \quad [1]$$

De esta energía se puede deducir la velocidad del electrón. Si el movimiento es no relativista, hecho que asumiremos, la energía cinética viene dada por la siguiente expresión:

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad [2]$$

siendo  $m$  la masa en reposo del electrón y  $v$  su velocidad. De las ecuaciones (1) y (2) se puede determinar la velocidad en función del potencial de aceleración:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot |e| \cdot U}{m}} \quad [3]$$

### Movimiento de un electrón en un campo magnético

Cuando un electrón de carga  $-|e|$  se mueve con una velocidad  $\vec{v}$  en un campo magnético de intensidad  $\vec{B}$  experimenta una fuerza de Lorentz, que en el sistema internacional de unidades se expresa como:

$$\vec{F} = -|e| \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad [4]$$

# Laboratori de Física Quàntica

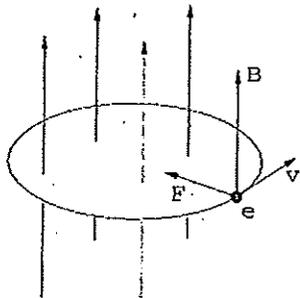
## Departament de Física Teòrica, Universitat de València

Esta fuerza tiene una dirección perpendicular al plano que forman  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  de manera que curva la trayectoria del electrón. Si  $d\vec{l}$  es el elemento diferencial de longitud a lo largo de la trayectoria, entonces tenemos:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0 \quad [5]$$

lo que significa que el electrón no gana energía cinética del campo magnético. El campo sólo cambia la dirección del movimiento del electrón y el valor absoluto de su velocidad permanece constante.

Si el campo magnético es estático y uniforme, como es el creado por el par de bobinas Helmholtz que posee nuestro dispositivo experimental, entonces el electrón se mueve en una órbita circular alrededor de las líneas de campo



La fuerza de Lorentz que apunta al centro de este círculo es la fuerza centrípeta:

$$|e| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad [6]$$

podemos despejar la carga específica, o relación carga masa, del electrón:

$$\frac{|e|}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \quad [7]$$

Sustituyendo  $v$ , dado por la ecuación (3), se llega a:

$$\frac{|e|}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2} \quad [8]$$

# Laboratori de Física Quàntica

## Departament de Física Teòrica, Universitat de València

### Calculo del campo magnético en el eje del par de bobinas de Helmholtz

#### Campo creado por una corriente eléctrica

Un sistema de cargas que efectúa un movimiento estacionario, es decir un flujo continuo de corriente eléctrica, genera un campo magnético  $\vec{B}$  cuyo valor medio en un punto de observación depende de las coordenadas de dicho punto pero no del tiempo.

Introduciendo el potencial vector  $\vec{A}$  tal que

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad [9]$$

y promediando temporalmente la ecuación de Maxwell del campo magnético se obtiene el potencial vector promedio

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{\rho} dV \quad [10]$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética en el vacío,  $\vec{J}$  la densidad de corriente eléctrica y  $\rho$  es la distancia desde el punto de observación hasta el elemento de volumen de corriente  $dV$ .

Sustituyendo [10] en [9] se obtiene el campo magnético. Teniendo en cuenta que el operador rotacional en [9] refiere a las coordenadas del punto de observación se

puede permutar con el signo de Integración en [10] y tratar  $\vec{J}$  como una constante en la derivación tal que:

$$\text{rot} \left( \frac{\vec{J}}{\rho} \right) = \frac{\vec{J} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \quad [11]$$

donde  $\vec{\rho}$  es el vector, de módulo  $\rho$ , desde el punto de observación al elemento de volumen  $dV$ . El campo magnético es entonces:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J} \times \vec{\rho}}{\rho^3} dV = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot J \int \frac{d\vec{l} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \quad [12]$$

donde en la última expresión se ha introducido  $d\vec{l}$ , el elemento diferencial de longitud de corriente, e  $I$ , la intensidad de corriente, que se relaciona con la densidad de corriente  $\vec{J}$  mediante

$$|\vec{J}| = \frac{I}{S} \quad [13]$$

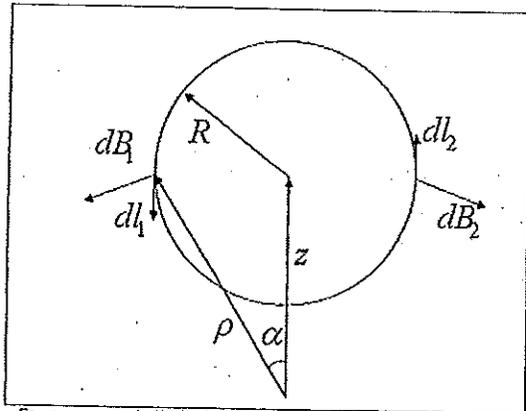
siendo  $S$  la superficie transversal de corriente.

### Campo creado por una bobina

Sea una bobina con  $N$  espiras tal que por cada una de ellas circula una corriente  $I$ . El campo magnético creado por un elemento de longitud de corriente de una espira en un punto de observación viene dado por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \quad [14]$$

siendo  $\vec{\rho}$  un vector desde el punto de observación hasta el elemento  $d\vec{l}$  de la espira. A lo largo del eje de la espira, que consideraremos como eje  $Z$ , la suma de los campos  $d\vec{B}_1$  y  $d\vec{B}_2$  ( $d\vec{B}_1$  y  $d\vec{B}_2$  en general) creados por dos elementos diagonalmente opuestos  $d\vec{l}_1$  y  $d\vec{l}_2$  ( $d\vec{l}_1$  y  $d\vec{l}_2$  en general), sólo tiene componente  $z$ :



Esquema para el cálculo del campo magnético creado por una espira.

$$d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 = (dB_{1z} + dB_{2z})\vec{k} = 2dB_{1z}\vec{k} = 2dB_{2z}\vec{k} \quad [15]$$

con  $dB_{1z}$ , por ejemplo, dado por

$$dB_{1z} = -|d\vec{B}_1| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -|d\vec{B}_1| \cdot \text{sen}(\alpha) = -|d\vec{B}_1| \cdot \frac{R}{\rho} \quad [16]$$

siendo  $R$  el radio de la espira.

Ya que sobre el eje de la espira se cumple que  $\vec{\rho} \perp d\vec{l}$  el módulo del campo magnético creado por cualquier elemento de corriente de la espira en el punto de observación es

$$dB_1 = |d\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{dl_1}{\rho^2} \quad [17]$$

Integrando para todos los puntos obtenemos:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = 2 \int_{\text{semicírculo}} dB_1 \vec{k} = -2 \cdot \int \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{dl}{\rho^2} \cdot \frac{R}{\rho} \vec{k} = -2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R}{4\pi \cdot \rho^3} \cdot \pi \cdot R \vec{k} = -\frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^2}{2 \cdot \rho^3} \vec{k} \quad [18]$$

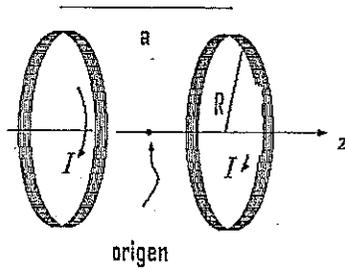
Finalmente, utilizando  $\rho = \sqrt{(z^2 + R^2)}$ , el módulo del campo creado por una espira a lo largo del eje  $Z$  vale:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right]^{3/2}} \quad [19]$$

Para una bobina se ha de multiplicar por el número de espiras  $N$  por el campo creado por cada una de ellas resultando:

$$B_{\text{bobina}} = N \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = N \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right]^{3/2}} \quad [20]$$

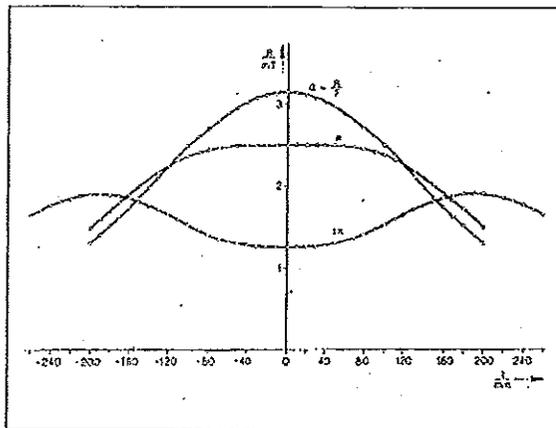
Campo creado por dos bobinas



El campo magnético creado por dos bobinas (ambas con N espiras) separadas una distancia  $a$  lo largo del eje de las mismas y con corrientes circulando en el sentido que indica la figura es, a partir de [20]:

$$B(z) = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2 \cdot R} \left\{ \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z-a/2}{R}\right)^2\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z+a/2}{R}\right)^2\right]^{3/2}} \right\} \quad [21]$$

Se puede estudiar cómo varía el campo a lo largo del eje Z para diferentes valores de la separación,  $a$ , entre las bobinas. Para valores típicos de  $I$  y  $R$  en el par de bobinas de Helmholtz:



B en función de la coordenada z de un punto del eje. El parámetro  $a$  es la distancia que separa las bobinas.

Se observa que si  $a = R$ , el campo es uniforme en el eje de las bobinas en un intervalo de valores de  $z$ : [-80mm, 80mm]. De hecho ésta es la peculiaridad de las bobinas de Helmholtz. Su valor es:

$$B \approx B(z=0) = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2 \cdot R} \frac{2}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} \quad [19]$$

**Determinación de la relación carga-masa del electrón**

Combinando las ecuaciones (8) y (19) se llega a:

$$\frac{|e|}{m} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 \frac{2 \cdot R^2 \cdot U}{\mu_0^2 \cdot N^2 \cdot r^2 \cdot I^2} \quad [20]$$

Utilizando:

- $\mu_0$  (permeabilidad magnética en el vacío) =  $4\pi \times 10^{-7} \text{ Vs/Am}$
- $N = 154$  (número de espiras de cada bobina)
- $R = 0.2m$  (radio de las bobinas)

se obtiene:

$$\frac{|e|}{m} = 4,16 \times 10^6 \frac{U}{r^2 \cdot I^2} \quad [21]$$

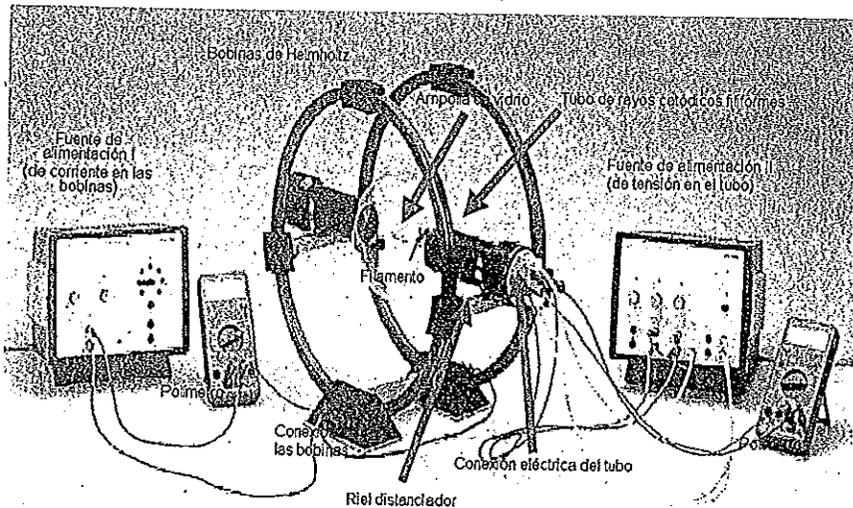
en C/kg, siendo  $U$  la diferencia de potencial aplicada al electrón,  $r$  el radio de curvatura de la trayectoria del electrón e  $I$  la intensidad de corriente que circula por las bobinas.

### Dispositivo experimental

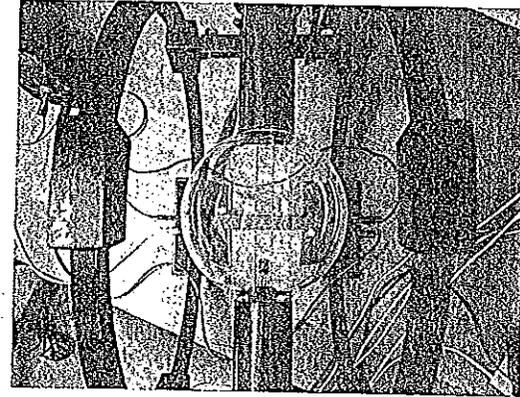
La determinación de  $h/m$  a partir de la expresión (21) requiere medidas de  $U$ ,  $I$  y  $r$  que se realizarán con el siguiente dispositivo.

### Montaje experimental

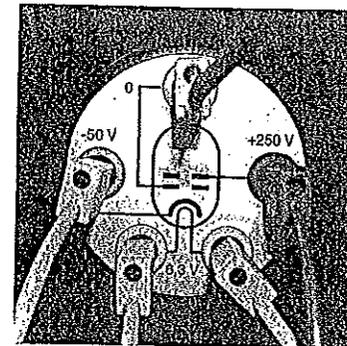
La configuración experimental completa se muestra en la fotografía:



El tubo de rayos catódicos tiene 47 cm de longitud. Una ampolla esférica de vidrio, con un diámetro aproximado de 17 cm, ocupa el centro del tubo. En ella se ha hecho un vacío parcial con una cantidad residual de argón,  $Ar$ , a una presión aproximada de  $0,1 \text{ Pa}$  ( $10 \text{ micróbar}$ ). En un extremo de la ampolla hay un cañón de electrones.



El cañón de electrones contiene un cátodo y un ánodo agujereado. El cátodo es un cilindro de níquel con un elemento soldado a su extremo constituido por óxidos de bario y estroncio que facilitan la emisión de electrones por efecto termoiónico. Un filamento de caldeo, sometido a una diferencia de potencial de  $6,3 \text{ V}$  (alterna), calienta el cátodo. Los electrones emitidos se aceleran debido a otra diferencia de potencial (continua) que hay entre cátodo y ánodo, generando así un haz estrecho. El cátodo se encuentra a  $-50 \text{ V}$ , mientras que el voltaje del ánodo puede ser ajustado de  $0$  a  $+250 \text{ V}$ . Entre cátodo y ánodo hay situada una rejilla. Variando el voltaje de rejilla entre  $-50 \text{ V}$  y  $0 \text{ V}$  se controla el flujo de electrones, es decir, la intensidad de la corriente y, por tanto, el brillo del rayo.



Par de bobinas de Helmholtz. Son dos bobinas, cada una de ellas formada por 154 espiras (14 capas de alambre de cobre con 11 espiras cada capa).

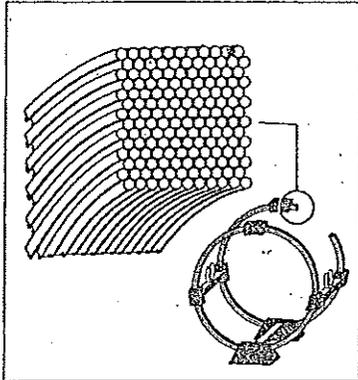


Fig. 2: Esquema del bobinado de las bobinas de Helmholtz.

Las bobinas están separadas, mediante rieles distanciadores, por una distancia que es igual a su radio (20 cm). Cuando esta configuración se conecta en un circuito, se genera un campo magnético prácticamente uniforme en la región entre ellas. La conexión entre las bobinas se realiza en serie y de tal manera que los campos magnéticos generados por ambas bobinas se sumen. Cada bobina soporta una intensidad máxima de 5A.



### Proceso físico

El proceso físico que tiene lugar en el dispositivo experimental es el siguiente:

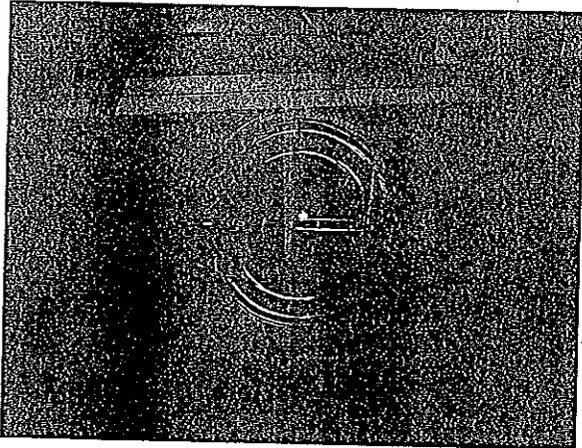
- i) Los electrones (rayos catódicos) son emitidos por el cañón verticalmente, con energía cinética proporcionada por la diferencia de potencial aplicada.
- ii) Los electrones emitidos chocan contra las moléculas de gas Ar, ionizándolas, tal que los iones positivos (inertes al argón restante por ser éste un gas noble) forman un hilo a lo largo de la trayectoria de los electrones, que es visualizada por la recombinación fluorescente del argón ionizado. Cuanto mayor es la diferencia de potencial aplicada a los electrones, más intensa es la luz de recombinación que se emite ya que se producen más ionizaciones y recombinaciones en los átomos del gas.
- iii) Al aplicar corriente a las bobinas de Helmholtz, el haz de electrones, que se encuentra en el plano central entre las bobinas y paralelo a ellas, siente la acción de un campo magnético uniforme y se curva. Si la intensidad de corriente es suficiente se cierra circularmente sobre sí mismo.
- iv) Al variar la intensidad de campo magnético aplicado a los electrones, el radio del círculo luminoso varía. Este hecho permite realizar diferentes medidas para diferentes radios de curvatura y, a partir de ellas, obtener el valor de la carga específica del electrón.

## Realización de la práctica: medidas.

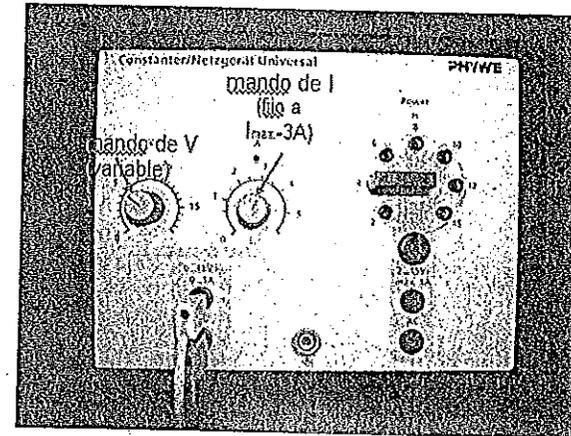
Primeramente comprobar que todos los potenciómetros de las fuentes de alimentación I y II estén en 0. Elegir en el amperímetro la escala de 10 A y en el voltímetro la de 1000 V. Encender las fuentes (el interruptor de encendido se sitúa en la parte de atrás) y oscurecer la habitación (o al menos la zona en donde está el dispositivo experimental).

A continuación se procede del siguiente modo:

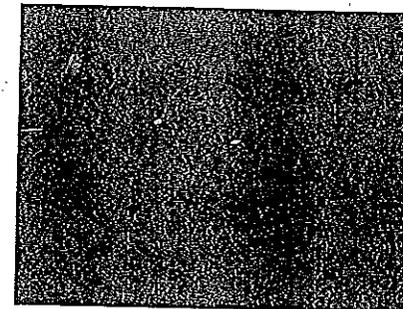
1. Después de un tiempo de calentamiento de 1 minuto girar el potenciómetro 0...300 V de la Fuente II hasta que en el voltímetro se llegue a un valor entre 90 V y 100 V. A continuación girar el potenciómetro 0...50 V de la Fuente I hasta que aparezca un rayo filiforme cuya nitidez y luminosidad se regularán con el mismo potenciómetro (no utilizar el valor máximo para evitar quemaduras en el tubo). Una vez "ajustado" el haz medir en el voltímetro el valor de la diferencia de potencial aplicada a los electrones  $U$ .



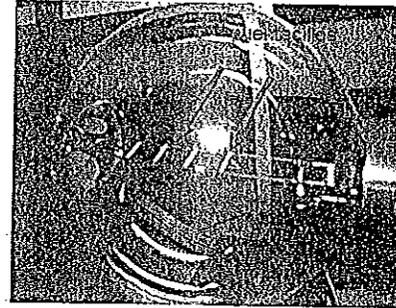
2. Sólo si fuera necesario, girar en su soporte el tubo de rayos catódicos hasta lograr que el rayo salga perpendicular al eje de las bobinas de Helmholtz.
3. En la Fuente I fijar el potenciómetro 0...5 A en el valor 3 A (valor máximo de la intensidad que circulará por las bobinas). La intensidad de corriente en las bobinas y, por tanto, el campo magnético creado por ellas, se controlará con el potenciómetro 0...15 V. La lectura de la intensidad de corriente se hace con el amperímetro. Cabe comentar que cuando el voltaje aplicado hace que la fuente genere el máximo de intensidad indicado (en este caso 3A) se encenderá un led rojo y la salida de corriente dejará de ser lineal.



4. Girar el potenciómetro 0...15 V y observar cómo la trayectoria del rayo filiforme se curva. Para un valor suficiente de la intensidad de corriente, es decir del campo magnético, la trayectoria dentro de la ampolla es circular.



5. Se ajusta la intensidad de corriente en las bobinas de modo que el rayo toque alguno de los cuatro puentecillos fluorescentes, que corresponden a radios de la trayectoria circular de 2, 3, 4 o 5 cm. Se mide con el amperímetro la intensidad de corriente.



6. Se repite el paso 5 para cada uno de los radios diferentes.
7. Volver a intensidad de corriente nula en las bobinas (con el potenciómetro 0...15 V). Aumentar el voltaje  $U$  del paso 1 en 20 V y repetir el proceso (pasos 2 a 6).
8. Hacer medidas para al menos 6 voltajes  $U$  diferentes.

## Ejercicios

1. Hacer una tabla con los valores de  $I$  correspondientes a los valores de  $U$  (para cada uno de los radios posibles). Notar que para algunos voltajes no se podrá medir para los radios más pequeños, pues se requeriría exceder la intensidad máxima fijada de 3 A.
2. A partir de cada una de estas tablas determinar la relación carga-masa del electrón con su error.
3. Determinar el rango de velocidades de los electrones en el tubo.

# Práctica : Tubo de rayos catódicos y par de bobinas de Helmholtz:

## \*Objetivos:

Mediante el presente experimento pretendemos determinar la relación carga-masa del electrón para diferentes trayectorias de un rayo catódico. Así como su rango de velocidades asociado a la variación de la diferencia de potencial del tubo.

## \* Procedimiento experimental:

Utilizando el montaje que más adelante se explicará (el cual consta de un tubo de rayos catódicos y 2 bobinas de Helmholtz) hemos podido curvar la trayectoria de los electrones y medir la corriente necesaria en cada caso.

Dicha ~~carga~~ curvatura se debe al campo magnético generado en las bobinas por el paso de una corriente. Se puede comprobar que este campo magnético solo tiene la dirección del eje de las bobinas, respaldando a la siguiente expresión:

$$B \approx B(z=0) = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N^2 I}{R}$$

$\mu_0$   $\equiv$  permeabilidad magnética del vacío  
 $N$   $\equiv$  n.º de espiras  
 $R$   $\equiv$  radio de las bobinas.

Puede verse también que la distancia entre las bobinas es igual a su radio.

Asumiendo un comportamiento relativista hemos relacionado de forma sencilla la diferencia de potencial y la velocidad de los e<sup>-</sup>

$$V = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{|e|}{m}}$$

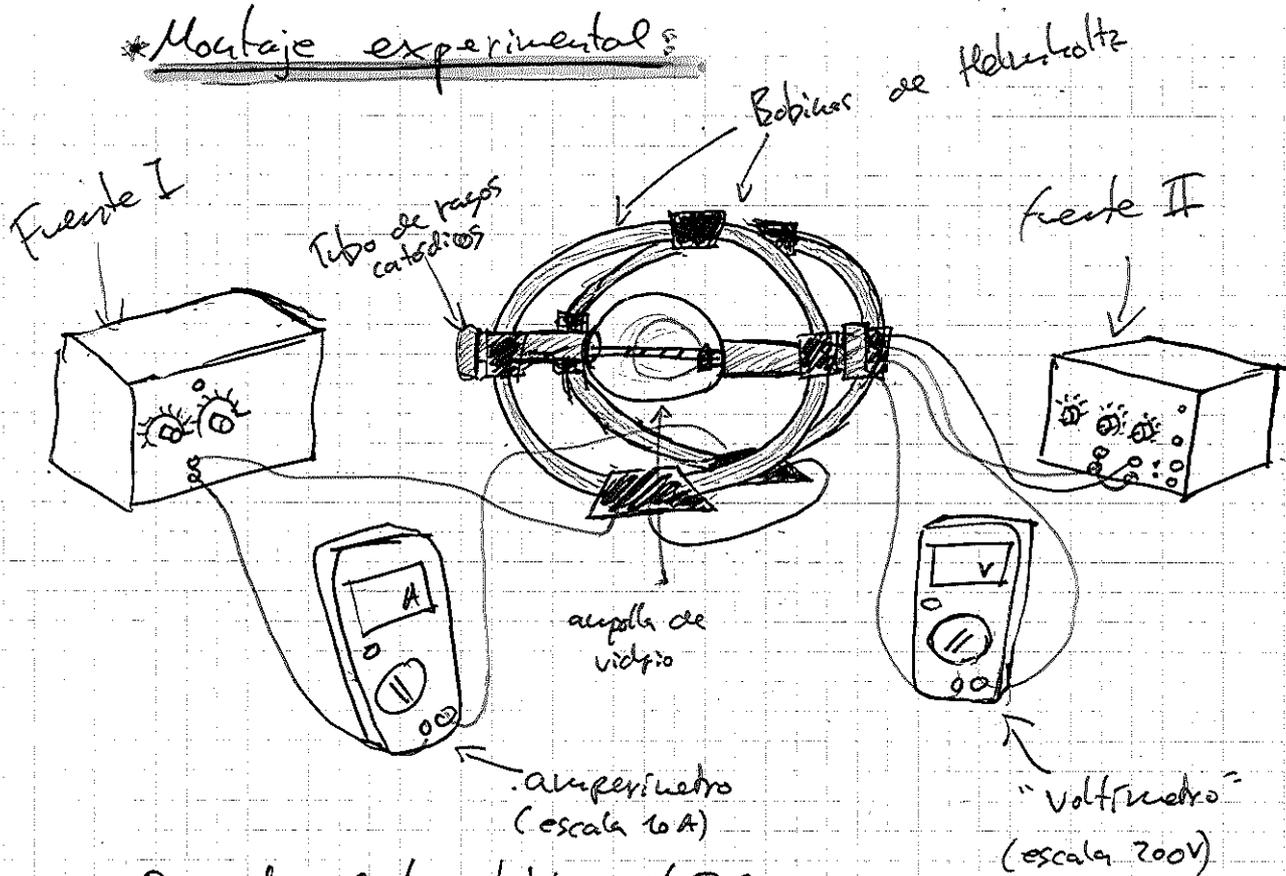
$e$   $\equiv$  carga del electrón  
 $m$   $\equiv$  masa del electrón

Estudiando la variación del radio de curvatura, a través de los puentes fluorescentes de la ampolla de vidrio, con la diferencia de potencial y la intensidad de la corriente hemos podido calcular, finalmente, la relación buscada:

$$\frac{|e|}{m} = (4'16 \cdot 10^{18}) \frac{U}{r^2 \cdot I^2}$$

$U$   $\equiv$  dif. de potencial  
 $I$   $\equiv$  intensidad  
 $r$   $\equiv$  radio de la trayectoria

## \* Montaje experimental:



\* Diámetro de las bobinas:  $\approx 40 \text{ cm}$

\* Radio de las bobinas:  $\approx 20 \text{ cm}$

\* Distancia entre bobinas:  $\approx 20 \text{ cm}$

No le asignamos un error a estas medidas porque no han sido rigurosamente tomadas.

→ No hemos podido medir correctamente estas distancias porque no contábamos con una cinta métrica suficientemente larga, por lo que hemos hecho una estimación con una pequeña regla.

De todas formas podemos afirmar que es correcto pensar que tanto los radios como la distancia entre las bobinas es igual.

\* Número de espiras: Tal y como especifica el guión cada bobina cuenta con 14 filas de 11 espiras de cobre, por lo que no asignaremos un error a este valor ( $N=154$ )

\* Distancia entre puentes fluorescentes: Nos ha resultado imposible medirla directamente, así que de nuevo hemos tenido que aceptar los valores dados (aunque les hemos asignado un  $\pm 0.5 \text{ cm}$  de error que se explicará más adelante).

$r_1 = 5'0 \pm 0'5 \text{ cm}$	$r_2 = 4'0 \pm 0'5 \text{ cm}$	$r_3 = 3'0 \pm 0'5 \text{ cm}$	$r_4 = 2'0 \pm 0'5 \text{ cm}$
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

Tabla de datos:

\* Hemos conectado la Fuente II ajustando los 2 potenciómetros (0...300V, 0...50V) hasta que hemos visto el rayo catódico filiforme perpendicular al eje de las bobinas.

\* A continuación hemos conectado los 2 potenciómetros de la Fuente I, consiguiendo curvar las trayectorias.

↳ Hemos advertido que el montaje interno está algo descentrado, por lo que el rayo no es perfectamente perpendicular a las bobinas.

$V \pm 0,1V$	$I_1 \pm 0,01A$	$I_2 \pm 0,01A$	$I_3 \pm 0,01A$	$I_4 \pm 0,01A$
90,0	0,39	0,53	0,73	1,18
	0,38	0,55	0,77	1,21
	0,41	0,54	0,77	1,21
110,0	0,50	0,63	0,86	1,32
	0,50	0,64	0,90	1,38
	0,50	0,65	0,90	1,38
130,0	0,56	0,72	0,98	1,50
	0,57	0,73	0,99	1,52
	0,57	0,72	0,98	1,49
150,0	0,62	0,78	1,07	1,64
	0,62	0,79	1,07	1,60
	0,63	0,79	1,08	1,61
170,0	0,67	0,85	1,15	1,75
	0,67	0,85	1,17	1,74
	0,68	0,86	1,16	1,76
190,0	0,71	0,90	1,21	1,81
	0,71	0,89	1,21	1,82
	0,71	0,90	1,21	1,82

# Tratamiento de datos y resultados

\* Determinación experimental de la relación  $\frac{e/h}{m}$   
 (y la velocidad de los  $e^-$  en el tubo)

$V \pm 0,1V$	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	①	②	③	④
--------------	---	---	---	---	---

$V \pm 0,1V$		$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	Valor esperado
90,0	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	$10 \pm 2$	$8 \pm 2$	$7 \pm 2$	$7 \pm 3$	1'8
	$\frac{v}{c} (\%)$	$44 \pm 0,5$	$40 \pm 0,5$	$37 \pm 0,6$	$36 \pm 0,9$	$1,876 \pm 0,010$
110,0	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	$7,3 \pm 1,7$	$7,0 \pm 1,4$	$6 \pm 2$	$6 \pm 3$	1'8
	$\frac{v}{c} (\%)$	$42 \pm 0,5$	$41 \pm 0,6$	$40 \pm 0,7$	$39 \pm 1,0$	$2,074 \pm 0,009$
130,0	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	$6,8 \pm 1,5$	$6,5 \pm 1,8$	$6 \pm 2$	$6 \pm 3$	1'8
	$\frac{v}{c} (\%)$	$44 \pm 0,5$	$43 \pm 0,6$	$42 \pm 0,7$	$42 \pm 1,1$	$2,255 \pm 0,009$
150,0	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	$6,4 \pm 1,5$	$6,3 \pm 1,7$	$6 \pm 2$	$6 \pm 3$	1'8
	$\frac{v}{c} (\%)$	$46 \pm 0,5$	$46 \pm 0,6$	$45 \pm 0,8$	$45 \pm 1,1$	$2,422 \pm 0,008$
170,0	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	$6,3 \pm 1,4$	$6,1 \pm 1,6$	$6 \pm 2$	$6 \pm 3$	1'8
	$\frac{v}{c} (\%)$	$49 \pm 0,5$	$48 \pm 0,6$	$47 \pm 0,8$	$47 \pm 1,2$	$2,578 \pm 0,008$
190,0	$\frac{e/h}{m} (\times 10^{11} \frac{C}{Kg})$	$6,3 \pm 1,4$	$6,2 \pm 1,7$	$6 \pm 2$	$6 \pm 3$	1'8
	$\frac{v}{c} (\%)$	$52 \pm 0,6$	$51 \pm 0,7$	$50 \pm 0,9$	$50 \pm 1,3$	$2,726 \pm 0,007$

A primera vista se comprueba que la velocidad de los  $e^-$  es mayor cuanto mayor es la d.d.p., como se espera intuitivamente y a través de la fórmula teórica.

## Conclusiones:

Los valores obtenidos para relación carga-masa del electrón, que aparecen en la tabla de resultados anterior, son consistentes para diferentes valores del voltaje. Salvo un par de valores, todos comparten un mismo intervalo, alrededor de  $(6 \pm 2) \times 10^{11}$  C/kg. Asimismo, podemos observar una reducción sistemática de los valores de  $\frac{e}{m}$  para un mismo voltaje a medida que disminuye el radio de la trayectoria.

Por otro lado, el intervalo de velocidades de los electrones es de 3,6% a 5,2% de la velocidad de la luz, lo cual justifica el desarrollo teórico no relativista.

Sin embargo, los valores obtenidos para la relación carga-masa del electrón no son compatibles con el valor esperado de  $1,8 \cdot 10^{11}$  C/kg. Tan sólo para el radio más pequeño, el valor está a menos de dos barras de error. Esto ha podido deberse a un error sistemático, que no hay dispersión alrededor del valor esperado sino desviación. Una posible causa es que la fórmula utilizada sólo es válida para el eje de las bobinas, y no para toda la ampolla, por lo que es posible que a menores radios, mejor es la aproximación lo que es consistente con nuestros valores experimentales. La que consideramos principal fuente de error es la falta de perpendicularidad entre el eje de la bobina y el plano de la trayectoria del rayo.

De hecho, hemos observado espirales en la trayectoria, con lo que es evidente que el campo tiene más componentes de las esperadas teóricamente. Desafortunadamente, no hemos podido ajustar correctamente el sistema porque la falta de alineación es interior a la ampolla, con lo que no podía corregirse desde fuera. Para obtener valores compatibles con lo esperado, deberíamos utilizar otra ampolla e intentar desmontarla y volverla a calibrar adecuadamente.

## PRÁCTICA 7:

### SERIE DE BALMER Y ESPECTROMETRÍA CON PRISMA

#### 1.- Objetivo.

Determinar las longitudes de onda de algunos rayos del espectro del Hidrógeno, en la zona visible y comprobación de la fórmula de Balmer. Determinación de las longitudes de onda de algunos rayos del espectro del Helio mediante espectrometría con prisma.

#### 2.- Material

#### n° de etiqueta

- |   |   |
|---|---|
| 1.- Lámpara espectral de H              | 1 |
| 2.- Lámpara espectral de He             | 2 |
| 3.- Bobina para lámpara espectral de H  | 3 |
| 4.- Bobina para lámpara espectral de He | 4 |
| 5.- Espectrogoniómetro                  | 5 |
| 6.- Prisma para el espectrogoniómetro   | 6 |
| 7.- Banco óptico, compuesto por:        |   |
| - una lente f: 50 mm                    |   |
| - dos lentes f: 100 mm                  |   |
| - Rendija                               |   |
| - Pantalla                              |   |
| - Red de difracción                     |   |

#### 3.- Introducción

Ya en el siglo XIX se sabía que la luz emitida por los átomos podía servir para identificarlos. Un análisis espectral de la luz emitida (y/o absorbida) por las diferentes especies permitió acumular un detallado catálogo por comparación con el cual se determinaba la composición de sustancias y/o se describían nuevos elementos cuando no se encontraban antecedentes en aquellos "ficheros".

El problema subyacente en esta "fenomenología" era la construcción de un modelo que permitiese explicar a partir de unos principios generales los datos experimentales disponibles.

Los primeros intentos trataban simplemente de sistematizar la información establecido las llamadas "series espectrales": familias de longitudes de onda obtenibles por fórmulas sencillas. Pura numerología.

Para el átomo de hidrógeno una de estas series, que incluía parte del espectro en la zona visible (3800 - 700 Å) era la llamada serie de Balmer que incluye longitudes de onda:

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad n > 2$$

Empíricamente  $B \approx 3645,07 \text{ Å}$ .

El paso siguiente hacia la comprensión de la estructura atómica lo constituye el modelo de Bohr. Con hipótesis ad-hoc atribuye la energía  $h\nu = \frac{ch}{\lambda}$ , de la luz de longitud de onda  $\lambda$ , al paso del electrón atómico de un estado de los posibles a otro.

La misma relación anterior se puede escribir:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > 2$$

que pone de manifiesto que la energía radiada puede interpretarse como diferencia de energías.

El modelo de Bohr da una expresión para la constante R en términos de otras fundamentales:

$$R = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2 m_e}{2\pi\hbar^3 c} = \frac{\alpha^2 m_e^2 c}{2\pi\hbar}$$

siendo  $m_e$ ,  $e$ , la masa y la carga del electrón,  $c$  la velocidad de la luz,  $\hbar$  la constante de Planck, ( $\hbar = h/2\pi$ ), y  $(1/4\pi\epsilon_0)$  la constante en la Ley de Coulomb ( $8.988 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{Coul}^2$ ).

Finalmente el desarrollo de la mecánica cuántica permitió, mediante la solución de la ec. de Schrödinger, determinar los niveles energéticos para el átomo de Hidrógeno en base a la interacción coulombiana entre electrón y núcleo (de masa  $M$ ), obteniéndose:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > 2$$

donde el subíndice  $\mu$  indica la dependencia de R con la masa reducida  $\mu = \frac{mM}{M+m}$ .

#### 4.- Montaje y Desarrollo de la Práctica.

##### 4.1.- Serie de Balmer

La Lámpara de Balmer (n° 1) es una lámpara de descarga de gas operada con corriente alterna con relleno de vapor de agua. El tubo fundido de la lámpara es alimentado con vapor de agua por medio de una reserva de agua de combinación higroscópica. Las moléculas de agua se desdoblán debido a la descarga eléctrica, en hidrógeno atómico y un grupo hidroxilo. Un tubo capilar resistente a altas temperaturas que se encuentra en el interior de la lámpara, hace que la descarga se produzca en un espacio limitado, produciéndose allí una alta concentración de hidrógeno atómico. Este hidrógeno atómico es la causa de las intensas líneas espectrales de Balmer. No se presentan bandas perturbadoras de hidrógeno molecular.

Una sustancia oxidante, apoyada por catalizadores apropiados, se encarga de que el hidrógeno formado durante el servicio sea oxidado a agua, obteniéndose así un circuito de agua en el interior del tubo de la lámpara. Este circuito trae consigo una sedimentación de óxidos metálicos de color pardo rojizo, la cual, sin embargo, no resulta perturbadora en la parte del tubo capilar de la lámpara.

La lámpara de Balmer está alimentada por una fuente (n° 3) de alta tensión que genera la tensión alterna necesaria para su funcionamiento (Fig. 1).

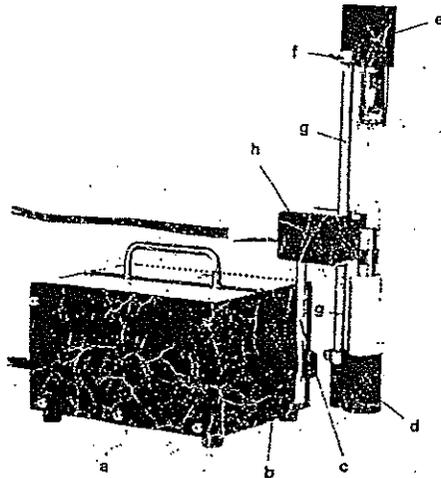


Fig. 1

Para la medida de las longitudes de onda de la serie de Balmer, montaremos la lámpara (n° 1) en el banco óptico, mostrado en la fig. 2, fijándola al banco mediante la varilla de soporte C y a una distancia de 105 mm. de la lente L<sub>1</sub>.

Tal y como indica en la figura 2, utilizaremos una rejilla de difracción (de Rowland), de constante (g) de red conocida (la inversa de (n° de líneas / m.m.)), para medir las longitudes de onda de H:

$\rightarrow$  570 líneas por mm.

- H<sub>α</sub> : rojo
- H<sub>β</sub> : turquesa
- H<sub>γ</sub> : azul
- H<sub>δ</sub> : violeta

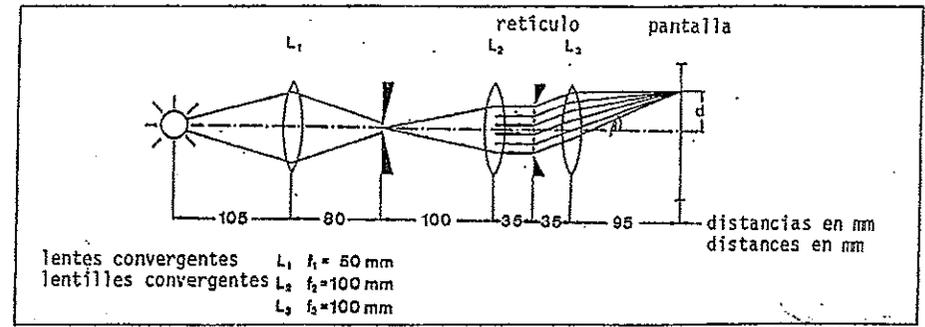
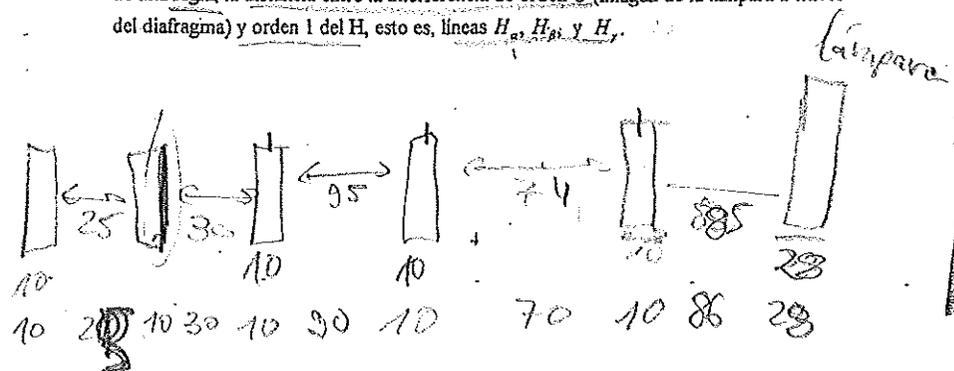


Fig. 2

Para ello conectad la fuente de alimentación (n° 3) de la lámpara a la red, y encended ésta. Las condiciones de descarga estables se alcanzan después de un funcionamiento de aproximadamente 10 min.

Ajustad el diafragma hasta obtener un equilibrio razonable entre brillo y resolución de las líneas del espectro obtenidas sobre la pantalla. Determinad, con ayuda de una regla, la distancia entre la interferencia de orden 0 (imagen de la lámpara a través del diafragma) y orden 1 del H, esto es, líneas H<sub>α</sub>, H<sub>β</sub> y H<sub>γ</sub>.



La ley de Bragg y de la difracción nos relaciona la longitud de onda y la constante  $g$  de red mediante la ecuación

$$N \lambda = g \cdot \sin \beta \quad (1)$$

con

$$\beta = \arcsin \left( \frac{d}{f_3} \right)$$

siendo  $f_3$  la distancia entre la lente convergente  $L_3$  y la pantalla translúcida,  $d$  las distancias de las diferentes líneas del espectro sobre la pantalla (fig. 2) y  $N = 1$  para el espectro de primer orden.

#### 4.1.1. Ejercicios

1.- A partir de las medidas efectuadas calcula las longitudes de onda de las líneas  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  del hidrógeno y compara con su valor dado por la fórmula de Balmer.

4.2 Estimar los errores de las medidas y comparar los valores medidos con los dados en la literatura:

$$\begin{aligned} H_\alpha &= 656.28 \text{ nm} && \text{rojo} \\ H_\beta &= 486.13 \text{ nm} && \text{verde-azul} \\ H_\gamma &= 434.05 \text{ nm} && \text{azul-violeta} \\ H_\delta &= 410.17 \text{ nm} && \text{violeta} \end{aligned} \quad (2)$$

#### 4.2.- Espectrometría con prisma

En el apartado anterior hemos medido las longitudes de onda de algunas rayas del espectro de H mediante difracción por una red.

El objetivo de este apartado es la determinación de las longitudes de onda del espectro de Helio (dos electrones en capa externa) mediante dispersión por un prisma. En la primera parte del experimento calibraremos el prisma a partir del espectro del Hidrógeno, calculado anteriormente (ec. 2). Una vez conocida la dependencia del índice de refracción respecto a la longitud de onda de nuestro prisma podremos determinar los espectros visibles de otros elementos. Describiremos brevemente la difracción de luz por un prisma puesto que será el método que utilizaremos para la determinación de los espectros atómicos. Supongamos que incide un rayo de luz monocromática sobre un prisma de ángulo  $\alpha$ . Siguiendo las leyes de la refracción de los prismas se obtiene que el ángulo de desviación  $\delta$  que forman la dirección del rayo incidente con la del emergente depende sólo del ángulo de incidencia.

$\alpha = 60^\circ$

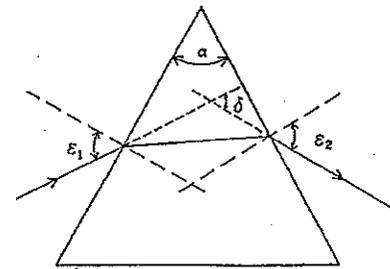


Fig. 3

Además la curva que representa la variación de  $\delta$  con el ángulo de incidencia  $\epsilon_1$  tiene un mínimo

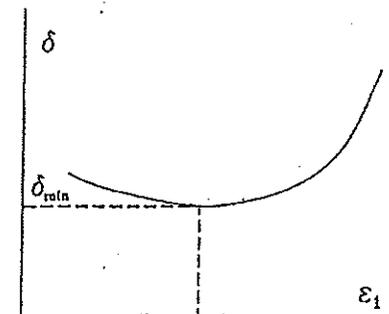


Fig. 4

Entre el ángulo  $\alpha$  del prisma, el ángulo de desviación mínima  $\delta_m$  y el índice de refracción  $n_r$  se cumple

$$n_r = \frac{\sin \left( \frac{\alpha + \delta_m}{2} \right)}{\sin \left( \frac{\alpha}{2} \right)} \quad (3)$$

Impresoras punto

Esta relación permite, conocido  $\alpha$  y midiendo  $\delta_m$ , determinar el índice de refracción que como sabemos es función de la longitud de onda  $\lambda$  de la luz considerada. Experimentalmente puede determinarse  $n_r(\lambda)$  con suficiente aproximación suponiendo que tiene la forma

$$A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$$

$$u = -B \pm \sqrt{B^2 - 4AC} = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^2 \dots \quad (4) \quad u = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2(A - u)}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2(A - u)}{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}}$$

Las constantes A, B, ... son propias del medio y pueden determinarse experimentalmente midiendo diferentes índices de refracción para distintas longitudes de onda.

#### 4.2.1. Montaje Experimental

Para realizar esta práctica disponemos del montaje experimental de la figura 5 que consta de un espectrogoniómetro, dos lámparas espectrales y un prisma.

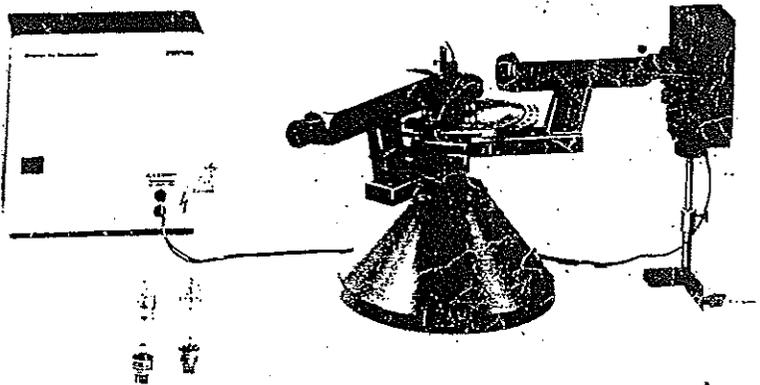


Fig. 5

El espectrogoniómetro sirve para medir ángulos. El valor medido se lee sobre una escala, en grados, grabada alrededor de la plataforma circular y acompañada de un nonius que permite medir con una precisión de un minuto. La plataforma puede girar alrededor de un eje vertical y fijarse accionando el tornillo que se encuentra debajo de la misma. En el centro de esta plataforma hay otra, más pequeña, sobre la que se coloca el prisma. El colimador consiste en una rendija de anchura variable situada en el plano focal de un objetivo y está fijo. El anteojo se puede girar alrededor de la plataforma

manualmente, o bien fijarlo y utilizar el tornillo de movimiento lento que hay debajo de él.

Sin apagar la lámpara de H y sin necesidad de moverla del banco óptico, acercar el espectrogoniómetro (nº 5) a la lámpara de H y situad el prisma sobre la plataforma, de forma que el haz luminoso incida en una de sus caras.

Buscar bajo qué ángulo sale el espectro por la otra cara del prisma girando el anteojo. Cuando se ha encontrado, se ajustan bien las rayas variando la anchura de la rendija fuente y enfocando con el tornillo que hay en el ocular.

Medid el ángulo de desviación mínima para cada una de las rayas del espectro del H, siguiendo el procedimiento que describimos a continuación:

Se gira lentamente la plataforma en la que está el prisma, con lo cual varía el ángulo de incidencia  $\alpha_1$  y en consecuencia el ángulo de desviación  $\delta$ . Girando al mismo tiempo el anteojo, mantenemos la raya que nos interesa dentro del campo visual.

A medida que giramos la plataforma, la raya que estamos observando se desplaza también en un determinado sentido, pero llega un momento en el que, si seguimos moviendo la plataforma en el mismo sentido, la raya no se desplaza sino que se detiene y luego invierte el sentido del desplazamiento. En esta posición fijamos la plataforma y el anteojo.

Con el tornillo de movimiento lento centramos la raya en la cruz que se ve por el ocular, y anotamos la medida L que indique el nonius. Es conveniente iluminar la parte de atrás del anteojo con la linterna para visualizar mejor la escala.

Girar el anteojo hasta la posición en la que se ve el rayo incidente, es decir, justo enfrente de la rendija, y central la imagen de ésta en el ocular. Si llamamos  $L_0$  a la medida que corresponde a la dirección del rayo incidente, la diferencia  $L - L_0$  nos da el ángulo de desviación mínima para cada línea del espectro.

Midiendo el ángulo de desviación mínima (según el procedimiento descrito anteriormente) para cada raya del espectro (conocido) del Hidrógeno, podremos calcular el índice de refracción  $n(\lambda)$  (ec. 4). Como conocemos las longitudes de onda correspondientes a cada raya del H, podremos representar  $n(\lambda)$  en función de  $\lambda$  (ec. 4) y obtener la curva de calibración del espectrómetro.

Con el espectrogoniómetro ya calibrado procedemos a determinar el espectro del  $H_\alpha$ . Para ello, encendamos la lámpara de Helio (nº 2) y colocadla frente al objetivo del espectrómetro. La lámpara espectral de He alcanza la intensidad máxima y el régimen óptimo de funcionamiento después de un periodo de calentamiento de 5 minutos. Medid el círculo de desviación mínima para cada una de las rayas del espectro del  $H_\alpha$ , siguiendo el procedimiento descrito anteriormente y determinad las longitudes de onda correspondientes.

# Práctica 7: Serie de Balmer y espectrometría

## Con prisma

### \* Objetivos:

Medir experimentalmente la longitud de onda de algunos rayos del espectro visible del hidrógeno y compararlos con las predichas por la serie de Balmer.

Con estos datos calibraremos el espectrómetro de prisma y mediremos las líneas del espectro visible del Helio.

### \* Breve introducción teórica:

La existencia de los espectros atómicos discretos es un hecho conocido incluso antes de la rompedora aparición de la Mecánica Cuántica, aunque su explicación no estaba demasiado clara. Sin embargo, esto no impidió la caracterización de algunas de estas series, aunque el método empleado fuese más matemático que realmente físico.

De entre estos ajustes destacaremos el llevado a cabo por Balmer, el cual predice con precisión aceptable las líneas del espectro visible del hidrógeno.

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4} ; \underline{n > 2} ; B \approx 3645.07 \text{ \AA} \text{ (empíricamente)}$$

Esta solución ya dejaba entrever una cuantización que, años después, constituiría la base de la mencionada Mecánica Cuántica.

De hecho, a partir de la solución de la ecuación de Schrödinger puede obtenerse una expresión general para los niveles energéticos del átomo de hidrógeno.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) ; \underline{n > 2}$$

$$R_H \equiv \text{"constante" de Rydberg} \rightarrow \text{depende de la masa reducida} \quad \mu = \frac{mM}{m+M}$$

Este resultado puede interpretarse en términos de los "saltos" de los electrones atómicos de un nivel de energía a otro debido al proceso de excitación/desexcitación y la consecuente emisión de fotones.

\* Procedimiento experimental:

En este apartado pretendemos comprobar las longitudes de onda que la fórmula de Balmer nos proporciona para  $n=3$  (rojo),  $n=4$  (naranja) y  $n=5$  (violeta).

Para ello nos serviremos de una lámpara de Balmer para "generar" el espectro del hidrógeno y de un sistema óptico complejo que nos permitirá observarlo.

Concretamente, la lámpara de Balmer funciona como un tubo de descarga de gas, siendo este vapor de agua.

Mediante corriente alterna se logra "romper" las moléculas de agua, consiguiendo altas concentraciones de hidrógeno molecular en el interior del <sup>tubo</sup> capilar de la lámpara.

Por el mismo motivo, el elemento hidrógeno se asocia a las sustancias oxidantes y catalizadores del interior de la lámpara para formar de nuevo agua y sedimentos metálicos, lo que no perturba en absoluto las líneas espectrales.

Por otro lado, todo este montaje carecería de sentido sin un dispositivo capaz de mostrarnos el espectro de emisión.

En este caso el elemento principal es la red de difracción de Rowland, cuya densidad de líneas es 570 líneas/mm, la inversa de esta cantidad nos da la constante  $g$  que la caracteriza.

Precisamente esta  $g$  se relaciona con la longitud de onda,  $\lambda$ , de cada línea del espectro, lo que permite que la luz incidente sea "separada" según su  $\lambda$ , lo que nos proporciona el espectro.

$$N \cdot \lambda = g \cdot \sin \beta \quad ; \quad \beta = \arctan \left( \frac{d}{f_2} \right)$$

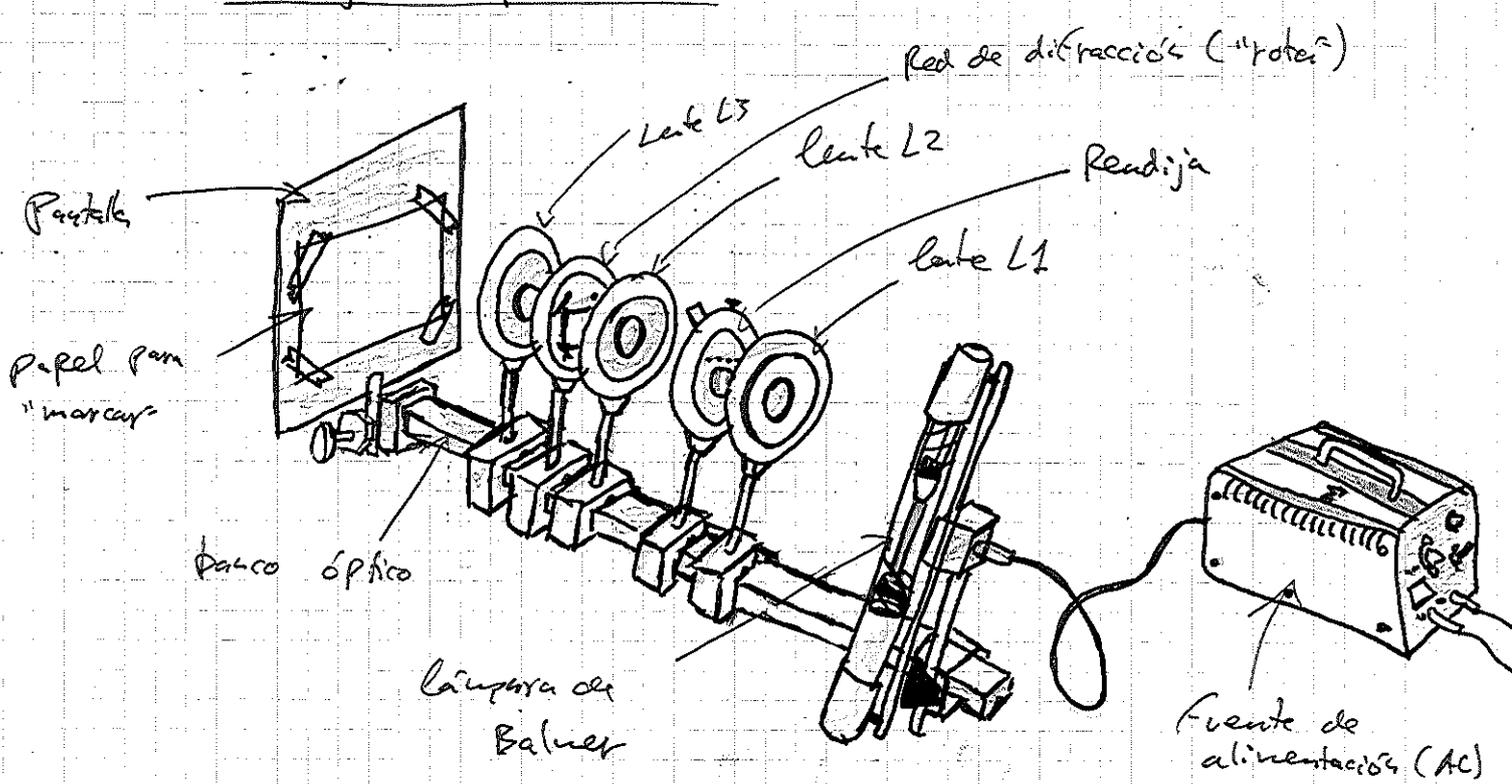
$N=1$   $\rightarrow$  espectro de primer orden

$d$  = distancias de las líneas sobre la pantalla.

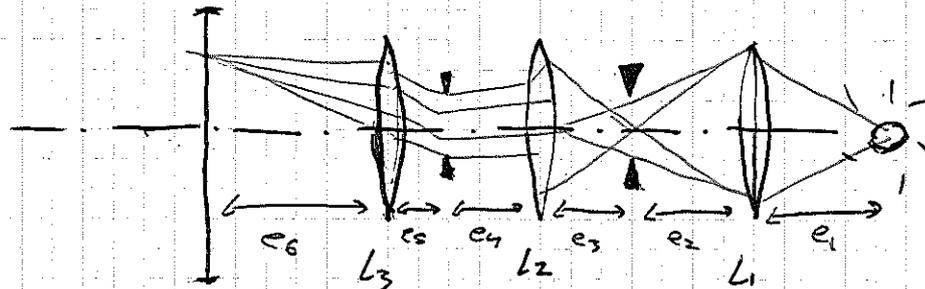
$f_2$  = distancia entre la pantalla y la lente 3.

Por lo tanto, esta parte se reduce a medir las distancias entre cada línea con su análoga simétrica para más tarde dividir entre 2. Esto es lo mismo que medir cada una respecto a la central pero con aporte una mayor precisión.

A partir de estas medidas obtendremos las longitudes de onda que compararemos con los valores predichos por Balmer.



\* Es importante que revisemos y ajustemos el sistema óptico (conjunto de lentes, red de difracción, rejilla y pantalla) porque de él dependerán nuestros resultados.



$$\begin{aligned}
 e_1 &= 105 \pm 1 \text{ mm} & e_4 &= 35 \pm 1 \text{ mm} \\
 e_2 &= 80 \pm 1 \text{ mm} & e_5 &= 40 \pm 1 \text{ mm} * \\
 e_3 &= 100 \pm 1 \text{ mm} & e_6 &= 95 \pm 1 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 50 \text{ mm} \\
 f_2 &= 100 \text{ mm} \\
 f_3 &= 100 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Ajustamos el valor nominal

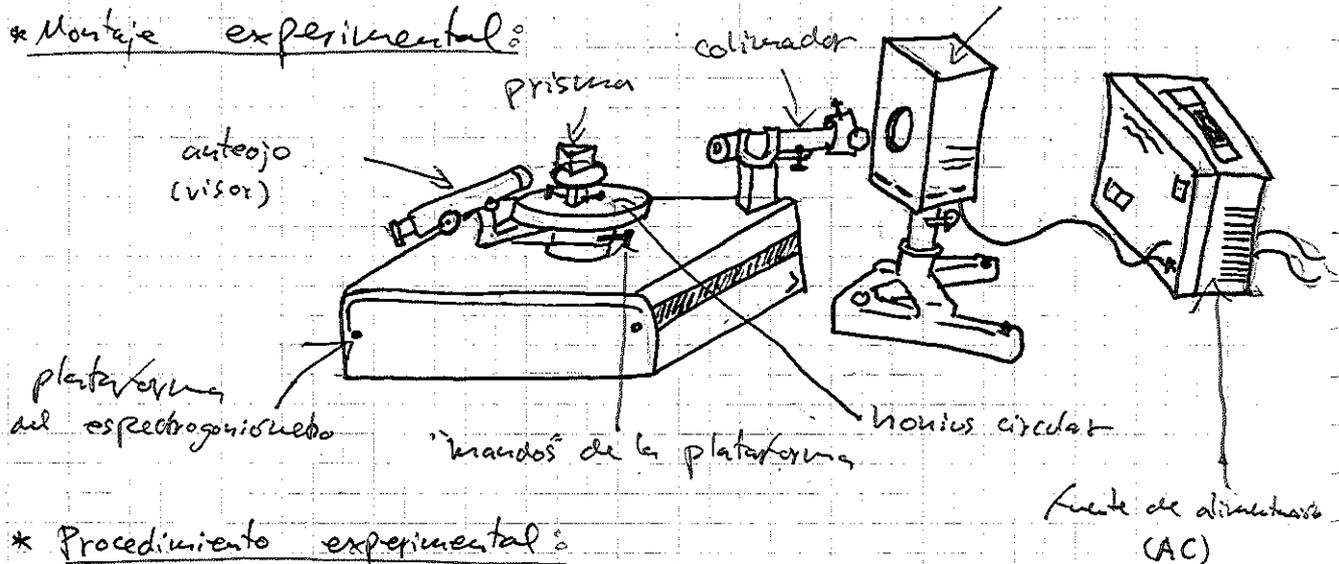
\* Medidas tomadas con un "pie de rey" desde el eje de cada elemento.

\* En este caso resultó imposible emular la distancia especificada en el guías porque el soporte de la lente es demasiado grueso.

## Parte 2: Espectrómetro con prisma

Lámpara de He I <sup>10</sup>

### \* Montaje experimental:



### \* Procedimiento experimental:

En este caso la lámpara empleada será, en la segunda parte de la experiencia, un tubo de descarga de Helio I conectado a una fuente de alimentación de corriente alterna.

Sin embargo el cambio más significativo es el montaje es la sustitución del sistema óptico con la red de difracción por un espectrogoniómetro. Este consiste básicamente en un prisma colocado sobre una plataforma móvil que permite medir ángulos con una precisión de minutos de arco debido a su nonius circular.

Sobre la misma plataforma tenemos el colimador, que nos permite regular la intensidad del haz incidente, y un anteojo giratorio también sometido a la medida del nonius.

Nuestro primer objetivo será calibrar el sistema con un espectro conocido, la serie de Balmer del hidrógeno, para más tarde poder utilizarlo en la observación del espectro del Helio I. Para ello es imprescindible conocer el índice de refracción del prisma en cada caso:

$$n_p = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} ; \begin{cases} \alpha = 60^\circ = \text{cte} \\ \delta_m = \text{ángulo de desviación mínima} \end{cases}$$

Este ángulo de desviación será medido mediante el mismo procedimiento en ambos casos (2 lámparas). Primero buscamos una línea espectral variando los mandos de colimador y anteojo y la centramos en el aspa que hay dibujada en el visor. A continuación giramos ligeramente la plataforma del prisma, observando que las líneas espectrales describen un mov. de "ida y vuelta". El ángulo de desv. mínima será precisamente en punto de retroceso, por lo que volvemos

PARTE 1

$d_{\alpha}$ (umto'1)	$d_{\beta}$ (umto'1)	$d_{\gamma}$ (umto'1)
35'9	26'5	23'0
35'6	25'0	23'3
35'0	25,8	23,3

$\alpha \rightarrow$  rojo  
 $\beta \rightarrow$  naranja  
 $\gamma \rightarrow$  azul

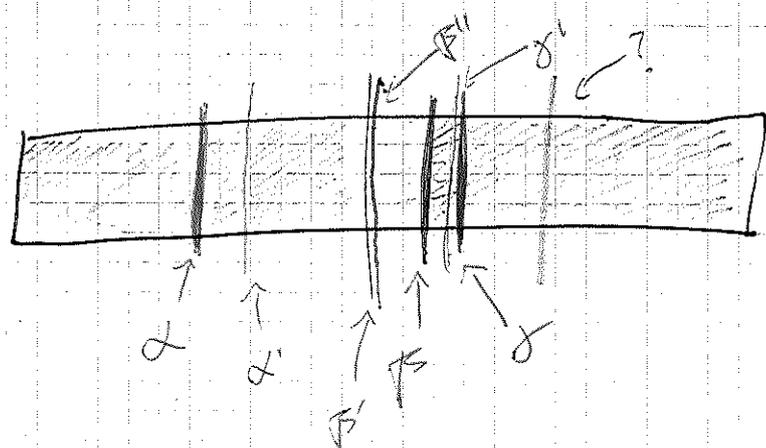
\*Medidas de nuevo, esta vez de "raya a raya" aprovechando la simetría del espectro.

	$2d_{\alpha}$ (umto'1)	$2d_{\beta}$ (umto'1)	$d_{\gamma}$ (umto'1)
Fur	70'9	52'5	46'4
	70'2	52'4	46'7
Javi	71,4	53,6	47,1

\*De esta manera eliminamos la ambigüedad de la raya central, ya que realmente vemos 2 o una muy gruesa. Además así obtendremos las medidas precisas y será más adecuado tomar los decimos de milímetro que nos proporciona el pic de ray con el que hemos medido.

PARTE 2a : Calibrado

$\delta_{\alpha} (\pm 1')$	$\delta_{\beta} (\pm 1')$	$\delta_{\gamma} (\pm 1')$	$\delta_{\alpha'} (\pm 1')$	$\delta_{\beta'} (\pm 1')$
312° 04'	310° 22'	309° 18'	311° 48'	310° 10'
312° 04'	310° 21'	309° 18'	311° 47'	311° 10'
312° 04'	310° 22'	309° 18'	311° 48'	311° 5'



$\delta_{\beta''} (\pm 1')$
311° 3'
311° 3'
310° 56'

se venos 2 líneas "dobles", lo que puede deberse a reflexiones internas o a la presencia de Resterio (ya que su carga es igual a la del  $H_2$  pero no su masa molecular).

Los decantamos por la 2ª opción porque estas líneas también aparecen en el espectro medido por el método de la 1ª opción.

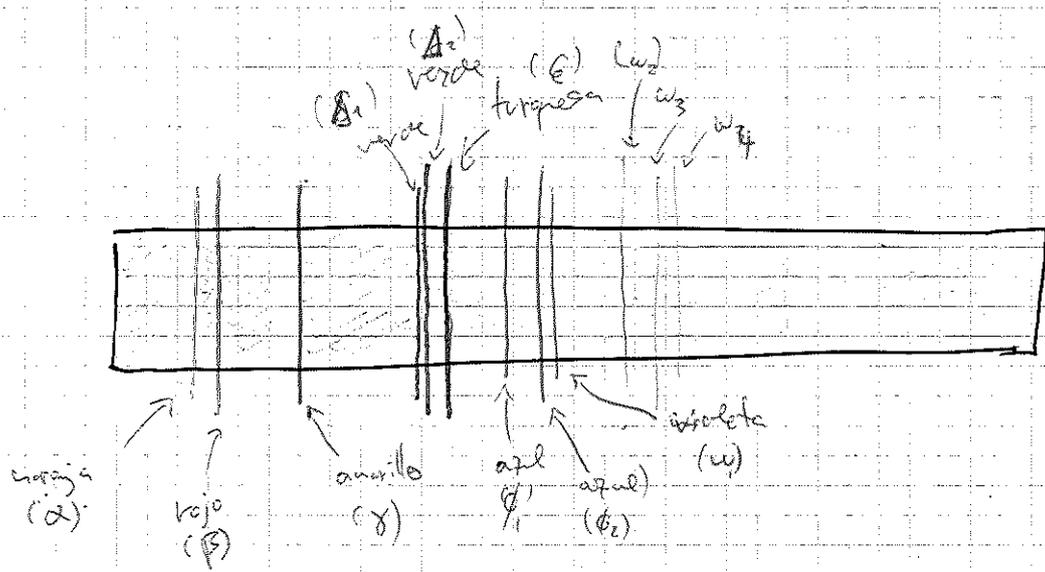
# Parte 2b: Lámpara de Helio

Serie de medidas 1 S.d.u. 2 S.d.u. 3

313° 16'  
313° 0'  
312° 25'

$\delta\alpha$ ( $\pm 1''$ )	312° 19'	313° 11'	313° 13'
$\delta\beta$ ( $\pm 1''$ )	312° 7'	313° 1'	313° 4'
$\delta\gamma$ ( $\pm 1''$ )	<del>311° 34'</del>	312° 25'	312° 26'
$\delta\Delta_1$ ( $\pm 1''$ )	311° 32'	311° 53'	311° 33'
$\delta\Delta_2$ ( $\pm 1''$ )	311° 30'	311° 31'	311° 30'
$\delta\epsilon$ ( $\pm 1''$ )	311° 20'	311° 20'	311° 20'
$\delta\phi_1$ ( $\pm 1''$ )	311° 0'	311° 2'	311° 1'
$\delta\phi_2$ ( $\pm 1''$ )	310° 32'	310° 32'	310° 32'
$\delta\omega_1$ ( $\pm 1''$ )	310° 14'	310° 19'	310° 16'
$\delta\omega_2$ ( $\pm 1''$ )	-	-	-
$\delta\omega_3$ ( $\pm 1''$ )	309° 19'	309° 19'	309° 19'
$\delta\omega_4$ ( $\pm 1''$ )	308° 47'	308° 49'	308° 47'

\* Hemos tenido un problema con el calibrado del aparato, repetimos las medidas con un "error de cero" de 53".



En la parte 1, utilizamos los valores a partir de  $2d\alpha$ ,... pues son más precisos que la primera tabla, al no tener que ajustarse a la línea central gruesa. Como fuente de error cabe destacar que la medida con pie de rey sobre la pantalla; al ser las líneas gruesas la dispersión es mayor, y parece razonable utilizar un error de sensibilidad de 1mm. En cuanto al espectro derivado, hemos comparado con otras fuentes y tanto las líneas como las intensidades relativas coinciden considerablemente con lo derivado en el espectrogonómetro.

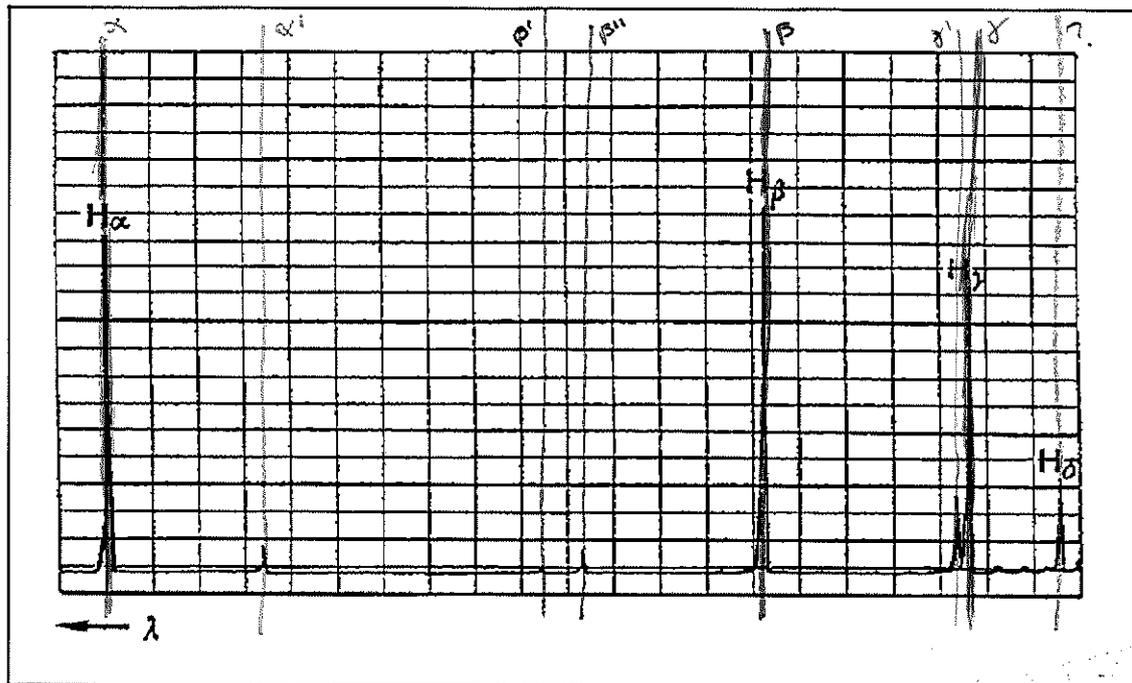


Figura 1 - Intensidad de las longitudes de onda observables en la lámpara de Balmer.

Pese a que en la pantalla no veíamos las líneas extra, sí que las medimos para obtener después su longitud de onda en el espectrogonómetro.

A partir de las distancias medidas y el valor  $n_2$  y  $(\frac{1}{500} \text{ líneas/mm})$  calculamos la longitud de onda para cada línea.

$H_\alpha: 613 \pm 6 \text{ nm} \pm 16$

$H_\alpha: 656,28 \text{ nm}$

$H_\beta: 470 \pm 5 \text{ nm} \pm 17$

$H_\beta: 486,13 \text{ nm}$

$H_\gamma: 412 \pm 4 \text{ nm} \pm 17$

$H_\gamma: 434,05 \text{ nm}$

Valores experimentales

Valores teóricos

de líneas  $H_\delta$  la vimos débilmente (baja intensidad), pero no la pudimos medir. Como pensamos que hemos infravalorado el error del método experimental, calculamos los valores y obtenemos unos márgenes de incertidumbre que sí son compatibles con los valores operados.

A partir de la lámpara de H $\gamma$  y los valores medidos en el espectrogoniómetro, cuya dispersión es bastante baja, podemos calcular la media, el error de sensibilidad o el de dispersión, para finalmente obtener el índice de refracción para cada longitud de onda. Conviene señalar que hemos cambiado el  $\phi$  del nonius en el espejo del visor cuando no había prisma, con lo que el ángulo  $\delta$  se obtiene restando el valor leído a  $360^\circ$ .

$\lambda_e$ (nm)	$\lambda_{tes}$ (nm)	$n_r$
$613 \pm 6$	656,28	$1,61735 \pm 0,00017$
$614 \pm 6$	/	$1,62014 \pm 0,00017$
$543 \pm 5$	/	$1,6258 \pm 0,0002$
$531 \pm 5$	/	$1,6281 \pm 0,0003$
$470 \pm 5$	486,13	$1,63468 \pm 0,00017$
$413 \pm 4$	434,05	$1,64523 \pm 0,00017$

\*) Interpolado a partir de la Figura 1.

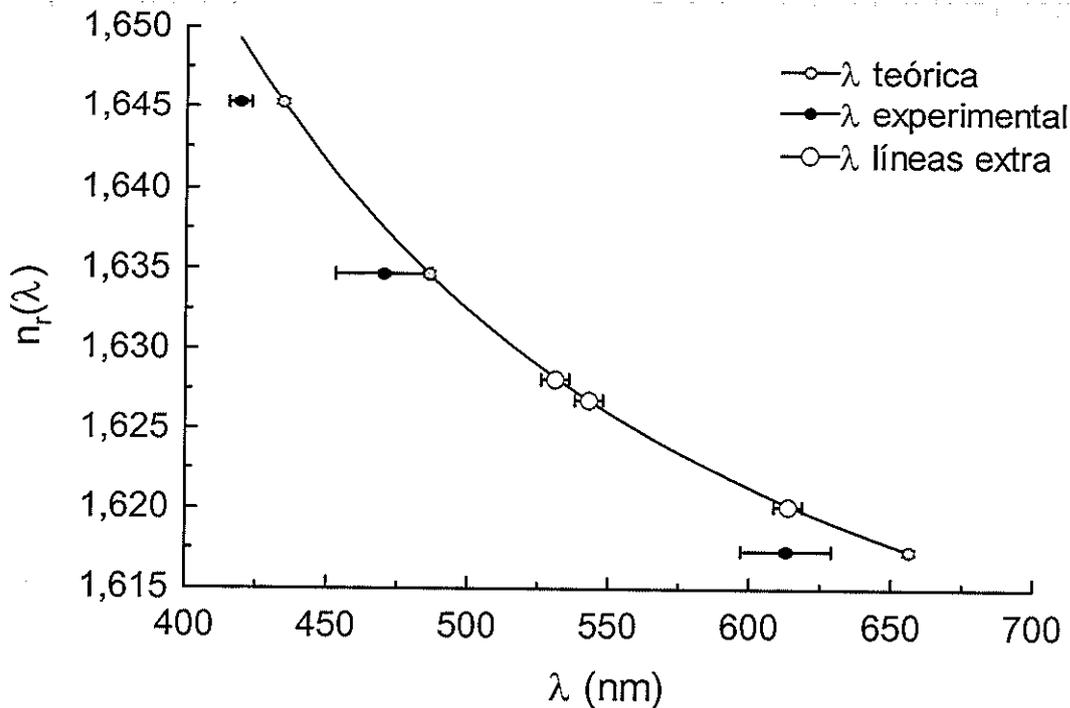


Figura 2 – Curva de calibración del espectrogoniómetro ajustada a partir de las tres líneas visibles de H ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ). Comparación con los valores experimentales.

Resultados del ajuste no lineal a los tres valores teóricos de  $\lambda$ :

$$A \approx 1,5288$$

$$B \approx 7373,14 \text{ nm}^{-2}$$

$$C \approx 2,5881 \cdot 10^8 \text{ nm}^{-4}$$

Como vemos, los valores experimentales se desvían algo de lo esperado, aunque cae a menos de  $2\%$  los valores

la muestra de He  $\lambda$  (nm) para cada línea. Tomando las medias de  $\delta$  y calculando  $n$  y  $\lambda$  según:

$$\lambda = \sqrt{\frac{2c}{-B + \sqrt{B^2 - 4C(A-n)}}}$$

Línea	$n \pm 0,0004$	$\lambda$ (nm)	$\lambda_{tab}$ (nm)	Intensidad relativa
$\alpha$	1,6147	705 $\pm$ 8	706,51	200
$\beta$	1,6164	673 $\pm$ 7	667,81	100
$\gamma$	1,6226	585 $\pm$ 4	587,56	500
$\Delta_1$	1,6315	507 $\pm$ 3	504,77	10
$\Delta_2$	1,6319	507 $\pm$ 3	501,59	100
E	1,6336	438 $\pm$ 2	432,15	20
$\varphi_1$	1,6368	474 $\pm$ 2	471,31	30
$\varphi_2$	1,6416	449,7 $\pm$ 1,7	447,15	200
$W_1$	1,6440	439,5 $\pm$ 1,6	438,73	10
$W_2$	/	/	412,98	12
$W_3$	1,6538	403,9 $\pm$ 1,1	402,62	50
$W_4$	1,6588	389,3 $\pm$ 1,0	388,87	500

Como se observa, el acuerdo con lo esperado es muy bueno, y hemos determinado correctamente las longitudes de onda espectrales del Helio.

De hecho, el error de 0 lo hemos corregido adecuadamente al haber focado según tornillo y movido el sistema, revisando al final el error (lectura del número con la raya central enfocada).

Los valores tabulados se han extraído de la bibliografía.

### Bibliografía:

[http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines\\_form.html](http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html)  
<http://www.famaf.unc.edu.ar/moderna1/Espectroscopia1.pdf>

## Conclusiones

En la parte 1 hemos detectado varios fuentes de error sistemático que han influido en las derivaciones finales. En el sistema óptico no hemos considerado que las lentes tienen un grosor, que no está perfectamente alineado, que no podemos ajustar las distancias correctamente, y que la red de difracción está rota. Además, el error viene determinado por  $\lambda$  de  $d$  y  $f$ , así como en el grosor de las líneas en la pantalla.

En la parte 2 había un acuerdo bastante bueno, aunque se aprecia una pequeña desviación sistemática, pero que no ha impedido determinar satisfactoriamente las líneas espectrales de H $\alpha$  con resultados compatibles con lo esperado.

## Ley de Stefan-Boltzmann

Nº 4

### Resumen

El objetivo de esta práctica es medir la constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$  que aparece en la ley de Stefan-Boltzmann para la radiación del cuerpo negro.

El material necesario para realizar la práctica es:

- Una termopila.
- Un voltímetro.
- Un horno eléctrico tubular.
- Un transformador para controlar el calentamiento del horno.
- Un diafragma.
- Un termómetro.
- Un banco óptico.

### INTRODUCCIÓN

La radiación emitida por cualquier objeto a causa de su temperatura es la radiación térmica. Se tiene equilibrio térmico con el entorno cuando la radiación se emite y se absorbe por igual. Un cuerpo negro es aquel en el que la radiación electromagnética se encuentra en equilibrio con las paredes, estando entonces caracterizada por la temperatura  $T$ . La distribución espectral de la radiación emitida por un cuerpo negro en equilibrio a temperatura  $T$  se caracteriza mediante la radiancia espectral  $R(\nu)$ ; se define de modo que  $R(\nu)d\nu$  sea igual a la potencia emitida en forma de radiación con frecuencias entre  $\nu$  y  $\nu + d\nu$  por unidad de área a temperatura absoluta  $T$ . La conocida expresión dada por Max Planck es

$$R(\nu) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

con  $h$  la constante de Planck,  $k$  la constante de Boltzmann,  $c$  la velocidad de la luz y  $T$  la temperatura absoluta. Integrando a todas las frecuencias, obtenemos la potencia total radiada por unidad de área

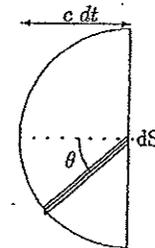
$$P(T) = \int_0^{\infty} R(\nu)d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4$$

En 1879 Josef Stefan había encontrado la relación empírica  $P(T) = \sigma T^4$ , donde aparece la constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$ . Obtenemos por tanto

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$$

Visto lo anterior, pasamos a desarrollar los aspectos que nos interesan para la comprensión y realización de la práctica.

Consideremos la cavidad de la figura en equilibrio a temperatura  $T$ . En un intervalo  $dt$  sale a través de  $dS$  una energía por intervalo de



frecuencia emitida

$$\frac{dE}{d\nu} = R(\nu, T) dS dt$$

Esta radiación es la que procede de todo lo que se encuentra a un radio inferior a  $c dt$  y tiene la dirección adecuada. La contribución del cilindro elemental de la figura es

$$\rho(\nu, T) c dt dS \cos\theta \frac{d\Omega}{4\pi}$$

donde tenemos

- $\rho(\nu, T)$ , la energía por unidad de volumen e intervalo de frecuencia.
- $c dt dS \cos \theta$ , el volumen del cilindro elemental.
- $\frac{d\Omega}{4\pi}$ , fracción de la radiación que tiene la dirección apropiada, suponiendo que la emisión a través del agujero es isotrópica.

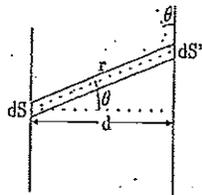
Para obtener  $R(\nu, T) dS dt$  integramos a todos los ángulos:

$$R(\nu, T) dS dt = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^1 d(\cos \theta) \frac{1}{4\pi} \rho(\nu, T) c dt dS \cos \theta$$

Esto nos conduce inmediatamente a

$$R(\nu, T) = \frac{\sigma}{4} \rho(\nu, T)$$

Lo que nosotros queremos saber es que energía sale de  $dS$  y llega a  $dS'$  como indica la figura. Solo tenemos que repetir el razonamiento



anterior con una variación:  $d\Omega$  es ahora el ángulo sólido subtendido por  $dS'$ , es decir  $d\Omega = \frac{dS' \cos \theta}{r^2}$ . Con ello podemos calcular toda la potencia por intervalo de frecuencias recibida en  $S'$  integrando tanto sobre  $S$  (diafragma) como sobre  $S'$  (detector)<sup>1</sup>:

$$\frac{dE}{d\nu dt} = \int_S \int_{S'} \rho(\nu, T) c dS \cos \theta \frac{dS' \cos \theta}{r^2} \frac{1}{4\pi}$$

reexpresable como

$$\frac{dE}{d\nu dt} = \int_S \int_{S'} \frac{R(\nu, T) \cos^2 \theta}{\pi r^2} dS dS'$$

En nuestro montaje experimental medimos la potencia total, no la potencia por intervalo de frecuencias; por tanto integramos en frecuencias teniendo en cuenta que  $\int_0^\infty R(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$ :

$$\frac{dE}{dt} = \int_S \int_{S'} \frac{\sigma T^4 \cos^2 \theta}{\pi r^2} dS dS'$$

<sup>1</sup>Se puede encontrar una explicación en *An introduction to stellar structure*, S. Chandrasekhar, Editorial Dover, capítulo 5.

La geometría del montaje es tal que  $r \approx d$  con lo que  $\cos \theta \approx 1$ . Podemos realizar las integrales angulares fácilmente para obtener

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sigma T^4 S'}{\pi d^2} \int_S dS = \frac{\sigma S' T^4}{\pi d^2} S_a = \frac{\sigma S' T^4}{\pi d^2} \pi r_a^2$$

siendo  $S'$  el área del detector y  $r_a$  el radio del diafragma, i.e. de la superficie emisora  $S_a$ . En resumen, la expresión que nos interesa para la determinación de  $\sigma$  es

$$\frac{dE}{dt} = \sigma \frac{S' r_a^2}{d^2} T^4$$

en la cual

- $\frac{dE}{dt}$  es la potencia recibida por la termopila.
- $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann.
- $S'$  es la superficie de la termopila.
- $r_a$  es el radio del diafragma.
- $d$  es la distancia del diafragma a la termopila.
- $T$  la temperatura absoluta.

#### EXPERIMENTACIÓN

Detallamos el procedimiento experimental a seguir; el montaje se puede ver en la figura 1.



Figura 1: Montaje experimental

- Para la determinación de  $S'$  y de  $d$  conviene tener en cuenta dos aspectos importantes. Dado el cilindro metalizado que protege la termopila, la superficie  $S'$  es la sección interior del cilindro y la distancia  $d$  a considerar es la que va desde el diafragma hasta el rebaje interior del cilindro. La posición del diafragma no puede ser cualquiera; para que lo desarrollado hasta ahora sea correcto debemos situarlo cerca del horno, de modo que todo lo

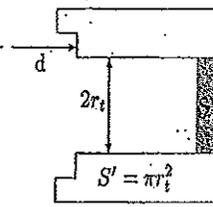


Figura 2: Termopila

que le llegue a la termopila a través del diafragma sea radiación de cuerpo negro. Situaremos el diafragma pegado al horno, de manera que  $S_a = \pi r_0^2$ , siendo  $r_0$  el radio del diafragma.

- Medimos potencias en función de la temperatura y sin embargo la termopila nos proporciona voltajes; la potencia recibida se calcula con un simple factor de conversión suministrado por el fabricante: Potencia recibida (en mW) = Voltaje medido (en mV) / 0,16.
- Se enciende el horno con el potenciómetro puesto a 180. Dado que los datos a temperaturas bajas son los más imprecisos, tomaremos datos cada 10 grados, a partir de 100°C hasta alcanzar unos 300-310 °C, temperatura a la cual apagaremos el horno. La rapidez es importante para que el diafragma no se caliente significativamente.
- Como antes, tomar los datos con el horno en enfriamiento libre hasta 150-200°C.

Ya tenemos los datos,

- En primer lugar esperamos una dependencia lineal de la potencia con  $T^4$ , de modo que un ajuste por mínimos cuadrados nos proporcione el producto de  $\sigma$  por el factor geométrico  $f = S' r_0^2$  de nuestro montaje. Ya podemos calcular  $\sigma$ . Hacerlo para los datos de calentamiento y para los de enfriamiento por separado. ¿Cuáles son mejores?
- Un aspecto que no hemos señalado hasta el momento es que el voltaje en la termopila a temperatura ambiente es aproximadamente nulo; esto indica que lo que realmente estamos midiendo no es  $P = f\sigma T^4$  sino  $P = f\sigma T^4 - P_0$ . El ajuste anterior nos proporciona ese  $P_0$ , que no es más que  $f\sigma T_0^4$  con  $T_0$  la temperatura ambiente (aunque imprecisa, esta es una comproba-

$$P = \Delta_1 + \Delta_2 T^4$$

$$P_0 = -\Delta_1 = f\sigma T_0^4$$

$$\sigma = \frac{-\Delta_1}{f T_0^4}$$

*Handwritten notes:*  
 -  $T > 0$   
 -  $T < 0$   
 -  $T > 0$  calentar  
 -  $T < 0$  enfriar

$$\ln(P + P_0) = \ln(f\sigma) + 4 \ln T$$

ción interesante). Si ahora tomamos logaritmos:  $\ln(P + P_0) = \ln(f\sigma) + 4 \ln T$ . Para verificar la bondad de los resultados realizamos el ajuste de  $\ln(P + P_0)$  en función de  $\ln T$ : ¿se verifica la ley  $T^4$ ?

- Para el mejor conjunto de datos obtener la constante de Planck a partir del valor de  $\sigma$  obtenido.

N.B. Recordamos

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$$

con  $k$  la constante de Boltzmann y  $c$  la velocidad de la luz:

- $k = 1,380\ 658(12) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} = 8,617\ 385(73) \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$
- $c = 299\ 792\ 458 \text{ m s}^{-1}$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_0 = 10 \text{ mm} \\ r_1 = 1 \text{ cm} \end{array} \right. \Rightarrow f = \frac{S'}{S_a} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_0^2} = \frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 10^{-2}$$

*Handwritten notes:*  
 - cables  
 - diafragma no pegado  
 - interferes también + sensibilidad termopila bajas T + conversión  
 - diafragma enfriar a bajas diferentes  
 - influencia T ext  
 - influencia T en diafragma  
 - otros r influencia  
 - rd medio ambiente  
 - no sentido

# Práctica 4: Ley de Stefan-Boltzmann

## \* Objetivos:

Prendemos medir experimentalmente la constante de Stefan-Boltzmann sirviéndonos principalmente de una termopila y un horno eléctrico tubular. Una serie de aproximaciones nos permitirán tratar la abertura (debidamente regulada por un diafragma) como un cuerpo negro ideal.

Finalmente mediremos, con estos mismos datos, la constante  $h$ , de Planck.

## \* Breve introducción teórica:

Todo objeto emite radiación térmica en función de su temperatura y de factores del material que lo compone. Sin embargo, podemos idear un sistema cuya radiación electromagnética se encuentre en equilibrio con las paredes que lo delimitan, de forma que dicha radiación dependa únicamente de la temperatura. Esto, en esencia, es lo que llamamos un cuerpo negro y será la pieza central de nuestra experiencia.

Precisamente es la ley de Stefan-Boltzmann la que establece esta proporcionalidad entre la potencia total radiada y la temperatura a la cuarta potencia:

$$P(T) = \int_0^{\infty} R(\nu) d\nu = \frac{2\pi^5 \cdot K^4}{15 h^3 c^2} T^4$$

Radiación espectral para una frecuencia dependiente

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet K \equiv \text{cte de Boltzmann} \\ = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ \bullet h \equiv \text{cte de Planck} \\ = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \\ \bullet c \equiv \text{velocidad de la luz} \\ \text{en el vacío} \\ = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

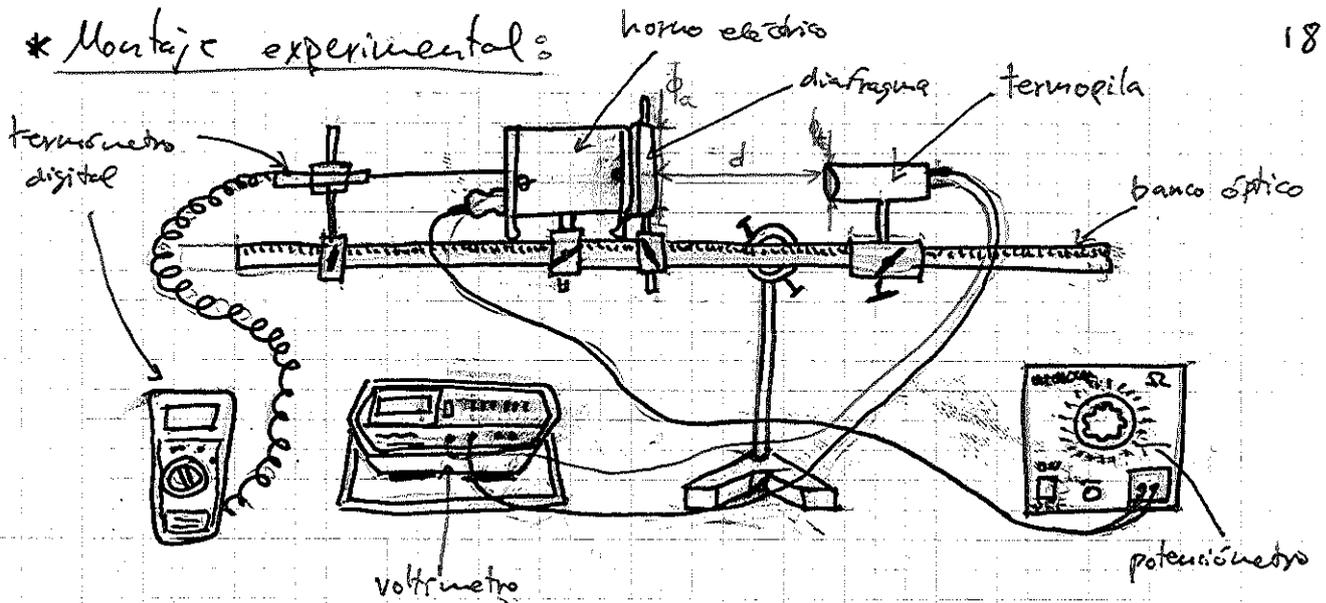
Aunque hemos dicho que la potencia total no depende de la geometría debemos tener en cuenta que no podemos medirla directamente sino una fracción de la misma, por lo que sigue siendo coherente con lo explicado el hecho de que para nuestra experiencia la potencia recibida venga dada por:

$$\frac{dE}{dt} = \sigma \frac{S' r_a^2}{d^2} T^4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet r_a \equiv \text{radio del diafragma} \\ \bullet S' \equiv \text{superficie termopila} \\ \bullet d \equiv \text{distancia del diafragma a la termopila} \end{array} \right.$$

## \* Montaje experimental:

18



$d = 14.9 \pm 0.2 \text{ cm}$
$\phi_a = 1.985 \pm 0.005 \text{ cm}$
$\phi_e = 2.414 \pm 0.005 \text{ cm}$

Tabla 1: Características geométricas

## \* Método experimental:

Una vez montado el sistema y medidos todos los aspectos geométricos que nos interesan podemos encender el horno. Con el termómetro digital controlamos su temperatura de manera que comencemos a tomar valores a partir del momento en el que varíe  $100^\circ\text{C}$  (previamente hemos tomado el valor de la temperatura ambiente para posteriores comprobaciones). A partir de entonces anotamos el voltaje que se produce en la termopila con cada aumento de  $10^\circ\text{C}$ .

Una vez alcanzados los  $330^\circ\text{C}$  desconectamos el horno y esperamos a que cese la "inercia térmica" para, más tarde, repetir las medidas cada  $10^\circ\text{C}$  entre  $320^\circ\text{C}$  y  $150^\circ\text{C}$  en enfriamiento "libre".

Finalmente convertimos las unidades convenientemente y transformamos las medidas de voltaje en potencias gracias a un coeficiente de conversión proporcionado por el fabricante ( $P = V \cdot (mV/0.16)$ ). El resto del tratamiento es como los resultados y conclusiones se expondrán más adelante.

$T_c (\pm 1^\circ\text{C})$	$T_K (\pm 1\text{K})$	$V (\pm 0.01\text{mV})$	$P (\pm 0.06\text{mW})$	$t (\pm 10\text{s})$
22	295	0.00	0.00	0
100	373	0.24	1.50	570
110	383	0.28	1.75	610
120	393	0.33	2.06	660
130	403	0.38	2.38	703
140	413	0.42	2.63	752
150	423	0.48	3.00	800
160	433	0.53	3.31	852
170	443	0.60	3.75	903
180	453	0.66	4.13	957
190	463	0.72	4.50	1015
200	473	0.80	5.00	1073
210	483	0.88	5.50	1140
220	493	0.97	6.06	1200
230	503	1.05	6.56	1270
240	513	1.15	7.19	1342
250	523	1.25	7.81	1413
260	533	1.35	8.44	1493
270	543	1.48	9.25	1574
280	553	1.58	9.88	1660
290	563	1.71	10.69	1754
300	573	1.83	11.54	1804
310	583	1.97	12.31	1952
320	593	2.10	13.13	2070
330	603	2.26	14.13	2200

• Tabla 2: Medidas para el calentamiento en horno.

$T_c (\pm 1^\circ\text{C})$	$T_K (\pm 1\text{K})$	$V (\pm 0.02\text{mV})$	$P (\pm 0.06\text{mW})$	$t (\pm 10\text{s})$
320	543	2.11	13.19	2530
310	583	2.00	12.50	2620
300	573	1.89	11.81	2710
290	503	1.78	11.13	2800
280	553	1.67	10.44	2890
270	543	1.56*	9.75	3000
260	533	1.47	9.19	3090
250	523	1.36	8.50	3210
240	513	1.27	7.94	3310
230	503	1.18	7.38	3420
220	493	1.10	6.88	3550
210	483	1.00	6.25	3690
200	473	0.92	5.75	3820
190	463	0.85	5.31	3790
180	453	0.76	4.75	4140
170	443	0.70	4.38	4310
160	433	0.62	3.88	4510
150	423	0.56	3.50	4720

• Tabla 3: Medidas en enfriamiento libre

Si representamos los datos de enfriamiento y calentamiento, y hacemos un ajuste lineal entre  $P(T^4)$ , dejando un origen libre que corresponderá a  $P_0$ :  
 $P = f \cdot T^4 - P_0$ , donde  $P_0$  corresponde a la radiación a temperatura ambiente. Obtengamos:

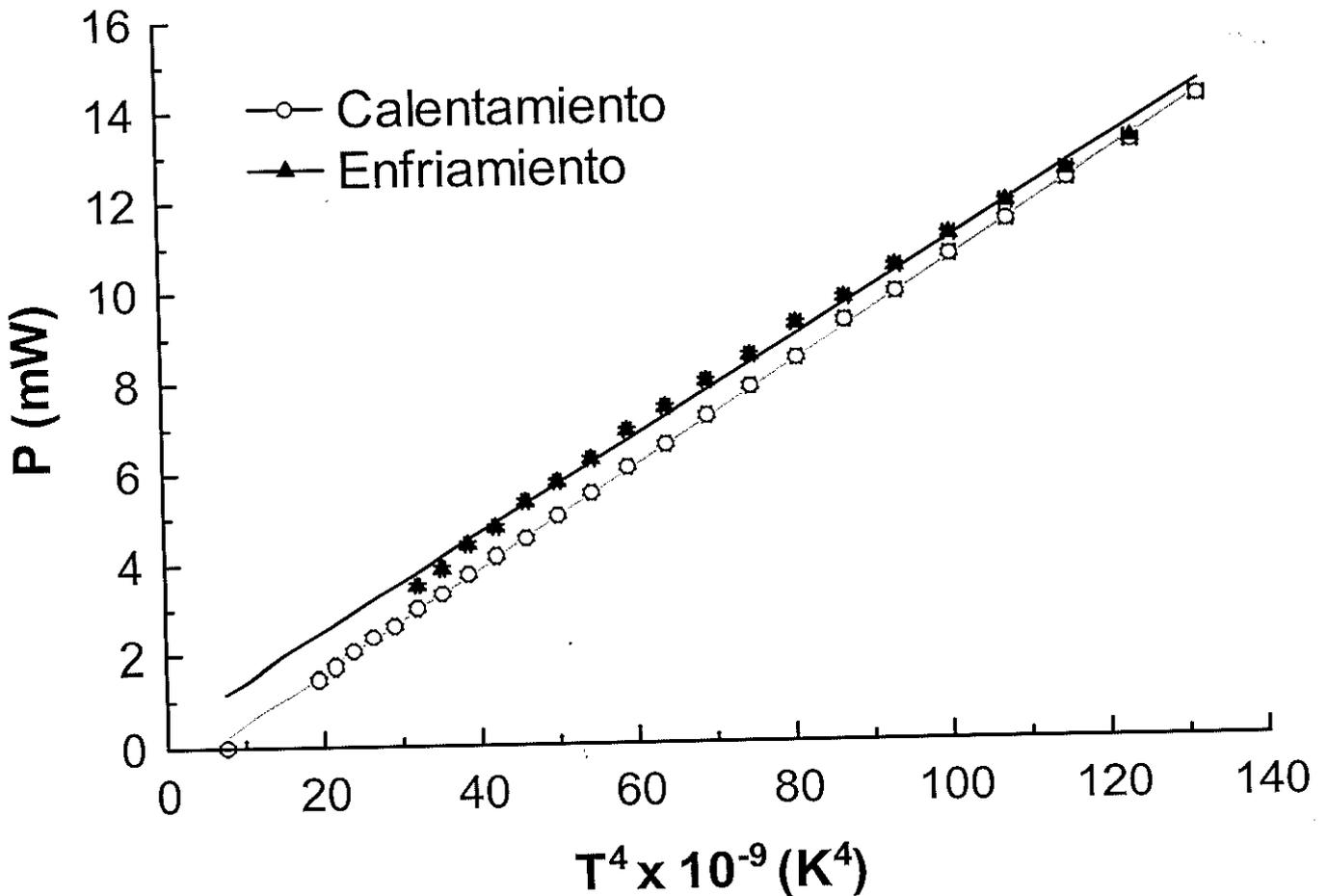


Figura 1 - Gráficas de calentamiento y enfriamiento del horno  
 Calent:  $P = (-0,60 \pm 0,02) + (0,117 \pm 0,0003) T^4 \times 10^{-9}$  (sin primer dato)  $r = 0,9999$   
 $P = (-0,63 \pm 0,03) + (0,112 \pm 0,0004) T^4 \times 10^{-9}$   $r = 0,9999$

Enfr:  $P = (0,38 \pm 0,12) + (0,1063 \pm 0,0016) T^4 \times 10^{-9}$   $r = 0,9983$

A partir de la pendiente, podemos calcular  $\sigma$ , dividiendo por el factor geométrico:  $\sigma = h_2/f$ , que obtenemos:

$\sigma_{cal} = (5,50 \pm 0,02) \cdot 10^{-8} \text{ W/K}^4$  (sin primer dato)

$\sigma_{cal} = (5,52 \pm 0,02) \cdot 10^{-8} \text{ W/K}^4$  (con primer dato)

$\sigma_{enfr} = (5,24 \pm 0,02) \cdot 10^{-8} \text{ W/K}^4$

Por tanto, se observa que los datos de calentamiento son mejores, pues se obtiene un valor más cercano al valor esperado de  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  (tridimensional)

Esto se debe a que el efecto de la radiación exterior <sup>27</sup> (que no tenemos en cuenta) es más influyente al enfriarse, pues elementos como el diafragma tienen una tasa de enfriamiento distinta al cuerpo negro (se enfria más lentamente debido a su conductividad). Esta radiación adicional provoca que la recta de enfriamiento quede algo por encima de la de calentamiento, al haber una potencia extra, como se aprecia en la Figura 1.

Por tanto, los datos de calentamiento son más adecuados y dan un mejor valor de  $\sigma$ .

Para verificar la ley  $T^4$ , representamos  $\ln(P+P_0)$  en función de  $\ln(T)$ , de manera que:

$\ln(P+P_0) = \ln(P_0) + 4 \ln T$ , y mediante un ajuste lineal verificamos que la pendiente es 4:

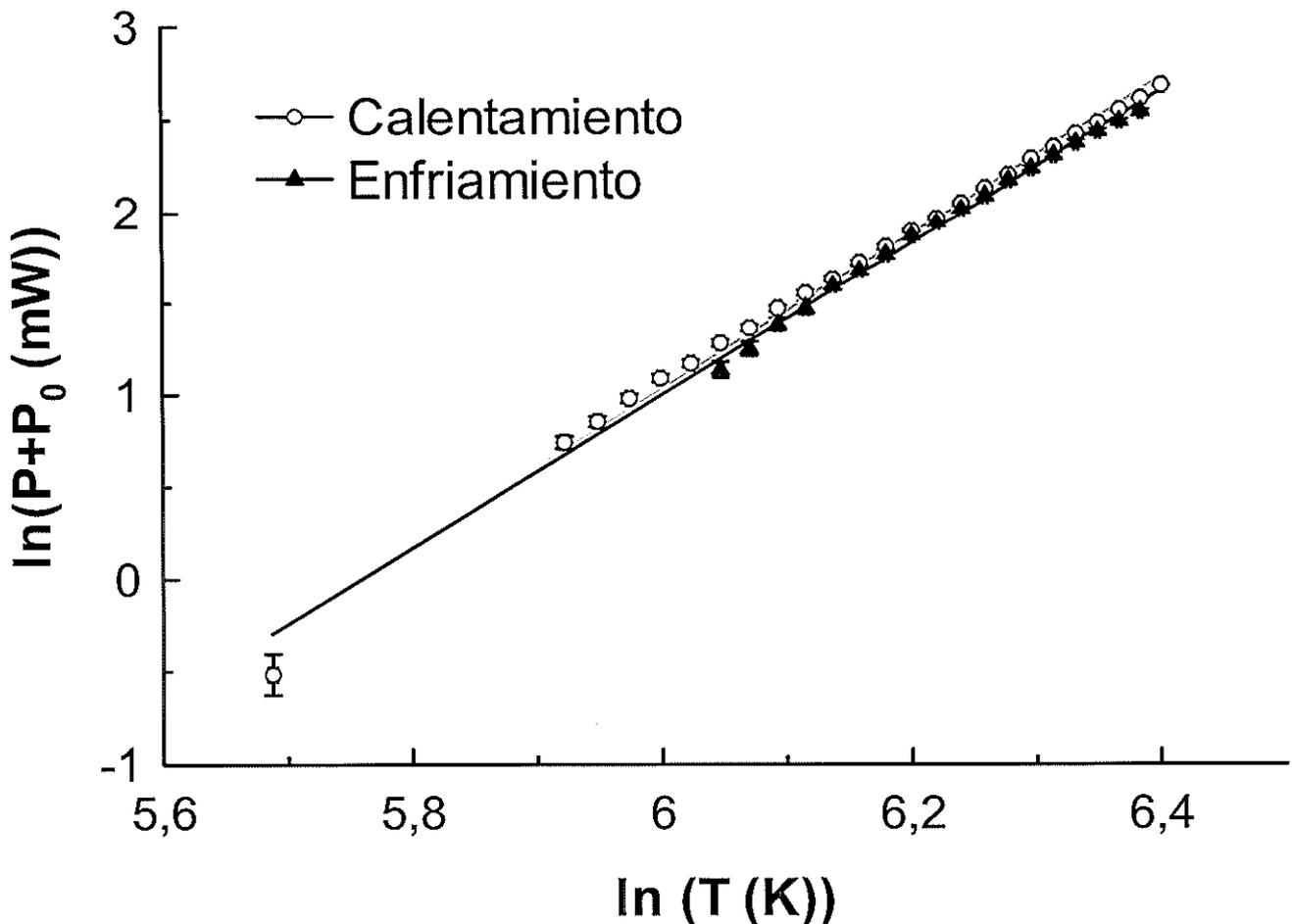


Figura 2 - Radiación del horno a cada temperatura para enfriamiento y calentamiento.

Calentamiento:  $\ln(P+P_0) = (-29,5 \pm 0,4) + (4,25 \pm 0,07) \ln(T)$

Enfriamiento: "  $= (-23,8 \pm 0,4) + (4,17 \pm 0,07) \ln T$

para extraer más  $\sigma$  en un número de mediciones y procedimientos experimentales (trabajos sistemáticos que no se tienen en cuenta en el ajuste por mínimos cuadrados).

El error de la  $\sigma$  es posible obtenerlo mediante:

$$h = \left( \frac{2\pi^5 K^4}{15c^2\sigma} \right)^{1/3}$$

Y obtenemos:

$$h_{cal} = (6,69 \pm 0,06) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$h_{cal}^* = (6,65 \pm 0,06) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$h_{ref} = (6,80 \pm 0,07) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Valor más cercano al teórico:

$$h_{teo} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Estos valores coinciden con bastante aproximación con lo esperado.

Como conclusión, podemos señalar que la hubiera ciertas desviaciones respecto a lo esperado, siendo estas más acusadas en el caso del enfriamiento, que hay más influencia de la radiación externa. En cuanto a las ordenadas en el origen, podemos ver que no se pueden entender como  $P_0 = \frac{1}{4} \sigma T_0^4$  ya que en un caso es positivo y en otro negativo, y no se puede separar  $(T_1 \text{ y } T_0)^4$  como factores  $T + T^4$ , por lo que dicha aproximación es muy crasa. En cuanto a los resultados finales, cabe destacar que hemos verificado la ley de Stefan-Boltzmann así como la radiación del cuerpo negro y hemos obtenido la constante de Planck.

Las desviaciones sistemáticas se deben a que el diafragma no estaba completamente pegado al horno, y a la dificultad de determinar con el pie de rey la distancia  $d$ . Además se han realizado ciertas aproximaciones en el desarrollo teórico que añaden desviaciones adicionales al valor de  $\sigma$  y  $h$  esperado, al no tratarse de un cuerpo negro ideal ( $\epsilon < 1$ ).

\* También porque la distancia  $d$  a la radiación ambiente es desconocida.

ln(T)	ln(P+P <sub>0</sub> )	T <sup>4</sup> * exp(-09) (K <sup>4</sup> )
5,687 ± 0,003	-0,52 ± 0,11	7,59 ± 0,10
5,922 ± 0,003	0,74 ± 0,03	19,4 ± 0,2
5,948 ± 0,003	0,85 ± 0,03	21,6 ± 0,2
5,974 ± 0,003	0,98 ± 0,02	23,9 ± 0,2
5,999 ± 0,002	1,09 ± 0,02	26,4 ± 0,3
6,024 ± 0,002	1,17 ± 0,02	29,1 ± 0,3
6,048 ± 0,002	1,280 ± 0,018	32,1 ± 0,3
6,071 ± 0,002	1,363 ± 0,017	35,2 ± 0,3
6,094 ± 0,002	1,469 ± 0,015	38,6 ± 0,3
6,116 ± 0,002	1,552 ± 0,014	42,2 ± 0,4
6,138 ± 0,002	1,629 ± 0,013	46,0 ± 0,4
6,159 ± 0,002	1,722 ± 0,012	50,1 ± 0,4
6,180 ± 0,002	1,808 ± 0,011	54,5 ± 0,5
6,201 ± 0,002	1,896 ± 0,010	59,1 ± 0,5
6,2209 ± 0,002	1,968 ± 0,009	64,1 ± 0,5
6,2406 ± 0,0019	2,052 ± 0,008	69,3 ± 0,5
6,2599 ± 0,0019	2,129 ± 0,008	74,9 ± 0,6
6,2788 ± 0,0019	2,201 ± 0,007	80,8 ± 0,6
6,2974 ± 0,0018	2,287 ± 0,007	87,0 ± 0,6
6,3156 ± 0,0018	2,349 ± 0,006	93,6 ± 0,7
6,3335 ± 0,0018	2,423 ± 0,006	100,6 ± 0,7
6,3511 ± 0,0017	2,488 ± 0,005	107,9 ± 0,8
6,3684 ± 0,0017	2,558 ± 0,005	115,6 ± 0,8
6,3854 ± 0,0017	2,619 ± 0,005	123,8 ± 0,8
6,4022 ± 0,0017	2,689 ± 0,004	132,3 ± 0,9

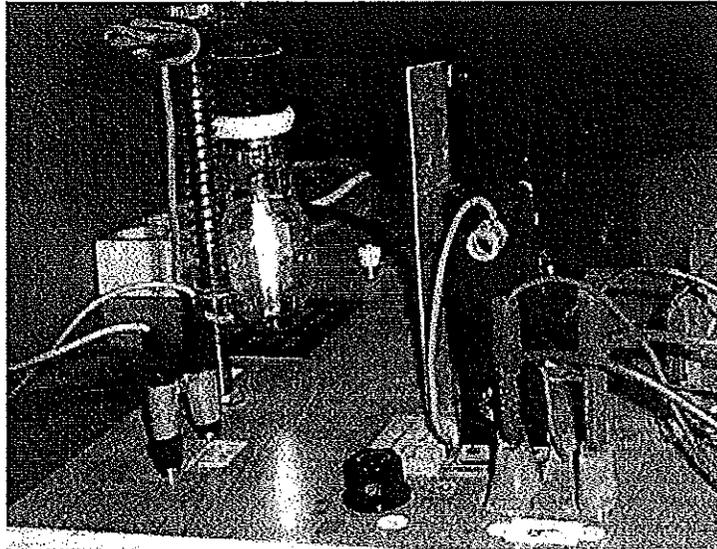
Tabla 4 - Datos correspondientes al calentamiento en las figuras 1 y 2.

ln(T)	ln(P+P <sub>0</sub> )	T <sup>4</sup> * exp(-09) (K <sup>4</sup> )
6,3854 ± 0,0017	2,550 ± 0,010	123,8 ± 0,8
6,3684 ± 0,0017	2,495 ± 0,011	115,6 ± 0,8
6,3511 ± 0,0017	2,436 ± 0,012	107,9 ± 0,8
6,3335 ± 0,0018	2,374 ± 0,012	100,6 ± 0,7
6,3156 ± 0,0018	2,308 ± 0,013	93,6 ± 0,7
6,2974 ± 0,0018	2,237 ± 0,014	87,0 ± 0,6
6,2788 ± 0,0019	2,175 ± 0,015	80,8 ± 0,6
6,2599 ± 0,0019	2,094 ± 0,016	74,9 ± 0,6
6,2406 ± 0,0019	2,022 ± 0,018	69,3 ± 0,5
6,221 ± 0,002	1,945 ± 0,019	64,1 ± 0,5
6,201 ± 0,002	1,87 ± 0,02	59,1 ± 0,5
6,180 ± 0,002	1,77 ± 0,02	54,5 ± 0,5
6,159 ± 0,002	1,68 ± 0,02	50,1 ± 0,4
6,138 ± 0,002	1,60 ± 0,03	46,0 ± 0,4
6,116 ± 0,002	1,47 ± 0,03	42,2 ± 0,4
6,094 ± 0,002	1,38 ± 0,03	38,6 ± 0,3
6,071 ± 0,002	1,25 ± 0,04	35,2 ± 0,3
6,048 ± 0,002	1,14 ± 0,04	32,1 ± 0,3

Tabla 5 - Datos correspondientes al enfriamiento en las figuras 1 y 2.

Nº 5

## Radiación de un filamento incandescente



### Objetivos

- Estudiar la radiación emitida por un cuerpo incandescente.
- Poner a prueba la hipótesis de cuerpo negro para un cuerpo real.
- Conectar el "mundo macroscópico" con la Mecánica Cuántica del "mundo microscópico".

### Índice

Introducción	1
El Cuerpo Negro y la "catástrofe ultravioleta"	1
La solución de Planck: el fotón	2
Desarrollo del experimento	3
Consideraciones iniciales	3
Material y montaje	5
Material	5
Montaje	6
Desarrollo experimental	7
Puesta a prueba de la ley de Stefan-Boltzmann: determinación de $\gamma$	7
Comprobación de la distribución de Planck: obtención de la constante de Planck, $h$	7
Cuestiones	9
Resultados	11
Respuestas a las cuestiones	15

**Introducción**

**El cuerpo Negro y la "catástrofe ultravioleta"**

La radiación emitida por un cuerpo como resultado de su temperatura se le llama radiación térmica; todos los cuerpos la emiten y a su vez la absorben.

Un cuerpo negro es un objeto que absorbe toda la luz que incide sobre él; ninguna parte de la radiación es reflejada o pasa a través del cuerpo negro. El cuerpo negro emite luz (denominada radiación de cuerpo negro) y constituye un modelo ideal físico para el estudio de la emisión de radiación electromagnética. Pese a ser un modelo ideal, numerosos objetos en la naturaleza pueden aproximarse a cuerpos negros (estrellas, objetos incandescentes, la radiación de fondo del Universo, agujeros negros...).

La radiación del cuerpo negro fue objeto de intenso estudio durante la segunda mitad del siglo XIX, dando lugar a numerosas leyes experimentales, como las leyes de Kirchhoff<sup>1</sup>, la ley del desplazamiento de Wien<sup>2</sup> o la conocida ley de Stefan-Boltzmann<sup>3</sup> para la radiancia,  $R(T)$  –la radiancia es la potencia que emite el cuerpo por unidad de superficie–, dada por:

$$R(T) = \sigma T^4 \quad (1)$$

con  $\sigma$  la constante (empírica) de Stefan-Boltzmann ( $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W K}^{-4} \text{ m}^{-2}$ ).

A estas leyes empíricas se unía el conocido espectro de cuerpo negro, caracterizado por la radiancia espectral,  $R_\nu(T)$  –tal que  $R_\nu d\nu$  es la radiancia emitida en el intervalo de frecuencias entre  $\nu$  y  $\nu+d\nu$ , y, por tanto,  $R(T) = \int R_\nu(T) d\nu$ –, y que, experimentalmente, se observa que es de la forma:

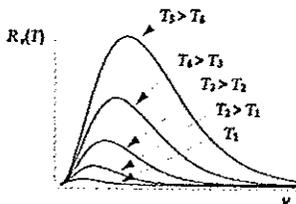


Figura 1. Espectro de cuerpo negro.

<sup>1</sup> Gustav R. Kirchhoff (1824-1887) propuso las primeras leyes empíricas sobre la radiación de cuerpos, y fue quien introdujo la denominación de *cuerpo negro* en 1862.

<sup>2</sup> Wilhelm Wien (1864-1928) enunció que la longitud de onda para la que se observa el máximo de radiancia espectral y la temperatura se relacionaban según  $\lambda_{\text{max}} T = b$ , con  $b = 0,002898 \text{ m K}$ , constante.

<sup>3</sup> Josef Stefan (1835-1893) la intuyó en 1878 a partir de los resultados de Pierre L. Dulong (1785-1838) y Alexis Th. Petit (1791-1820) y, posteriormente, de John Tyndall (1820-1893), mientras que fue Ludwig Boltzmann (1844-1906) quien la demostró teóricamente en 1884.

El principal empeño de los físicos de la época era dar una explicación teórica a la forma del espectro del cuerpo negro. A mediados de 1900, Rayleigh presentó un cálculo clásico para la radiancia de un cuerpo negro. Éste se basaba en considerar la radiación producida por la vibración térmica de los electrones dentro de la cavidad y aplicar la ley de equipartición de la energía. El resultado al que llegó fue  $R_\nu(T) \propto \nu^2 T$ . Este cálculo no reproducía completamente el espectro del cuerpo negro. De hecho, la teoría clásica de Rayleigh coincidía con los resultados experimentales a bajas frecuencias, pero discrepaba enormemente<sup>4</sup> a frecuencias altas; por ello se habló de la "catástrofe ultravioleta". Posteriormente, en 1905, Jeans estableció la expresión conocida como ley de Rayleigh-Jeans<sup>5</sup>:

$$R_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad (2)$$

Clásicamente, el espectro del cuerpo negro no tenía explicación teórica.

**La solución de Planck: el fotón**

A finales de 1900, y en conocimiento de los resultados de Rayleigh, entre muchos otros, Planck<sup>6</sup> dio una teoría que ajustaba a la perfección con los resultados experimentales. Esta teoría se basaba en considerar los osciladores térmicos anteriores, pero imponiendo que la energía de cada oscilador es múltiplo de una energía fundamental, a la que denominó "cuanto" de energía<sup>7</sup>,  $\epsilon$ , y que debía ser proporcional a la frecuencia, postulando así:

$$\epsilon = h\nu \quad (3)$$

Con esta idea, Planck llegó a una expresión de la radiancia del cuerpo negro que ajustaba completamente a los resultados experimentales; ésta fue<sup>8</sup>:

$$R_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (4)$$

La distribución de Planck (4) no sólo ajustaba los resultados experimentales, sino que reproducía, como debía ser, la ley de Wien, la de Stefan-Boltzmann (1), y la de Rayleigh-Jeans a bajas frecuencias, tomando el valor  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  y  $k = 1,40 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ ; de hecho, la ley de Stefan-Boltzmann se puede reescribir:

$$R(T) = \sigma T^4 = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 \quad (1')$$

Con la introducción del concepto de "fotón" y la cuantificación de la energía se inició lo que sería posteriormente la "Revolución Cuántica".

<sup>4</sup> De hecho, la radiancia dada diverge para frecuencias altas, ya que  $R_\nu(T)$  se hace infinita para  $\nu$  grande, lo que contradice el espectro experimental y la ley empírica de Stefan-Boltzmann.

<sup>5</sup> Lord Rayleigh (John William Strutt, 1842-1919. Sir James Jeans (1877-1946).

<sup>6</sup> Max Planck (1858-1947).

<sup>7</sup> La idea de "cuantos" de energía fue utilizada posteriormente por Albert Einstein (1879-1955) para explicar en 1905 el efecto fotoeléctrico; fue Einstein quien los rebautizó con el nombre de "fotones".

<sup>8</sup> La obtención de la distribución de Planck (4), al igual que la de Rayleigh-Jeans (2), a partir de las premisas vistas, se verá en el curso de Física Estadística del curso próximo.

**Desarrollo del experimento**

**Consideraciones iniciales**

Como se ha intentado mostrar en la introducción, el estudio de la radiación del cuerpo negro fue fundamental para el desarrollo de la Teoría Cuántica.

En el experimento vamos a estudiar la radiación de un cuerpo incandescente. Para ello, utilizaremos una bombilla de manera que el cuerpo objeto de estudio será el filamento de tungsteno de ésta.

Vamos a hacer la hipótesis de que el filamento de tungsteno irradia como un cuerpo negro. Así, el espectro que seguirá su radiación debe de ajustarse a la distribución de Planck. Ésta será la hipótesis que pondremos a prueba en el laboratorio.

Una primera consecuencia derivada de la hipótesis es que la radiancia del filamento debe seguir la ley de Stefan-Boltzmann, cuestión que trataremos de comprobar.

Como la distribución de Planck (4), o la ley de Stefan-Boltzmann (1') dependen de variables a las que no tenemos acceso directamente en el laboratorio (potencia, radiancia, frecuencia, temperatura), hemos de buscar la manera de encontrar expresiones que dependan de variables medibles en el laboratorio. Así:

1. Por conveniencia, no utilizaremos la expresión de esta distribución en función de la frecuencia dada por (4), sino en función de la longitud de onda, que se escribe como:

$$R_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (5)$$

2. Para simplificar, consideraremos que estamos en la "región cuántica", es decir, a altas frecuencias, de manera que  $hc/\lambda kT \gg 1$ , y podemos aproximar la expresión (5) por:

$$R_\lambda(T) \approx \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT} \quad (6)$$

3. Consideraremos también que toda la potencia que suministra la bombilla será emitida por el filamento en forma de radiación, de manera que, teniendo en cuenta que, como consecuencia de la hipótesis, sigue la ley de Stefan-Boltzmann, podemos escribir:

$$P = S\sigma T^4 \quad (7)$$

Hay que decir que haremos las simplificaciones de que la longitud, L, y la sección, S, del filamento permanecerán constantes en todo el régimen de funcionamiento y, además, que la sección del filamento es uniforme.

4. Por simplicidad técnica, en el experimento no vamos a reproducir el espectro del cuerpo negro, sino que estudiaremos la radiación a una longitud de onda fija (que conseguiremos situando un filtro ante la bombilla). Para medir la

radiancia del filamento, utilizaremos un fotodiodo. Un fotodiodo recibe radiación, y ofrece en su salida una diferencia de potencial,  $V_d$ , que es función de la radiación recibida; para bajas intensidades radiativas, vamos a suponer que la respuesta es lineal:

$$V_d = CR_\lambda(T) \quad (8)$$

con C constante de proporcionalidad cuyo valor carece de interés para nuestros objetivos.

5. Por otro lado, necesitaremos conocer la temperatura a la que está el filamento de tungsteno, cuestión complicada, dada la inaccesibilidad de éste. Para ello, recurriremos a la variación de la resistividad,  $\rho$ , del tungsteno con la temperatura. Si analizamos la tabla de resistividades del tungsteno (Tabla 1), podemos ver que ésta se ajusta (Figura 2) a una expresión que supondremos del tipo:

$$T = T_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (9)$$

donde  $\rho_0$  es la resistividad de referencia a una temperatura  $T_0$  conocida. El exponente  $\gamma$  lo ajustaremos experimentalmente<sup>9</sup>. Dadas las simplificaciones consideradas, la resistencia, R, que presenta el filamento y la resistividad vienen relacionadas según  $R = L\rho/S$ , de manera que podemos escribir:

$$T = T_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^\gamma \quad (10)$$

donde  $R_0$  es la resistencia de referencia a una temperatura  $T_0$  conocida (por ejemplo, a temperatura ambiente). La ventaja de la expresión (10) es que nos relaciona la temperatura (imposible de medir directamente) con la resistencia del filamento, que podemos obtener fácilmente.

T (K)	$\rho$ ( $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ )	T (K)	$\rho$ ( $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ )	T (K)	$\rho$ ( $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ )
300	5,85	1500	40,38	2700	81,04
400	8,06	1600	43,55	2800	84,70
500	10,55	1700	46,78	2900	88,33
600	13,23	1800	50,05	3000	92,04
700	16,09	1900	53,35	3100	95,76
800	19,00	2000	56,67	3200	99,54
900	21,94	2100	60,06	3300	103,3
1000	24,93	2200	63,48	3400	107,2
1100	27,94	2300	66,91	3500	111,1
1200	30,98	2400	70,39	3600	115,0
1300	34,08	2500	73,91	3655	117,1
1400	37,19	2600	77,49		

Tabla 1. Valores de la resistividad del tungsteno a diferentes temperaturas.

<sup>9</sup> El valor de  $\gamma$  que ajusta a la Tabla 1 resulta ser  $\gamma = 0,831 \pm 0,003$ .

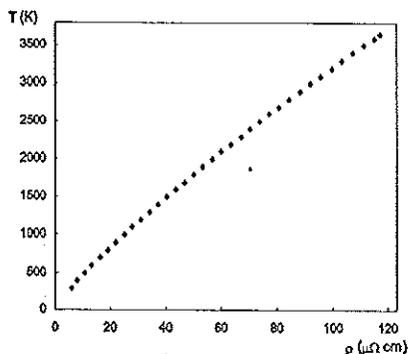


Figura 2. Representación de la resistividad del tungsteno en función de su temperatura.

Con las simplificaciones y consideraciones que hemos hecho hasta ahora, ya estamos en disposición de describir el montaje experimental y desarrollar expresiones que nos permitan comprobar nuestra hipótesis.

### Material y montaje

#### Material

El material que utilizaremos en este experimento se resume en la Tabla 2.

Elemento	Nº
Caja de montaje	1
Bombilla de tungsteno	2
Potenciómetro	3
Multímetro	4
Multímetro	5
Pantalla	6
Filtro de 578 nm	7
Fotodiodo	8
Multímetro	9

Tabla 2. Material para el experimento.

### Montaje

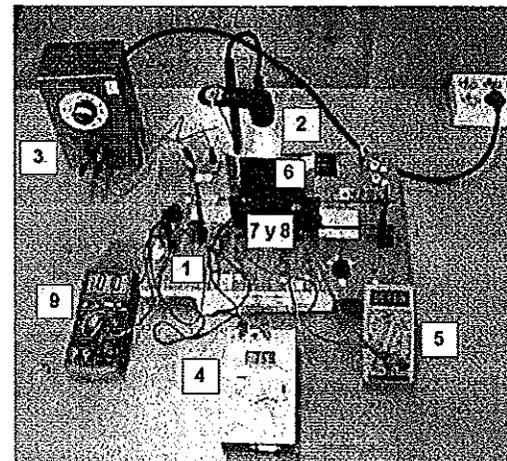


Figura 3. Montaje del experimento en el laboratorio.

En la Figura 3 se muestra el montaje en el laboratorio. En el interior de la "caja de montaje", 1, están las conexiones necesarias para reproducir el circuito de la Figura 4, en el que se esquematiza el montaje experimental.

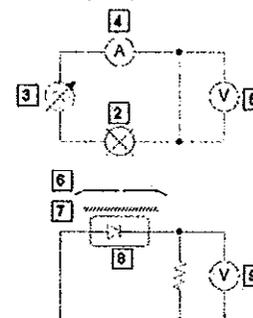


Figura 4. Esquema del montaje del experimento.

El fotodiodo, 8, está provisto del filtro, 7, de longitud de onda  $\lambda = 578 \text{ nm}$ . Como la respuesta lineal del fotodiodo sólo se produce a intensidades bajas, evitamos una irradiación alta situando la pantalla, 6, que sólo permite el paso de una pequeña parte de la radiancia de la bombilla, 2.

El circuito es muy simple: con el potenciómetro, 3, regulamos la diferencia de potencial —que podemos medir con el multímetro, 5, en posición de voltímetro— que hay en bornes de la bombilla de tungsteno. El multímetro, 4, en posición de

# Laboratori de Física Quàntica

## Departament de Física Teòrica, Universitat de València

amperímetro, nos da la lectura de la intensidad que atraviesa el filamento incandescente.

Para situar la pantalla, es conveniente proceder como sigue:

1. Situarla suavemente pegada al filtro.
2. Con el circuito conectado a un potencial medio (unos 100 V), mover la pantalla (siempre pegada al filtro) hasta encontrar la posición en que el multímetro 9 (que, en posición de voltímetro, da la salida del fotodiodo,  $V_d$ ) marca el valor máximo.
3. Ésta será la situación de la pantalla. Por motivos obvios, no hay que tocar la pantalla a lo largo de una serie de medidas, ya que esto variaría el porcentaje de la radiancia de la bombilla que llega al fotodiodo.

### Desarrollo experimental

Las medidas que vamos a realizar serán de voltaje e intensidad de corriente (lecturas de los multímetros), únicas medidas a las que tenemos acceso directo; el resto de magnitudes deberán ser puestas en función de éstas. En lo que sigue, denominaremos  $V$  a la diferencia de potencial aplicada en bornes de la bombilla (cuya lectura la ofrece el multímetro 5), e  $I$  a la intensidad que circula a través del filamento (cuya lectura la ofrece el multímetro 4). A la diferencia de potencial de salida del fotodiodo recordamos que lo denominábamos  $V_d$  (la lectura de  $V_d$  la da el multímetro 9).

Con los datos de las temas  $V$ ,  $I$ ,  $V_d$  (es conveniente tomar cerca de 20 medidas), manipulados adecuadamente, llegaremos a cumplir los objetivos propuestos para el experimento.

### Puesta a prueba de la ley de Stefan-Boltzmann: determinación de $\gamma$

En primer lugar, someteremos a prueba la ley de Stefan-Boltzmann. Para ello, utilizaremos la relación (7); si en ella sustituimos la temperatura por la relación (10), y tomamos logaritmos, llegamos a:

$$\ln P = \ln \left( \frac{S\sigma T_0^4}{R_0^2 \gamma} \right) + 4\gamma \ln R \quad (11)$$

Así, si nuestra hipótesis de que el filamento se comporta como cuerpo negro es correcta, entonces debe seguir la ley de Stefan-Boltzmann, y al representar  $\ln P$  (recordamos,  $P$  es la potencia que emite la bombilla, que, en términos de variables eléctricas, es  $P = VI$ ) en función de  $\ln R$ , deberíamos obtener una línea recta de pendiente  $4\gamma$ , de la cual obtener el valor de  $\gamma$ ; la comparación del valor de  $\gamma$  con el que ajusta a la Tabla 1 (ver nota 9) nos dará una estimación de la bondad de la hipótesis.

### Comprobación de la distribución de Planck: obtención de la constante de Planck, $h$

Para comprobar que el fenómeno de radiación del cuerpo negro aplicado a nuestro filamento de tungsteno incandescente viene regido por la distribución de

# Laboratori de Física Quàntica

## Departament de Física Teòrica, Universitat de València

Planck, utilizaremos su representación en función de la longitud de onda,  $\lambda$ , en la aproximación dada por (6). Si en ella sustituimos  $R_\lambda(T)$  por  $V_d$  según la relación (8), y tomamos logaritmos, obtenemos:

$$\ln V_d = \ln \left( C \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \right) - \frac{hc}{\lambda kT} \quad (12)$$

Si ahora en (12) sustituimos la temperatura por su expresión en función de la resistencia (10), llegamos, finalmente, a:

$$\ln V_d = \ln \left( C \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \right) - \frac{hcR_0^\gamma}{\lambda kT_0} R^{-\gamma} \quad (13)$$

Si la hipótesis formulada es correcta, una representación  $\ln V_d$  frente a  $R^{-\gamma}$  (recordamos que la resistencia será  $R = VI$ ) debe dar lugar a una línea recta. De la pendiente de la recta, conocido un par de referencia  $R_0$ ,  $T_0$ <sup>10</sup>, y las constantes  $k$  y  $c$ <sup>11</sup> (el valor de  $\gamma$  lo tenemos de la parte anterior del experimento), podemos obtener un valor de la constante de Planck, que podemos comparar con el valor tabulado para estimar la bondad de la hipótesis.

*4.1.1 mV*

*100*

*I baja quitau*

*bondad hipotesis*

*como R<sub>0</sub>, T<sub>0</sub>*

*λ*  
*long*

<sup>10</sup> Tomar como referencia los valores medidos  $R_0 = 25 \pm 1 \Omega$  a  $T_0 = 295 \text{ K}$ , y recordar que trabajamos a una longitud de onda  $\lambda = 678 \text{ nm}$  fija.

<sup>11</sup> Valor de la constante de Boltzmann  $k = 1,380658 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  y de  $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$ .

## Cuestiones

Aunque los resultados obtenidos hayan sido satisfactorios hemos de tener en cuenta todas las simplificaciones que se han hecho. Las siguientes cuestiones van encaminadas a tratar de analizar la bondad de las hipótesis y simplificaciones que se han considerado:

1. Se ha supuesto que se está en la "región cuántica", obteniendo así la expresión (6) en la que se ha basado la segunda parte del desarrollo experimental. Para comprobar la validez de esta hipótesis, mirad el rango de temperaturas (a partir de las resistencias) en que ha trabajado la lámpara y calculad el valor de  $\frac{hc}{\lambda kT}$ .
2. Un resultado interesante, que no hemos comentado, es que a partir del ajuste que se realiza en la primera parte del experimento, podemos obtener el valor de la superficie total del filamento. Hacedlo -no es necesario que estiméis su error-. Por otro lado, podéis medir la longitud total del filamento (con una regla, por ejemplo), y suponiendo el filamento un cilindro de diámetro de 1 mm (puede ser inferior, pero tomaremos el radio del orden de 0,5 mm), calculad cuál debería ser su superficie. La superficie estimada es superior a la obtenida por el ajuste. ¿Qué indica esto sobre la hipótesis que hemos realizado?

## \*Objetivos:

El objetivo principal es el análisis de la emisión de radiación de una bombilla incandescente, caracterizada por un filamento de tungsteno. Estudiando con un fotodiodo la radiación emitida y midiendo el voltaje y la intensidad en la bombilla, somos capaces de determinar la constante de Planck y verificar la ley de Stefan-Boltzmann. De esta manera, estamos comprobando si el filamento se acerca al comportamiento ideal de cuerpo negro y conectamos el mundo de la física cuántica, que suele observarse microscópicamente, con el mundo observable macroscópicamente.

## \* Introducción teórica:

La radiación de un cuerpo negro ha sido estudiada inicialmente experimentalmente, dando lugar a las leyes de Kirchhoff, la ley de desplazamiento de Wien; o la ley de Stefan-Boltzmann:

$$R(T) = \sigma T^4 \quad (R \equiv \text{radiancia}, T = \text{temperatura}, \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{K}^4 \text{m}^2})$$

Además, la radiancia espectral de cuerpo negro trató de modelarse básicamente por Rayleigh-Jeans, cuyo modelo teórico presentaba grandes desajustes <sup>respecto a los datos experimentales</sup> a altas frecuencias (región cuántica), pues presenta una divergencia (catástrofe ultravioleta). Max Planck desarrolló una teoría suponiendo la cuantización de la radiación, obteniendo una ecuación que sí ajusta a las observaciones experimentales:

$$R_{\nu}(T) = \frac{2\pi^5 \nu^2}{c^2} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad \text{con } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js (constante de Planck)} \\ k_B = 1,40 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

Esta ley de distribución coincide con la ley de Rayleigh-Jeans a bajas frecuencias, y reproduce correctamente la ley de Wien así como la ley de Stefan-Boltzmann, prediciendo un valor para  $\sigma$ :

$$R(T) = \frac{\sigma}{15k^3 c^2} T^4$$

Diseñaremos un montaje para verificar esta ley y comprobar si el comportamiento de un cuerpo real se puede aproximar por el de un cuerpo negro ideal, que absorbe toda la radiación que recibe (reflectancia = 0).

## Procedimiento experimental:

26

Nuestro cuerpo real sería una bombilla incandescente formada por un filamento de tungsteno de  $4\text{cm}$  <sup>de longitud</sup> aproximadamente y  $1\text{mm}$  de diámetro (si lo aproximamos como un cilindro). Para verificar la ley de Stefan-Boltzmann, como no es posible medir directamente la temperatura y la radiancia, mediremos el voltaje y la intensidad en la bombilla, a partir de lo cual podemos calcular  $R = \frac{V}{I}$  (resistencia) y  $P = V \cdot I$  (potencia). Si suponemos constante con  $T$  la superficie  $S$  y longitud  $L$ , podemos obtener experimentalmente <sup>resistencia</sup> una ley del tipo:

$$T = T_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{donde simplificamos } \frac{S}{S_0} = \frac{R}{R_0})$$

Realizando aproximaciones de que estamos en la región cuántica y de que analizamos una sola longitud de onda (banda estrecha), obtenemos que  $P = S \sigma T^4$ .

$$y \quad R_{\lambda}(T) \propto \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

Para medir la radiancia, utilizamos un fotodiodo que se comporta linealmente a bajas intensidades y obtenemos un  $V_d = C \cdot R_{\lambda}(T)$ . Para analizar una sola longitud de onda, colocamos un filtro delante del fotodiodo para  $\lambda = 578\text{nm}$ .

Para comprobar la ley  $T = T_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{\frac{1}{4}}$ , tomando logaritmos se obtiene (teniendo en cuenta la relación de  $P$ ) un ajuste lineal  $\ln P = A_1 + A_2 x$ :

$$\ln P = \ln \left( \frac{S \sigma T_0^4}{R_0^{4/3}} \right) + \frac{4}{3} \ln R \quad \text{a partir de lo cual}$$
$$\text{calculamos } \frac{4}{3} = \frac{A_2}{4} \quad \text{y} \quad S = \frac{e^{A_1} \cdot R_0^{4/3}}{\sigma \cdot T_0^4}$$

Para comprobar la constante de Planck de la distribución de Planck, sustituyendo  $V_d = C R_{\lambda}(T)$  en  $R_{\lambda}(T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$  y tomando logaritmos:

$$\ln V_d = \ln \left( \frac{C \cdot 2\pi h c^2}{\lambda^5} \right) - \frac{hc R_0}{\lambda k T_0} \cdot R^{-1/3}$$

Representando  $\ln V_d$  frente  $R^{-1/3}$  deberá dar una línea recta, a partir de lo cual es posible calcular  $h$ .

$R_0$  lo tomamos como  $R_0 = 25 \pm 1 \Omega$   
 $T_0 = 295\text{K}$

Inicialmente ajustamos el potenciómetro de manera que el voltímetro marque  $V=100,0 \pm 0,3V$ . El amperímetro marca  $I=407 \pm 1mA$ . Ahora ajustamos la posición del fotodiodo para que la lectura de  $V_d$  sea máxima y tener menores errores relativos.

$$V_{dmax} = 14,7 \pm 0,3mV$$

$I \pm 1mA$	$V \pm 0,3V$	$V_d \pm 0,2mV$
406	99,8	14,3
395	94,8	12,7
384	90,0	10,9
372	85,0	9,4
360	80,1	8,2
347	74,9	7,2
334	69,9	6,3
321	65,0	5,8
308	60,2	5,4
294	55,4	5,1
278	50,0	4,8
264	45,2	4,7
248	40,2	4,6
232	35,4	4,5
215	30,4	4,5
195	25,0	4,4
178	20,1	4,4
157	15,1	4,4
133	10,3	4,5
97	5,1	4,5
41	1,3	4,6
0	0,0	4,7

Como posibles fuentes de error, cabe señalar el calentamiento por efecto Joule de la bombilla y su alrededor (por ejemplo la pantalla metálica), que también contribuye a la radiancia detectada por el fotodiodo. Aparte, cuando la bombilla está apagada, hay un error de cero o potencia residual detectada, que se debe probablemente a la radiación ambiental exterior (luz, abr...

$$V_{dmax} = 14,7 \pm 0,3mV$$

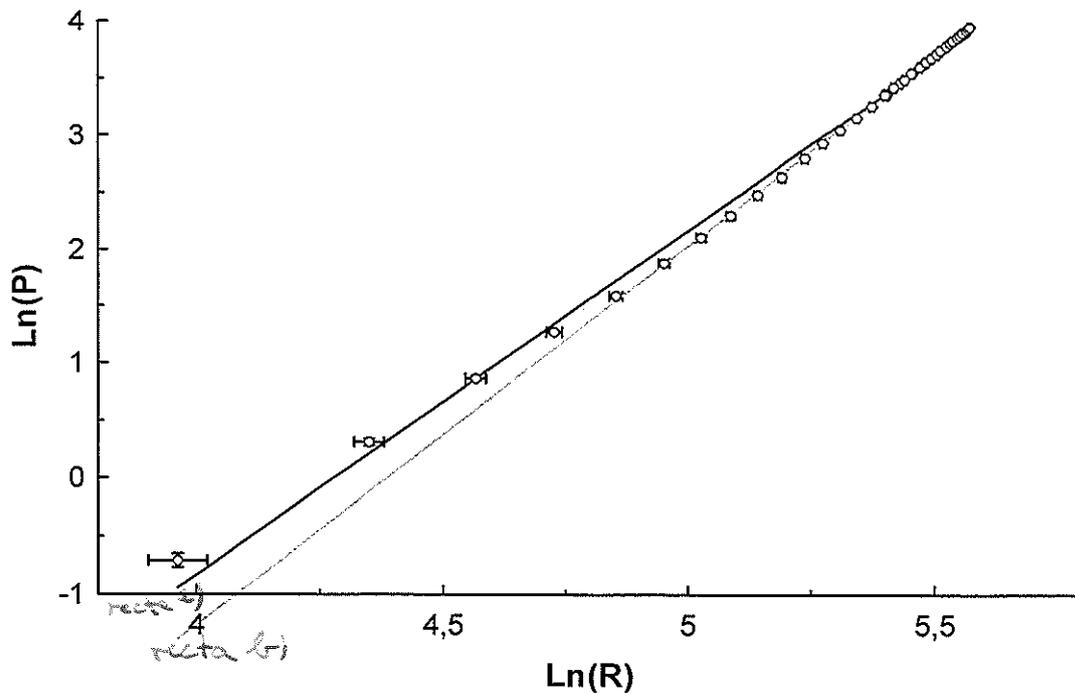
Tomamos más medidas porque en las últimas hay poca variación<sup>28</sup>  
en  $V_d$ .

I	$\checkmark$	$V_d$
360	79,8	8,2
368	83,0	9,0
376	86,7	10,0
384	89,8	11,1
391	93,0	12,1
397	95,6	13,0
401	97,6	14,0
406	99,9	15,1
411	101,9	15,9
416	104,4	17,2
420	106,2	18,1
423	107,5 $\pm 0,5$	19,0
427	109,5	20,2
430	110,9	20,9
434	112,5	22,0
437	114,2	23,0
439	115,2	23,9
443	116,6	25,0

Otra fuente de error que detectamos es que al acercar un objeto a la bombilla (como la tapa de cartón) se producen absorciones y reflejos que alteran notablemente el valor de  $V_d$ .

No hemos subido a voltajes más altos porque, pese a tener menos error relativo, el fotodiodo podría perder su comportamiento lineal  $V_d \propto R_a(T)$ .

Para verificar la ley de Stefan-Boltzmann, representamos:



Para el ajuste con todos los puntos: (a)

$$r = 0,998$$

$$\Delta_1 = -12,73 \pm 0,18$$

$$\Delta_2 = 2,99 \pm 0,03$$

Si quitamos los puntos con mayor error (menor potencia) relativo, se obtiene:

$$r_6 = 0,999$$

$$\Delta_{16} = -14,43 \pm 0,12$$

$$\Delta_{26} = 3,29 \pm 0,02$$

A partir de la pendiente se obtiene  $\gamma$

$$\gamma_a = 0,748 \pm 0,003$$

$$\gamma_b = 0,823 \pm 0,006$$

Por tanto, el segundo valor es más preciso y se obtiene un valor compatible con el tabulado:  $\gamma = 0,831 \pm 0,003$ .

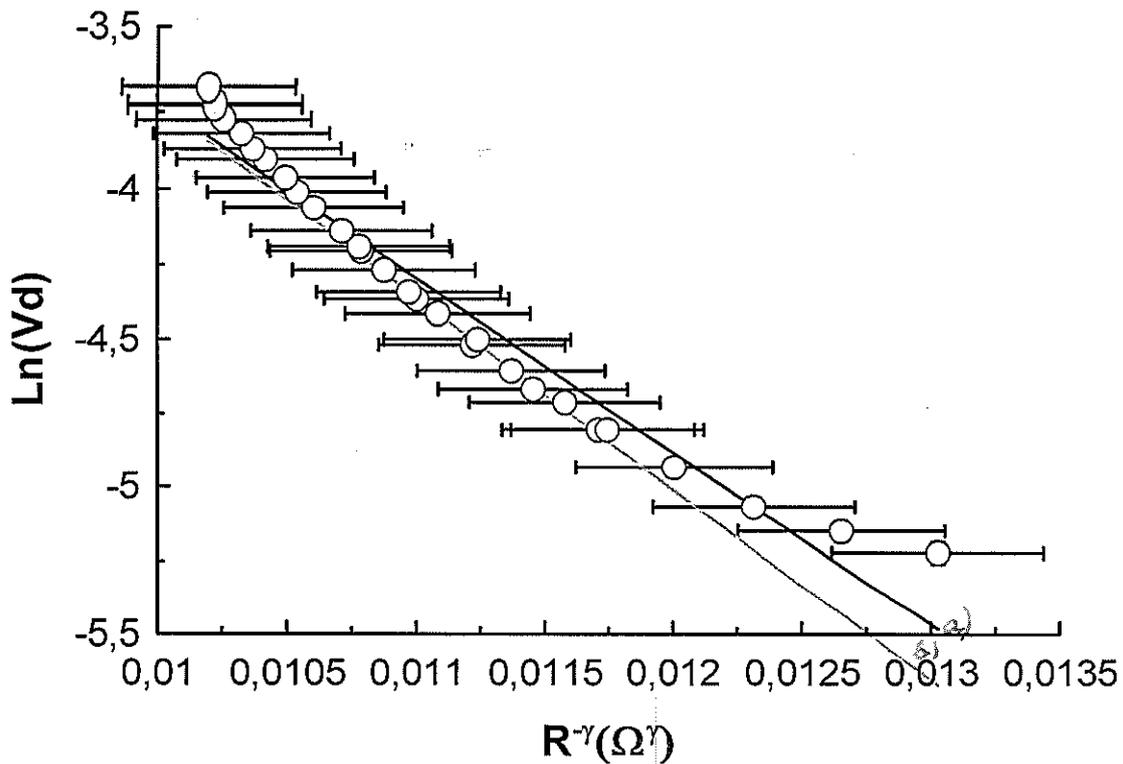
A partir de la ordenada se puede obtener  $S$  (superficie filamento)

$$S_{aj} \approx 5,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$S_{exp} \approx 12,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

Este resultado se desvía de lo esperado, como es lógico pues las medidas de  $S_{exp}$  son imprecisas. De hecho, una pequeña variación en el diámetro o la longitud (si son más pequeños de lo considerado, acerca el valor experimental al del ajuste.

Para comparar la distribución de Kanche representamos la  $V_d$  en función de  $R^{-\gamma}$ . 30



Como vemos, el ajuste no es completamente lineal, sino que tiende a aumentar la pendiente (en valor absoluto) si se eligen potencias  $(V_d)$  mayores.

Para la recta a, y calculando ya  $h$

$$r = 0,998$$

$$\Delta_1 = 2,8 \pm 0,3$$

$$\Delta_2 = -650 \pm 20 \quad (\Omega^{\gamma})$$

$$h = (3,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Para la recta b:

$$r = 0,932$$

$$\Delta_1 = 5,3 \pm 0,6$$

$$\Delta_2 = -880 \pm 60 \quad (\Omega^{\gamma})$$

$$h = (4,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Si elegimos sólo tres puntos, <sup>(los de mayor  $V_d$ )</sup> se obtiene:

$$\Delta_2 = -1000 \pm 100$$

$$h = (5,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Por tanto, se observa una tendencia para la que, a mayor  $V_d$ , mejor es la comparación con el valor teórico y el ajuste con  $h_{teo} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ . Esto se debe a que, sin dejar de estar en la región cuántica, los valores tienen menos error a la hora de la obtención del

nos el rango de temperaturas del filamento de tungsteno

$$T = T_0 \left( \frac{L}{R_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

que para la mayoría de valores ha estado entre  $\approx 500$  y  $2000$  K. Para estas temperaturas, estamos en la región cuántica efectivamente, pues el factor  $\frac{h\nu}{k_B T}$  está entre 10 y 60 (la mayoría cerca de 10).

### Conclusiones:

En general, hemos comprobado la ley de Stefan-Boltzmann y el valor de  $h$  con poca precisión, si bien hemos comprobado que la bondad del ajuste y la comparación con el valor teórico mejoran para valores mayores del voltaje.

Es decir, para mejorar el experimento deberíamos escoger un rango de  $V$  entre  $100$  V y  $200$  V en lugar de de  $0$  a  $100$  V, de manera que sigamos estando en la región cuántica, el fotodiodo se <sup>sigue</sup> comportando linealmente, pero el error en  $V_0$  sea menor <sub>relativo</sub>.

Pasa a ello, hemos comprobado adecuadamente el valor  $h$  y  $\sigma$  y en orden de magnitud el de  $S$ , y cualitativamente hemos verificado un comportamiento aproximado de cuerpo negro si el voltaje es lo suficientemente alto.

### PRÁCTICA 3. EFECTO FOTOELÉCTRICO

#### 1. Objetivo.

Verificación del efecto fotoeléctrico y determinación del Trabajo mínimo de extracción.

#### 2. Material

La práctica está compuesta de: Etiqueta n°

Cable de conexión de 25 cm rojo.	
Cable de conexión de 25 cm azul.	
Cable de conexión de 25 cm amarillo.	
Lámpara espectral HG100.....	1
Filtros de interferencia (3).....	2
Bobina para la lámpara espectral.....	3
Amplificador de medición universal.....	4
Voltímetro 0.3-300 V cc.....	5
Placa de montaje 210 x 297.	
Célula fotoeléctrica.....	6
Transformador 220V/6V.....	7
Cable blindado BNC. 300 mm.	

#### 3 Introducción

En el transcurso de sus experimentos, Hertz (1886) observó que una descarga eléctrica entre dos electrodos ocurría más fácilmente cuando sobre el cátodo incidía luz ultravioleta. Más tarde, Lennard demostró que la descarga era debida a la emisión de electrones que tenía lugar desde la superficie del cátodo causada por la incidencia de la luz ultravioleta.

Esta emisión de electrones desde la superficie de un metal por la acción de la luz es denominada efecto fotoeléctrico.

Un dispositivo experimental para observar el efecto fotoeléctrico es mostrado en la fig. 1.

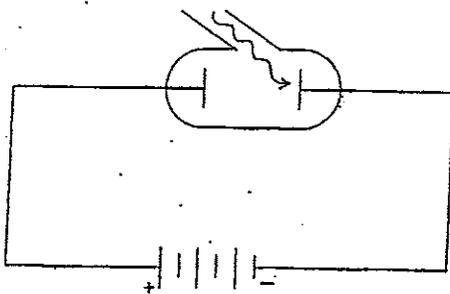


Fig. 1

La luz incide sobre la superficie de un metal fotosensible y libera electrones que son atraídos hacia la placa positiva, originando una corriente eléctrica medible. Si invertimos la polaridad podemos detener el paso de electrones variando el potencial. El potencial necesario para detener la corriente se denomina potencial de frenado. El efecto fotoeléctrico presenta una serie de características peculiares:

1. No se observa intervalo de tiempo medible entre la incidencia de la luz y la emisión de electrones. El hecho de que se emitan o no electrones no depende de la intensidad de la luz.
2. La emisión depende de la frecuencia de la radiación incidente existiendo una frecuencia umbral dependiente del metal, por debajo de la cual no se produce el efecto.
3. La corriente, si existe, es proporcional a la intensidad de la luz.
4. La energía de los electrones es independiente de la intensidad de la luz pero varía linealmente con la frecuencia.

Estas características, en su conjunto, no tienen explicación posible en el marco de la teoría ondulatoria de la luz.

En el año 1905, Einstein propuso una explicación del efecto basándose en la teoría cuántica de la radiación de Planck, según la cual ésta estaba constituida por cuantos, de energía  $h\nu$ , a los que posteriormente llamó fotones.

La absorción de un cuanto por parte de un electrón aumenta su energía en una cantidad  $\Delta E = h\nu$ . Parte de esa energía es necesaria para separar el electrón del metal, dependiendo del metal considerado (función trabajo  $W$ ). La energía restante quedará como energía cinética del electrón. Por lo tanto la relación entre ésta y la frecuencia queda establecida por:

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W$$

quedando explicadas las propiedades 1, 2 y 4.

La dependencia de la intensidad queda también explicada pues a mayor intensidad corresponden más fotones y por tanto un número mayor de electrones.

$W$  es el trabajo necesario para que un electrón pueda superar las ligaduras internas y compensar las pérdidas debidas a colisiones del electrón. Así pues no todos los electrones salen con la misma energía cinética. El potencial de frenado necesario para compensar absolutamente la corriente de electrones vendrá entonces determinado por la energía máxima con la que el electrón puede salir.

$$eV = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

que corresponde al trabajo mínimo necesario de extracción  $W_0$

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = hv - W_0$$

#### 4 Montaje experimental

Para observar el efecto fotoeléctrico tenemos un dispositivo experimental que consta de una fuente de luz (n° 1) que ilumina una fotocélula de potasio (n° 6). Ésta, está a su vez conectada a un circuito interno que compensa la corriente de electrones (circuito de frenado). Nosotros, midiendo el potencial de frenado  $V$  sabemos la energía de los electrones.

Este circuito interno consta de un dispositivo de limpieza de la fotocélula <sup>que elimina cualquier</sup> ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~ ~~en la medida~~ ~~de la fotocélula~~ ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~. Por otra parte el amplificador que se utiliza como electrómetro tiene una gran impedancia por lo que debe ser descargado mediante el botón *discharge*, entre medidas.

Mediante distintos filtros de colores (n° 2) podemos variar la longitud de onda incidente y podemos representar en una gráfica el potencial de frenado  $V$  correspondiente a cada frecuencia.

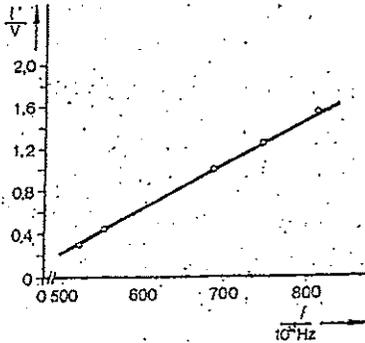


Fig. 2

De acuerdo con la recta:

$$eV = hv - W_0$$

#### 5 Desarrollo de la práctica

Para el desarrollo de la práctica se seguirán los siguientes pasos:

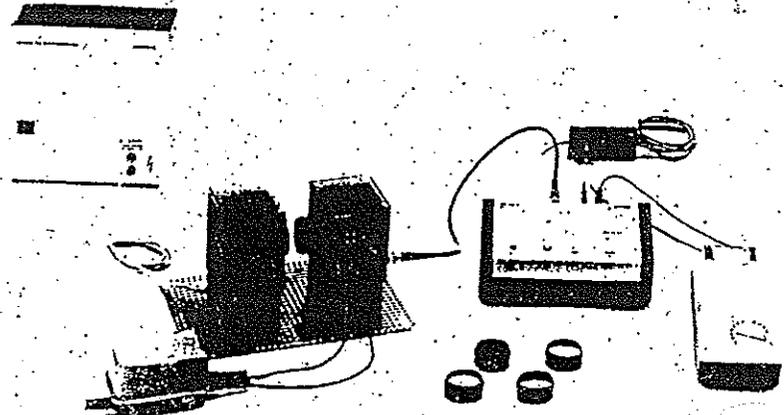
1. Situar la lámpara espectral (n° 1) y la fotocélula (n° 6) sobre la rejilla metálica. La posición relativa no debe variarse a lo largo de la práctica para no modificar las condiciones de la medida.

colorimetría

2. Conectar el multímetro (n° 5) como voltímetro (2V fondo de escala) al amplificador (n° 4), ~~debe al transformador (n° 2) y a la bobina (n° 3)~~. La bobina (n° 3) para lámparas espectrales debe conectarse a la lámpara (n° 1) y todo el montaje a la red (ver Fig. 3). El amplificador (n° 4) que debe trabajar como electrómetro estará regulado a  $10^0$  como factor de amplificación y a 0 de tiempo.

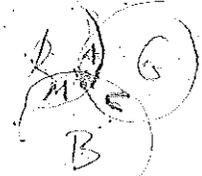
3. Con la fotocélula (n° 6) tapada, se coloca el filtro en la lámpara ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~ ~~en la medida~~ ~~de la fotocélula~~ ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~. ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~.

4. Siempre con la fotocélula tapada se descarga el electrómetro (n° 4) mediante el botón de *discharge* que se mantiene apretado mientras se regula el cero del voltímetro, *amplificador*.
5. Se descubre la fotocélula y simultáneamente se suelta el botón de descarga.
6. Esperar varios minutos (entre 10 y 20) hasta que se estabilice el potencial de frenado. Este parará siempre de un valor *oscilativo* que irá *oscilando* hasta alcanzar el equilibrio.
7. Cambiar el filtro teniendo cuidado de ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~ ~~en la medida~~ ~~de la fotocélula~~ ~~que se encuentra~~ ~~antes de la medida~~ ~~que pudiera~~ ~~interferir con el experimento~~ cerrar la fotocélula.
8. Repetir de nuevo desde el punto 4 en adelante.



3). SE COLOCA  
EL FILTRO EN  
LA FOTOCÉLULA

\* El interruptor del  
amplificador está detrás



R+V

0.004

136

11680  
77

## Práctica 8: Demostración del efecto fotoeléctrico por medio del electroscopio de Wulf.

En esta práctica se va a utilizar una lámpara de rayos ultravioleta. Como es bien conocido, la exposición directa de los ojos a la luz ultravioleta durante largo tiempo puede producir lesiones oculares. Por ello, y pese a que la lámpara utilizada en esta práctica se halla convenientemente protegida, se recuerda a los alumnos que vayan a realizar esta experiencia que eviten mirar directamente (sin protección ocular) a la lámpara y que, durante la realización de la práctica, procuren situarse de forma que la carcasa y pantallas de la lámpara impidan que la luz de la misma incida sobre sus ojos.

## Práctica 8 : Demostración del efecto fotoeléctrico por medio del electroscopio de Wulf

### 1 Introducción

Los experimentos que confirmaron por primera vez la existencia de las ondas electromagnéticas y la teoría electromagnética de Maxwell acerca de la propagación de la luz fueron realizados por Heinrich Hertz en 1886 y 1887. En el transcurso de sus experimentos, Hertz observó que una descarga eléctrica entre dos electrodos ocurría más fácilmente cuando sobre el cátodo incidía luz ultravioleta. Lenard, continuando algunos experimentos de Hallwachs demostró inmediatamente que la descarga era debida a la emisión de electrones que tenía lugar desde la superficie del cátodo causada por la incidencia de la luz ultravioleta.

Esta emisión de electrones desde una superficie por la acción de la luz se denomina *efecto fotoeléctrico*.

Un dispositivo experimental para observar el efecto fotoeléctrico es el mostrado en la figura 1.

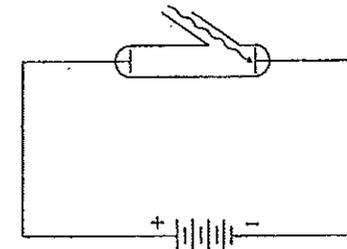


Figura 1: Circuito para efecto fotoeléctrico

La luz incide sobre la superficie de un metal fotosensible y libera electrones, que son atraídos hacia la placa positiva, originando una corriente eléctrica débil. Si invertimos la polaridad podemos detener el paso de electrones variando el potencial.

El efecto fotoeléctrico presenta una serie de características peculiares:

1. No se observa intervalo de tiempo medible entre la incidencia de la luz y la emisión de electrones.
2. La emisión depende de la frecuencia de la radiación incidente; existiendo una frecuencia umbral (que depende del metal) por debajo de la cual no se produce el efecto, independientemente de la intensidad de la radiación.
3. La corriente, si existe, es proporcional a la intensidad de la luz.

4. La energía de los electrones es independiente de la intensidad de la luz pero varía linealmente con la frecuencia.

Estas características, en su conjunto, no tienen explicación posible en el marco de la teoría ondulatoria de la luz.

En el año 1905 Einstein propuso una explicación al efecto basándose en la teoría cuántica de la radiación de Planck, según la cual ésta estaba constituida por *cuantos*, de energía  $h\nu$ , a los que posteriormente se denominó fotones.

La absorción de un *cuanto* por parte de un electrón aumenta su energía en una cantidad  $\Delta E = h\nu$ . Parte de esa energía -cuya cuantía depende del metal considerado- es necesaria para separar el electrón del metal y es la denominada función trabajo  $W$ . La energía restante, si la hay, quedará como energía cinética del electrón, de manera que la relación entre ésta y la energía queda establecida por la ecuación

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W$$

que da explicación a las propiedades 1,2 y 4. La dependencia con la intensidad de la luz queda también explicada puesto que a mayor intensidad corresponden más fotones y, por tanto, un número mayor de electrones.

El objetivo de esta práctica será la demostración del efecto fotoeléctrico al hacer incidir luz ultravioleta sobre una placa de zinc. Para la medida de las pequeñas intensidades generadas utilizaremos el método de 'descarga periódica' de un electroscopio de Wulf conectado al circuito.

## 2 Descripción del equipo

El material que usaremos para realizar la práctica es el siguiente:

Material	n° de Etiqueta
- Electroscopio de Wulf.....	1
- Placa de zinc para el efecto fotoeléctrico.....	2
- Lámpara de vapor de mercurio.....	3
- Bobina universal de reactancia.....	4
- Aislador para sujetar la placa de zinc.....	5
- Fuente de alta tensión, 25 KV.....	6
- Resistencia de protección de 100MΩ.....	7
- Dispositivo de proyección para el electroscopio de Wulf.....	
- Fuente de alimentación 6V/12V/6A.....	
- Electrodo en espiral de latón.....	
- Cinta métrica.....	
- Cronómetro.....	

La lámpara de vapor de mercurio (n°3) suministra luz de una gran densidad luminosa. El espectro de líneas de la radiación que tiene una alta proporción de ultravioleta, se encuentra en la zona de longitudes de onda desde aproximadamente 579 nm hasta 248 nm.

La bobina de reactancia (n°4) sirve de sistema alimentador de tensión a la lámpara de mercurio de alta presión (n°3).

La fuente de alimentación (n°7) se utilizará para la lámpara del equipo de proyección.

El electrodo en espiral de latón es un electrodo plano diáfano, en forma de espiral, de 9 cm de diámetro.

**Electroscopio de Wulf.**

Aunque el Electroscopio de Wulf (n°1) es un instrumento de medida estático destinado a la medida de cargas o tensiones electrostáticas, su peculiar construcción permite su utilización para la medida de *corrientes eléctricas*. Se compone de una cinta de aluminio delgada fijada por su extremo superior sobre un soporte conductor (figura 2) y sujeta al mismo, por su extremo inferior, mediante una argolla elástica de cuarzo. El sistema se encuentra suspendido en el interior de una caja cerrada de modo que queda abrigado frente a los movimientos del aire. La sensibilidad del instrumento puede regularse mediante un electrodo (electrodo de influencia) desplazable desde fuera de la caja y colocado en su parte lateral.



Figura 2: Electrodo de soporte del electroscopio de Wulf

**Funcionamiento:** Cuando la cinta cargada es atraída por el electrodo de influencia su desviación es aproximadamente proporcional al cuadrado de la carga (o de la tensión). Cuando la desviación sobrepasa la mitad de la distancia entre el electrodo de influencia y el soporte de la cinta de aluminio, ésta hace contacto con el electrodo de influencia, le cede su carga y vuelve a la posición de reposo. Este mecanismo de carga y descarga se repetirá periódicamente mientras la tensión aplicada al electroscopio sea lo suficientemente grande como para hacer que la lámina de aluminio toque el electrodo. En este caso el circuito debe incluir una resistencia  $R$ , elevada (100MΩ), que limite la corriente en los momentos de contacto entre la cinta y el electrodo, y evite así su rotura.

Fijada la distancia entre el electrodo y el soporte, la *intensidad media de la corriente que circula por el electroscopio es inversamente proporcional al tiempo (o periodo T) entre las descargas de la hoja.*

### 3 Montaje y desarrollo de la práctica

El montaje experimental es, aproximadamente, el representado en la figura 3 y, en nuestro caso, la proyección del electroscopio de Wulf se realiza sobre una pantalla blanca dispuesta en la pared.

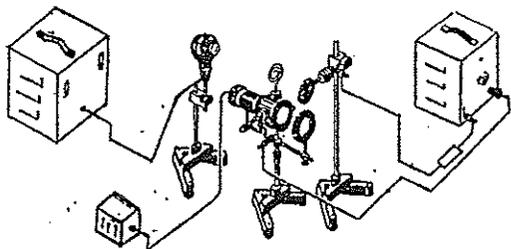


Figura 3: Montaje para efecto fotoeléctrico utilizando el electroscopio de Wulf.

Un campo eléctrico aproximadamente uniforme se crea entre la placa de zinc y un electrodo espiral. Éste debe situarse a una distancia de unos pocos centímetros de la placa de zinc y paralelo a ella. Dicho electrodo espiral se inserta en el terminal del electrodo de soporte de la cinta del electroscopio. La placa de zinc, sujeta a la varilla por medio de un aislante, se conecta al polo (-) de la fuente de alta tensión (nº5) a través de la resistencia de protección  $R$  de  $100\text{m}\Omega$ . El electrodo de influencia del electroscopio de Wulf y el otro polo (+) de la fuente de alta tensión (nº5) están conectados a tierra. En este instante el electroscopio de Wulf está conectado para medidas de corrientes.

Cuando la luz ultravioleta de la lámpara de vapor de mercurio (nº3) incide sobre la placa de zinc, se produce emisión de electrones desde la superficie de la misma. Éstos ionizan adicionalmente las moléculas del aire, a lo largo de su recorrido, mientras viajan hacia el electrodo espiral bajo la influencia del campo eléctrico. Esta migración de iones representa una corriente eléctrica. La existencia de dicha corriente adicional viene indicada mediante una descarga periódica de la cinta de aluminio del electrodo de soporte del electroscopio de Wulf.

Debido a la inercia de la hoja de aluminio del electrodo del electroscopio de Wulf es necesario el uso de la fuente de alta tensión (nº5). Por este motivo hay que tener completa seguridad de que la descarga que se produce en el electroscopio es debida a la emisión de electrones de la placa de zinc cuando incide la luz ultravioleta y no debida a la ionización producida por la diferencia de potencial generada por la fuente de alta tensión.

Realizar el montaje indicado en el apartado anterior y tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La lámpara de mercurio debe dejarse encendida un mínimo de 5 min., para que haya alcanzado su régimen estable de funcionamiento, antes de realizar medidas
- El dispositivo de proyección (nº6) para el electroscopio se halla conectado a la fuente de alimentación (nº7). Debido al fuerte calentamiento que sufre el proyector es aconsejable mantenerlo apagado mientras no se efectúen medidas (es decir, mientras se prepara la práctica, se cambia la posición de la lámpara,...etc.).
- Se está manejando una fuente de alta tensión (nº5) por lo que hay que tener precaución en el desarrollo de la práctica. No se debe tocar nunca los contactos sin previamente desconectar la fuente.
- Aunque la fuente de alta tensión (nº5) puede suministrar hasta 25 KVolt. para la práctica no se debe sobrepasar nunca los 6 KVolt. Ello quiere decir que la regulación del potencial debe realizarse con mucho cuidado ya que muy poco recorrido del regulador de tensión de la fuente provoca fuertes aumentos en el potencial que pueden dañar irremediablemente el electroscopio al hacer oscilar de forma brusca y violenta la cinta de aluminio.
- Fijado el potencial (2 KVolt., por ejemplo), al iluminar la placa con la luz ultravioleta se debe observar descargas periódicas y regulares de la hoja de aluminio sobre el electrodo de influencia. Si no ocurriese así avisar al profesor de prácticas.

Una vez fijado el potencial de la fuente que nos permite observar el efecto fotoeléctrico, realizar diversas medidas de los pulsos (tiempo que se invierte en 30 pulsos, por ejemplo) para diferentes distancias entre la fuente de luz ultravioleta y la placa de zinc (¡ no tocar la placa de zinc, para evitar descargas !). Si se representa gráficamente la intensidad que mide el electroscopio (inversamente proporcional al período entre descargas) frente a la inversa del cuadrado de la distancia, teóricamente debería obtenerse una recta. ¿ Por qué ? ¿ Qué representa la ordenada en el origen de dicha recta ?.

Repetir las medidas para diferentes voltajes de la fuente de alta tensión (hasta un máximo de 6 KVolt.). ¿ Se observa variación de las medidas con el voltaje? ¿ Por qué ?.

La corriente fotoeléctrica se observa:

1. Sólo si la placa de zinc está cargada negativamente. Por este motivo la placa de zinc se considera un fotocátodo. ¿ Qué ocurriría si ésta estuviera cargada positivamente ?
2. Sólo si es iluminada con luz ultravioleta. Situando un cristal en la trayectoria de la luz incidente se interrumpe de forma inmediata el efecto fotoeléctrico. Esto es así porque el cristal actúa como filtro a la luz ultravioleta de corta longitud de onda y de este modo no se emiten electrones.

## 4 Apéndice de la Práctica del Efecto Fotoeléctrico con Electroscopio de Wulf

Método de "descarga periódica" o "pulso" para medida de intensidades

En el circuito de la figura 4, uno de los polos de la fuente de alta tensión (de voltaje  $V_0$ ) está unido, a través de una resistencia  $R$ , al soporte del electroscopio, y el otro polo de la fuente lo está al electrodo de influencia del electroscopio. En primera aproximación consideraremos constante la capacidad  $C$  del condensador cuyas armaduras son el soporte y el electrodo de influencia, de forma que la tensión  $V(t)$  entre ellas y la carga  $Q(t)$  son funciones del tiempo:

$$V(t) = V_0 (1 - e^{-t/RC}) \quad Q(t) = CV_0 (1 - e^{-t/RC}) \quad (1)$$

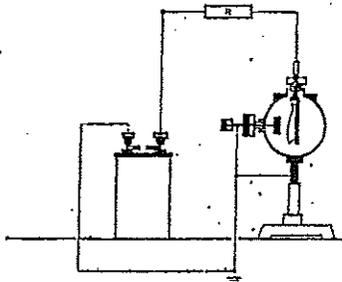


Figura 4: Circuito para medida de intensidades por el método de "descarga periódica"

Si el contacto entre la hoja de aluminio y el electrodo de influencia ocurre para una tensión  $V'$  (que depende sólo de la distancia entre el soporte y el electrodo de influencia) la cinta cede al electrodo una carga  $Q'$

$$Q'(T) = CV_0 (1 - e^{-T/RC})$$

donde  $T$  es el tiempo transcurrido entre que empieza la carga y que se realiza el contacto entre la hoja y el electrodo.

La intensidad que circula en el circuito es una corriente intermitente que decrece de forma exponencial

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$$

y cuyo valor medio es

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{Q'}{T} = \frac{CV_0}{T} (1 - e^{-T/RC})$$

El intervalo de tiempo  $T$ , entre descargas del electroscopio (para una distancia fija entre placas) tal y como se deduce de la ecuación (1), depende del voltaje  $V_0$  de la fuente y del voltaje de descarga  $V'$ ,

$$T = RC \log \frac{V_0}{V_0 - V'} \quad (2)$$

de forma que la intensidad media generada por las descargas de periodo  $T$  es:

$$\bar{I} = \frac{V_0 V'}{R V_0 \log \frac{V_0}{V_0 - V'}} \cong \frac{V_0}{R} \cdot f\left(\frac{V'}{V_0}\right) \quad (3)$$

Si la tensión  $V_0$  aplicada es grande ( $\frac{V'}{V_0} \ll 1$ ), podemos hacer un desarrollo en serie de potencias de la función  $f(V'/V_0)$

$$f(x) = 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{12} - \frac{x^3}{24} + \dots$$

y obtener que cuanto más pequeña sea la relación  $V'/V_0$  la intensidad media más se aproxima al valor  $V_0/R$ .

En la mayoría de los casos no nos interesará conocer el valor de la corriente sino que nos bastará con comparar dos intensidades. Para ello no es necesario conocer ni la capacidad  $C$  del electroscopio ni la resistencia  $R$ , sino que nos bastará con medir el periodo  $T$  entre descargas ya que, de las fórmulas 2 y 3, se deduce de forma inmediata que la intensidad media  $\bar{I}$  es inversamente proporcional a la inversa del periodo  $T$

$$\bar{I} = CV' \frac{1}{T} \implies \bar{I} \propto \frac{1}{T}$$

## \* Objetivos:

Vamos a estudiar el efecto fotoeléctrico mediante una fotocélula y una lámpara espectral de mercurio para distintas frecuencias (fijadas por filtros de interferencia).

Mediante la medida del potencial de frenado podremos calcular el trabajo de extracción.

Finalmente, con estos datos, verificaremos la dependencia lineal de la energía de los electrones y la frecuencia incidente, lo que nos permitirá calcular el valor de la constante de Planck  $h$ .

## \* Introducción teórica:

Este fenómeno no tiene una explicación satisfactoria en el marco de la física clásica y es necesario introducir el concepto de cuantización de la energía para darle respuesta.

En resumen este efecto consiste en la emisión de electrones de un metal a causa de la incidencia de luz de determinada frecuencia. Pero no es tan simple, ya que presenta unas características que, como hemos dicho antes, fueron una incógnita hasta la explicación de Einstein en 1905. Estas son, en esencia, las siguientes.

- La emisión de electrones es instantánea respecto a la incidencia de los fotones.
- La emisión depende de la frecuencia incidente o, lo que es lo mismo, de la energía de los fotones. De hecho existe una frecuencia umbral característica del material por debajo de la cual no se produce el efecto.
- La emisión o no de electrones no depende de la intensidad de la radiación, pero de producirse la corriente será proporcional a la misma.
- La energía total de los electrones emitidos es independiente de la intensidad pero linealmente dependiente de la frecuencia.

Como ya hemos intercalado en la explicación del fenómeno, la clave está en el hecho de que los electrones pueden ser excitados si interactúan con un fotón, llegando a ser arrancados del metal si la energía es suficiente (de ahí la frecuencia umbral). A la energía necesaria para ionizar el metal la llamaremos función de trabajo de extracción,  $W$ .

Sin embargo, aún alcanzado dicha energía no detectaremos nada si los electrones no tienen aunque sea una pequeña energía cinética. La ecuación que nos da la relación entre su velocidad, el trabajo de extracción y la frecuencia incidente es la siguiente:

$$\boxed{\frac{1}{2} m_e v^2 = h \cdot \nu - W} \quad (1)$$

Es importante destacar que no todos los electrones están ligados de la misma manera al metal y, por tanto, sus energías cinéticas para una misma frecuencia pueden ser distintas. Por ello definimos la energía cinética máxima como aquella que adquieren los electrones menos ligados, ya sea porque son los más externos y han sufrido un menor número de colisiones internas o por otros motivos microscópicos.

Por último, pero principal para nuestro experimento, definimos el potencial de frenado como aquel que debemos aplicar contra los electrones emitidos para que no lleguen a la fotocélula ni siquiera los de energía cinética máxima.

$$\boxed{eV = \frac{1}{2} m_e v_{max}^2} \quad (2)$$

De esta forma, midiendo en cada caso el potencial de frenado y el trabajo de extracción asociado a la energía máxima (y por tanto mínimo,  $W_0$ ) podemos caracterizar completamente el fenómeno con la siguiente expresión:

$$\boxed{eV = h \cdot \nu - W_0} \quad (3)$$

Para poder estudiar el efecto fotoeléctrico utilizamos una lámpara espectral de mercurio, que tiene un espectro discreto con un gran número de líneas en el espectro visible. Para seleccionar una sola línea (frecuencia), utilizamos distintos filtros, que sólo dejan pasar una determinada  $\lambda$ . Elegimos los filtros para que coincidan con las líneas de Hg: 366nm, 405nm, 436nm, 546nm, 578nm.

Los filtros los colocamos en la entrada de una fotocélula de potasio, que está conectada a un circuito interno que automáticamente compensa la corriente de electrones al incidir la luz. Aparte, se utiliza un amplificador como <sup>para la fotocélula tapada</sup> electrómetro. Entre cada medida hay que descargarlo debido a su gran impedancia. Mediante un voltímetro medimos el potencial de frenado (que se regula automáticamente, para lo que hay que esperar a que la lectura se estabilice (unos 10 minutos).

A partir de la medida del potencial de frenado podemos realizar el ajuste lineal:

$$|V_f| = \frac{h\nu}{e} - \frac{W_{\text{extp}}}{e} \quad (4)$$

donde  $\nu = \frac{c}{\lambda_{\text{filtro}}}$  y  $W_{\text{extp}}$  es la función trabajo para el metal fotocensible de potasio.

A partir de la pendiente obtenemos:

$$h = \Delta z \cdot e \quad (5)$$

A partir de la ordenada  $\Delta z$ :

$$W_{\text{extp}} = -e \cdot \Delta z \quad (6)$$

Viendo el corte con el eje de frecuencias podemos obtener  $\nu_{\text{umbral}}$  para el potasio, que debe coincidir con  $h \cdot \nu_{\text{umbral}}$ .

De esta manera habremos verificado la cuantización del intercambio de energía, es decir, la radiación se comporta como partículas (fotones) y colisiona individualmente con los fotones, y comprobaremos la constante de Planck, coincidente con la del cuerpo negro, lo que verifica que ambos efectos son cuánticos.

Cabe señalar que al descargar el amplificador, observamos un error de cero de  $0,007 \pm 0,001 V$ , que no afectará a la pendiente pero sí a la ordenada en el origen.

También hay que señalar que el filtro de  $405 nm$  está sucio y el de  $366 nm$  tiene una grieta en el cristal, lo que podría afectar en la medida.

Además, cambiamos el multímetro por tener un mal contacto y no estabilizarse en ningún momento el valor.

Por último, comentamos que se calienta el sistema debido a la lámpara espectral, que alcanza una temperatura notable.

<u><math>\lambda</math>-Filtro (<math>\pm 1 nm</math>)</u>	<u><math>V_p (V)</math></u>	<u><math>\nu (THz)</math></u>
366	$-1,946 \pm 0,019$	$819 \pm 2$
405	$-1,680 \pm 0,017$	$740,2 \pm 1,8$
436	$-1,437 \pm 0,014$	$697,6 \pm 1,6$
546	$-0,875 \pm 0,009$	$549,7 \pm 1,0$
578	$-0,741 \pm 0,007$	$518,7 \pm 0,9$

o Tabla 1: Potenciales de frenado para cada filtro.

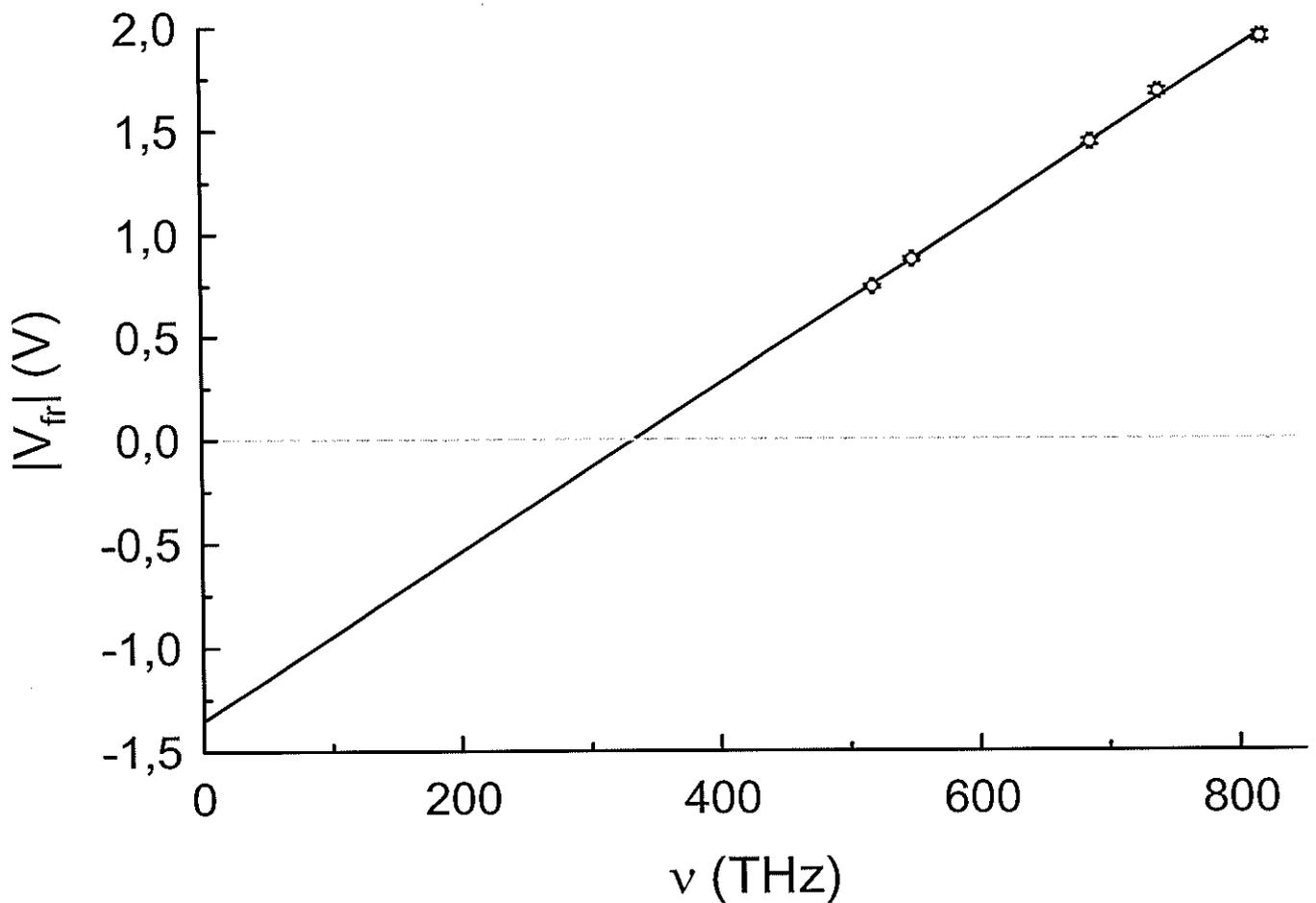
Heimos asignado un error a la longitud de onda de cada filtro ( $\pm 1 nm$ ) basándonos en la precisión del dato proporcionado como si de un error de sensibilidad se tratara. Nos hemos apoyado en el hecho de que no existen los filtros perfectamente monocromáticos, por lo que inevitablemente tendremos una "anchura de líneas".

Por otro lado hemos tomado un error del 1% para las medidas del multímetro por especificaciones técnicas, siendo esta incertidumbre mayor que la sensibilidad y que la variación oscilante de los valores mostrados en pantalla.

Por último el error en la frecuencia la sido asignado según el método de propagación cuadrática de la siguiente manera:

$$D = \frac{c}{\lambda} \cdot \left( 1 + \sqrt{\left(\frac{\delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\delta c}{c}\right)^2} \right)$$

Hemos tomado  $|V_{fr}|$  y  $\nu$  de la Tabla 2 y los hemos representado para obtener información de la pendiente y la ordenada a el origen de la recta que se genera.



• Fig. 1: Efecto fotoeléctrico en una fotocélula de potasio.  
 \* Resultados del ajuste:

$$\boxed{|V_{fr}| = A_1 + A_2 \cdot \nu} \quad \begin{cases} r = 0.9993 \\ A_1 = -1.35 \pm 0.06 \text{ V} \\ A_2 = 0.00406 \pm 0.00009 \text{ V/THz} \end{cases}$$

↳ El corte de la recta con el 0 es el valor de la  $\nu_{\text{umbral}}$ :  
 $\nu_{\text{umbral}} = 335 \pm 1 \text{ THz}$

\* Según las ecuaciones (5) y (6) obtenemos:

$$\boxed{h = (6.50 \pm 0.14) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}$$

$$\boxed{W_{\text{extp}} = 1.35 \pm 0.06 \text{ eV} = (2.17 \pm 0.10) \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\boxed{\lambda_{\text{umbral}} = 894 \pm 3 \text{ nm}}$$

## Conclusiones:

38

El ajuste lineal obtenido es bueno, como se observa a partir del coeficiente de correlación lineal alto. El valor de  $h$  obtenido:  $h = (6,50 \pm 0,14) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  es plenamente compatible con el valor tabulado  $h_{\text{tab}} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , pues su barra de error se solapa con  $h_{\text{tab}}$ .

No obstante, la función trabajo  $W_{\text{extp}} = 1,35 \pm 0,06 \text{ eV}$  no coincide con el valor tabulado  $W_{\text{extp}} = 2,25 \text{ eV}$ , y de manera similar para la longitud de onda umbral:  $\lambda_{\text{exp}} = 894 \pm 3 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\text{tab}} = 551,0 \text{ nm}$  (para el metal potasio).

Por tanto, hay una gran desviación en la ordenada en el origen, (que no afecta a la pendiente), y que se debe probablemente a efectos no tenidos en cuenta, que hacen disminuir el trabajo de extracción (la frecuencia umbral disminuye). Este error de cero se debe a un efecto constante, independiente de la frecuencia.

Una explicación o fuente de error que cumple esta condición es el calentamiento del metal por la lámpara espectral, que podría aportar una radiación adicional mayor, un flujo extra de electrones y un potencial de frenado mayor para compensarlo. (Experimento que <sup>los pares</sup> del recipiente se comporta como un cuerpo negro). Otra opción es que la radiación ionice el metal (potasio) y se disminuya la  $W_{\text{extp}}$  efectiva.

Otra posibilidad es que haya una influencia termoeléctrica del propio cátodo, es decir, que al calentarse haya una emisión termoeléctrica extra, que sólo depende de la temperatura, que es aproximadamente constante en el experimento. No obstante, experimentalmente comprobamos que el posible aporte con la fotocélula tapada es pequeño ( $\approx 0,05 \pm 0,01 \text{ V}$ ).

La última opción, consultada en la bibliografía, es que el metal esté oxidado, lo que puede reducir sustancialmente la función trabajo efectiva.

En conclusión, hemos verificado el efecto fotoeléctrico (de la

## PRÁCTICA 2: DIFRACCIÓN DE ELECTRONES.

### 1.-OBJETIVO:

Se trata de mostrar la naturaleza ondulatoria de los electrones a través de un experimento de difracción de éstos por un cristal.

### 2.-MATERIAL

#### Etiqueta nº

- Tubo de difracción de electrones..... 1
- Soporte para el tubo de difracción..... 2
- Fuente de alimentación..... 3
- Generador de alto voltaje (7 kV) ó (10 kV) 4
- Púnta de prueba de alto voltaje..... 5
- Clavija doble conexión 50 kV..... 6
- Resistor con clavija y enchufe, 10 MΩ. 7
- Multímetro digital..... 8
- Pie de Rey..... 9
- 1 cable de conexión, 25 cm, rojo
- 3 " " " , 25 cm, azul
- 3 " " " , 75 cm, "
- 2 " " " , 75 cm, rojo
- 1 " " " , 75 cm, amarillo

### 3.-INTRODUCCIÓN TEÓRICA

#### 3.1.-Ondas de electrones

En 1924 un estudiante francés, Louis de Broglie, sugirió que, puesto que la luz tiene propiedades corpusculares, quizás la materia, y en particular los electrones, tendría también propiedades ondulatorias. Para la frecuencia y la longitud de onda de los electrones de Broglie propuso las relaciones:

$$v = E/h$$

$$\lambda = h/p$$

que coinciden con las que las que verifica la radiación electromagnética (los fotones).

Puesto, que los electrones se comportan como ondas y es fácil probar que, acelerados a través de diferencias de potencial de pocos centenares de voltios, su

longitud de onda es del mismo orden que la de los rayos X, es de esperar que para ellos ocurra igualmente la dispersión de Bragg.

### 3.2.- Dispersión de Bragg

En 1912 W. Friedrich y P. Knipping, a partir de una sugerencia de Von Laue, hicieron que un haz colimado de rayos X pasase a través de un cristal detrás del cual existía una placa fotográfica. Además del haz central observaron una distribución regular de puntos. Este experimento confirmó dos hipótesis importantes: que los rayos X son una forma de radiación electromagnética y que los átomos de un cristal están distribuidos en una red regular.

Un modo sencillo y conveniente de analizar el fenómeno, llamado dispersión o difracción de Bragg de rayos X, fue propuesta por William Lawrence Bragg en el mismo año. Consideró la interferencia de rayos X como debida a la dispersión desde diversas series de planos paralelos de átomos del cristal, ahora denominados "planos de Bragg". Consideremos la figura 1. Las ondas dispersadas a partir de dos átomos sucesivos dentro de un plano estarán en fase y, por consiguiente, interferirán constructivamente, independientemente de la longitud de onda, si el ángulo de dispersión es igual al ángulo incidente, es decir, si verifican la ley de la reflexión de las ondas electromagnéticas. Las ondas dispersadas con ángulos iguales a partir de átomos que están en dos planos diferentes estarán en fase si la longitud del trayecto es un número entero de longitudes

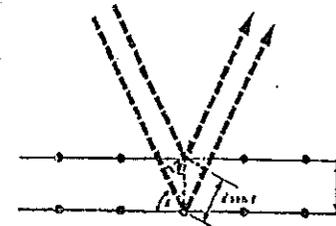


Fig. 1

de onda. A partir de la fig. 1 vemos que esta condición se satisface si

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

con n un número entero. Esta relación se llama condición de Bragg. En los ángulos que cumplen esta relación la intensidad será máxima, debido a que las ondas dispersadas por muchos átomos interfieren constructivamente.

### 3.3.-Difracción de electrones.

Un esquema del montaje experimental se muestra en la figura 2. Los electrones producidos por efecto termiónico son acelerados a través de una diferencia de potencial  $U_A$ , que se puede variar desde 0 hasta 7 kV, se difractan en una lámina de grafito e inciden sobre una pantalla fluorescente.

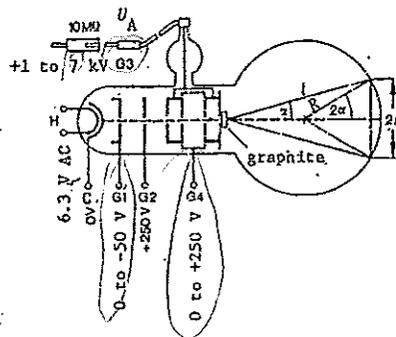


Fig. 2

La longitud de onda de los electrones difractados es  $\lambda = h/p$  con  $h = 6.6262 \times 10^{-34}$  J.s la constante de Plank. Tenemos

$$1/2 mv^2 = p^2/2m = eU_A$$

y por lo tanto

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_A}}$$

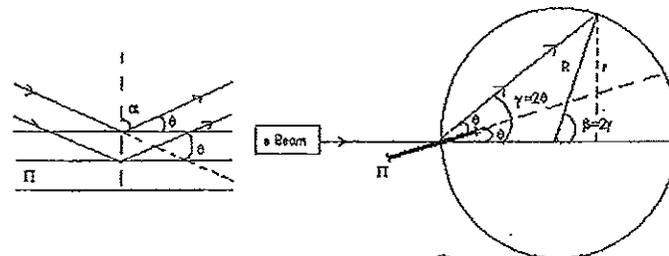
donde  $e = 1.602 \times 10^{-19}$  C y  $m = 9.101 \times 10^{-31}$  Kg, respectivamente, la carga y la masa del electrón. Con los voltajes  $U_A$  utilizados, las expresiones relativistas pueden ser sustituidas por las no relativistas con un margen de confianza del 0.5%.

La lámina de grafito está compuesta por una infinidad de diminutos cristales orientados al azar. Puesto que el dispositivo experimental tiene simetría axial (con el haz de electrones como eje) la figura observada en la pantalla habrá de tenerla igualmente y, por lo tanto, se observarán anillos.

El radio de estos anillos se obtendrá aplicando la relación de Bragg

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

\* 6 10 kV.



En estas figuras  $\Pi$  representa un plano de Bragg cualquiera sobre el que incide el haz de electrones. Los ángulos relevantes son  $\theta, \gamma$  y  $\beta$ , siendo  $\beta = 4\theta$ , como puede comprobarse con un poco de trigonometría elemental. Esto nos lleva a que midiendo el radio  $r$  del anillo de difracción directamente de la esfera podemos conocer  $\theta$ , con lo que la relación  $2d \sin \theta = n\lambda$  tiene una utilidad inmediata. Usando los resultados anteriores, se llega a que:

$$\sin \theta = \frac{n \lambda}{2d} = \frac{h}{2d \sqrt{2meU}} \Leftrightarrow \sin \theta = \rho \frac{1}{\sqrt{U}}$$

Es decir, que la relación  $\lambda = h/p$  es equivalente a la de  $\sin \theta$  con la inversa de la raíz de  $U$ .

Desarrollo de la práctica.

\* En el esquema del montaje experimental puede verse que el voltaje acelerador varía entre 0 y 7 kV mediante el generador n°4. Los otros voltajes suministrados por la fuente n°3 se utilizan para focalizar el haz de electrones.

1) Relación de de Broglie  $\lambda = h/p$ .

Para este apartado es conveniente centrarse únicamente en el anillo más pequeño, que es también el mejor definido, aunque puede tomarse otro cualquiera. Ajustar con G1 y G4 el voltaje hasta que se observen anillos nítidos y bien definidos. Medir la distancia  $L = 2r$  del anillo elegido para diferentes valores de  $U$ . La medida del voltaje  $U$  se realiza directamente en la fuente de alimentación n°4 mediante el multímetro digital n°8 y a través de un divisor de voltaje, (punta de prueba n°5) que trabaja en la relación 1000:1. Los diámetros se deben obtener hallando la media de tres medidas: una del diámetro de mayor intensidad, y otras dos de los diámetros de los bordes exterior e interior del mismo.

Con las medidas realizadas de los diámetros debe calcularse  $\sin \theta$  (no  $\sin 4\theta = n/R$ !!!), para ello usamos la siguiente expresión:

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}}}{2}$$

\* 6 10 kV

R = 65 mm

Tabla imprimida

Y con los valores obtenidos se ajusta una recta dada por la expresión obtenida anteriormente:

$$\sin\theta = \frac{n \cdot h}{2d \sqrt{2meU}} \Leftrightarrow \sin\theta = \rho \frac{1}{\sqrt{U}}$$

2) Medida de las distancias interplanares  $d_1$  y  $d_2$ .

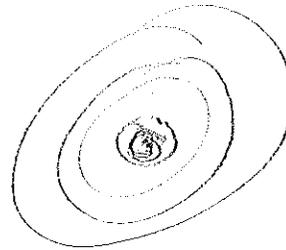
Ajustando los controles para observar anillos nítidos, medir el diámetro de los anillos interiores para diferentes voltajes de manera similar a como se hizo en el apartado anterior. Estos anillos son resultado de los planos del cristal de espaciado  $d_1$  y  $d_2$  para  $n=1$ . Usando la aproximación  $r/R = \sin 2\alpha \approx 2\sin\alpha = 2(2\sin\theta) = 2n\lambda/d$   $r = 2Rn\lambda/d$  para ángulos pequeños, es posible ajustar las medidas a una recta y, sabiendo que  $n=1$ , obtener el valor de las distancias interplanares  $d_1$  y  $d_2$ .

También es posible usar la pendiente de la recta del apartado anterior para medir  $d_1$ . Comparar los resultados de ambos apartados. El proceso puede repetirse para el segundo anillo si sobra tiempo.

Identificación de los anillos más externos.

Habiendo calculado en el apartado anterior las distancias interplanares  $d_1$  y  $d_2$ , tomadas medidas de los anillos externos (con una medida basta) e identificar a que distancia interplanar se asocian y cual es el orden de cada uno de ellos. (Notar que hay un par tempe muy juntos).

Datos:  $d_3=30.5 \text{ pm}$ ,  $d_4=59.1 \text{ pm}$ ,  $d_5=46.5 \text{ pm}$ .



$d_1, d_2, d_3, d_4, d_5$   
 $n = ?$

Anillo	$\frac{U}{2} \text{ (kV)}$	$d_{\text{cal}}$	$d_{\text{int}}$	$d_{\text{med}}$	$S$	$d_{\text{ind}}$	ajustados $6\sigma, \dots$
$\text{Anillo } \textcircled{2}$		55	48		1.39		

$d_1, d_2$

24  
7  
d1  
af

## \* Objetivos:

Mediante esta práctica pretendemos observar fenómenos ondulatorios en un haz de electrones. Más concretamente estudiaremos las interferencias producidas en dicho haz por una lámina de grafito según la Ley de Bragg para cristales atómicos.

Con estos resultados, finalmente, mediremos las distancias interplanares del grafito que compararemos con sus valores tabulados.

## \* Introducción teórica:

La radiación electromagnética se estudia mediante ondas electromagnéticas. Se analizan fenómenos típicamente ondulatorios como interferencias y difracción.

En 1924, de Broglie, sabiendo que la luz presenta también un comportamiento corpuscular de fotones:  $E = h\nu$ ,  $\lambda = \frac{h}{p}$ , propuso que estas mismas relaciones se podrían aplicar también para la materia, si ésta presentase un comportamiento ondulatorio (dual) en ciertas condiciones.

Si se estudian los electrones, éstos podrían interferir visiblemente si se acelerasen a algunos kV y sufriesen la difracción de Bragg, dándose una figura similar a la de los rayos X, pues su longitud de onda es del mismo orden.

La difracción de Bragg es un efecto que se presenta al incidir una onda <sup>con longitud de onda  $\lambda$</sup>  sobre una estructura regular cristalina <sup>con ángulo  $\theta$  respecto a la superficie</sup> con distancias interplanaras características. La condición de Bragg establece que se observará intensidad máxima si se cumple:

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

es decir, las ondas interfieren constructivamente.

Haciendo incidir sobre un cristal un haz de electrones, si se observa difracción, se habrá comprobado que hay una onda de probabilidad asociada al electrón (efecto cuántico) y que el cristal presenta una estructura con distancias interplanaras características.

Realizamos un montaje experimental con <sup>una</sup> tubo de aceleración de electrones (entre 0 y 10 kV), que hacemos incidir sobre una lámina de grafito. Al haber una diferencia de potencial suficiente, se observarán anillos de difracción (pues el sistema tiene simetría axial). Con controles de potencial extra controlamos para la nitidez e intensidad del haz.

Los electrones impactan en una pantalla fluorescente, que nos permiten ver los anillos (de color verde). Nuestra medida serán los diámetros ( $2r_n$ ) de los anillos, a partir de lo cual podremos calcular (sabiendo el diámetro de la ampolla esférica  $\frac{D_n}{2} = 65 \pm 2 \text{ mm}$ ) el ángulo  $\theta$ :

$$\theta: 2 \sin^2 \theta = 1 - \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}}}{2}$$

Por otro lado, las medidas del diámetro, las realizamos de dos maneras: midiendo  $2r$  con tres medidas (diámetros interior, exterior y medio, pues los anillos tienen grosor, con pie de rey y tomando la media), y también midiendo el arco con una regla flexible, que se relaciona con  $\theta$ :

$$s = 2R\theta = 80$$

Si suponemos que los  $e^-$  están en régimen no relativista (con un error del 0,5%), sabemos que  $p = \sqrt{2meU}$ , y según de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}, \text{ y según Bragg: } n\lambda = 2d \sin \theta,$$

por lo que:

$$\sin \theta = \frac{n}{2d} \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

Por tanto realizaremos un ajuste de  $\sin^2 \theta \left( \frac{1}{\sqrt{U}} \right)$ , y a partir de la pendiente (para  $n=1$ ), obtendremos las distancias interplanares  $d$  del cristal.

Otra opción es aproximar para ángulos pequeños  $\theta$ , de

$$r = 2Rn \frac{\lambda}{d} = \frac{2Rn \cdot h}{d \cdot \sqrt{2mell}}$$

Si conocemos las distancias interplanares del anillo, podemos verificar que estamos en los máximos de primer orden ( $n = 1$ ).

Para los dos primeros anillos calcularemos  $d_3$  y  $d_2$ , y para los tres restantes, que se observen peor, utilizaremos los valores tabulados

$$d_3 = 80,5 \text{ pm}$$

$$d_4 = 59,1 \text{ pm}$$

$$d_5 = 46,5 \text{ pm}$$

para verificar que  $n = 1$ .

Toma de datos:

Mediremos los radios de los 2 quillos más Unidos para diferentes diferencias de potencial.

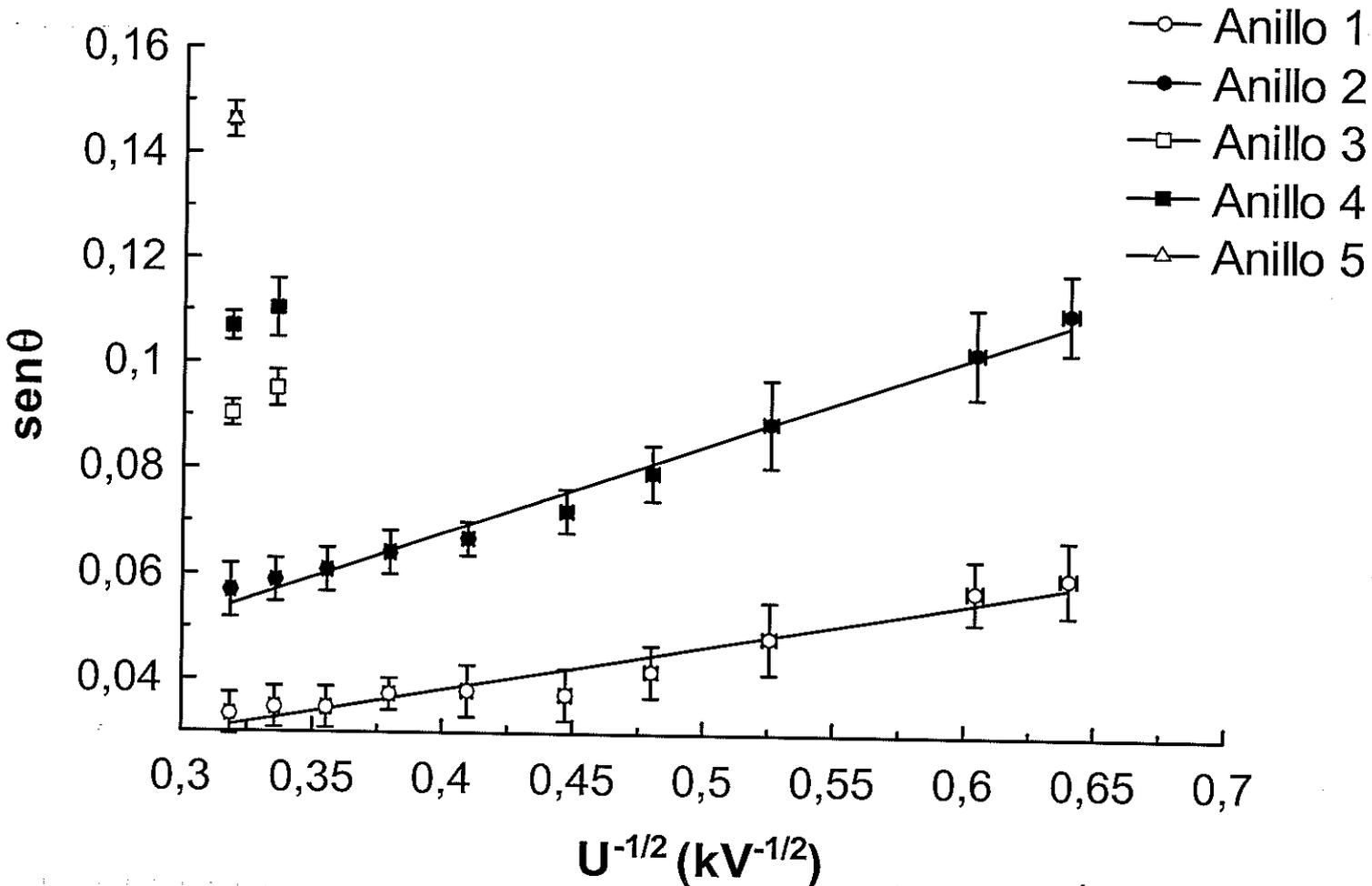
Anillo	$G_2 (\pm 0.1kV)$	$\frac{U}{2} (\pm 1\% kV)$	$S (\mu m)$	$\phi_{int} (\pm 1 \mu m)$	$\phi_{ext} (\pm 1 \mu m)$	$\phi_m (\pm 1 \mu m)$	$\bar{\phi} (\pm 3) (\mu m)$
1	2'4	1'22	33	28	38	30	31
2	2'4	1'22	56	52	59	56	56
1	2'8	1'37	31	27	33	29	30
2	2'8	1'37	54	48	56	52	52
1	3'6	1'81	27	22	29	24	25
2	3'6	1'81	48	41	49	46	45
1	4'4	2'17	24	19	24	22	22
2	4'4	2'17	42	38	43	41	41
1	5'0	2'50	22	17	22	19	19
2	5'0	2'50	39	35	39	37	37
1	6'4	2'98	20	17	22	20	20
2	6'4	2'98	36	33	36	34	35
1	7'0	3'47	20	18	21	19	19
2	7'0	3'47	34	31	35	33	33
1	8'0	3'96	19	16	20	18	18
2	8'0	3'96	32	29	33	32	31
1	9'0	4'44	18	16	20	18	18
2	9'0	4'44	30	28	32	31	30
3	9'0	4'44	51	47	50	48	48
4	9'0	4'44	61	58	58	58	56
1	10'0	4'93	17	15	19	18	17
2	10'0	4'93	29	27	32	29	29
3	10'0	4'93	49	—	—	46	46
4	10'0	4'93	57	—	—	54	54
5	10'0	4'93	75	—	—	72	72

Tabla 1: Valores experimentales de la difracción de electrones.

Cabe señalar que utilizamos los valores  $\bar{\phi}$ , pero que comprobamos que la medida con  $S$  es equivalente ya que cae dentro del error de  $\pm 3\sigma$  en todos los puntos.

el tercer, cuarto y quinto anillo no es un ajuste sino un cálculo, al haber 1 ó 2 puntos).

Representando los valores:



• Fig. 1: Ajustes de los resultados de los anillos de difracción.

Se observa que ajusta a una red y que los errores han sido correctamente estimados, y se deben principalmente al grosor de los anillos. Pues todos los puntos comprenden a la red y están aleatoriamente por encima y por debajo.

Los resultados del ajuste son:  $(\text{sen}\theta = A1 + A2 \frac{1}{\sqrt{U}})$

Anillo	A1	A2 = p (kV <sup>1/2</sup> )	w.c.c.	d (exp) (pm)	d teorica (pm)
1	0'004 ± 0'003	0'079 ± 0'008	0'969	230 ± 21	
2	0'001 ± 0'003	0'169 ± 0'007	0'994	116 ± 5	
3	—	0'283 ± 0'015	—	68 ± 4	80'5
4	—	0'332 ± 0'005	—	57 ± 1	59'1
5	—	0'46 ± 0'02	—	42 ± 2	46'5

→ Tabla 2: Resultados de los ajustes y distancias interplacates.

A partir de estos valores se calcula  $d_1, d_2, d_3, d_4$  y  $d_5$  (suponiendo siempre que  $n=1$ ) como hemos mostrado en la Tabla 2.

Como podemos ver en esa misma tabla, los ajustes han sido aceptables, ya que las ordenadas en el origen (OAI) son compatibles con 0 y los coeficientes de correlación (m.c.c) están muy próximas a 1.

Consecuencia de esto es que los valores obtenidos sean consistentes con los tabulados (a falta de verificar  $d_1$  y  $d_2$  que no se nos han proporcionado). De aquí también podemos concluir que, como habíamos supuesto, el orden del máximo ( $n$ ) es 1, pues es el máximo más luminoso y centrado. Los demás máximos a partir del primero lo son consecuencia de  $n=2, 3, \dots$  sino de diferentes distancias interplanares ( $d_i$ , como hemos verificado. En caso de querer medir aquellos con  $n=2$  o superior necesitaríamos un dispositivo mucho más sensible, con una pantalla fluorescente de haz superficial para observar  $\theta$ -rayos.

\* Otro manera de comprobar que los máximos exteriores tabulados corresponden a  $n=1$  es utilizando las últimas medidas (con  $V=10kV$ ) y calculando cocientes entre los senos de  $\theta$  medidas en cada caso.

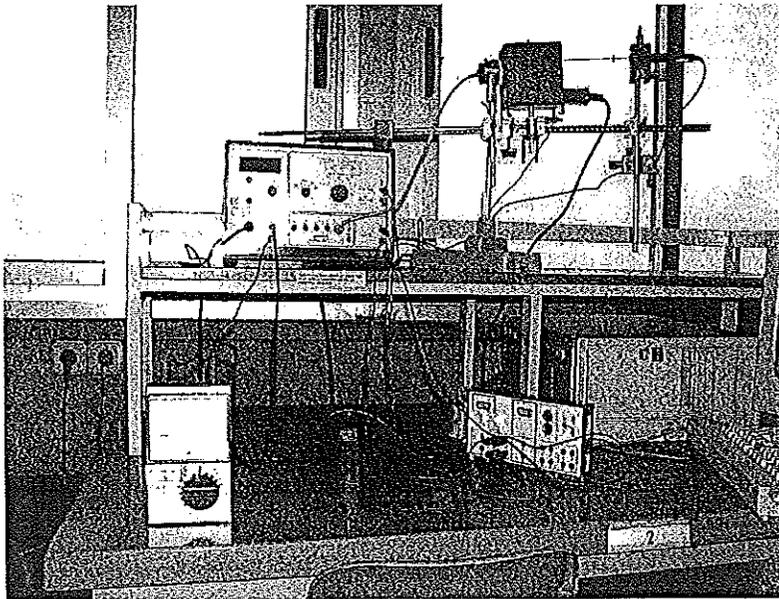
$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_j} = \frac{d_j}{d_i} \quad \text{, resultando valores compatibles dentro del margen de error del seno, por lo que } n=1.$$

En resumen, podemos concluir que hemos comprobado adecuadamente el comportamiento ondulatorio de los electrones durante la difracción y verificado la ley de Bragg. Los resultados han sido aceptables dentro del error del procedimiento debido a la medida de los diámetros.

Aparte, se ha comprobado con los valores tabulados la estructura regular de la lámina de grafito, obteniendo valores de las distancias interplanares consistentes con lo esperado. Si repitiéramos este método podríamos obtener valores de las distancias interplanares de un cristal problema, lo que es muy útil para saber distancias

Nº 1

## Experimento de Franck-Hertz



### Objetivo

El objetivo de esta práctica es poner de manifiesto la cuantificación de los niveles de energía atómicos, es decir que los átomos sólo pueden excitarse (desexcitarse) absorbiendo (emitiendo) cantidades discretas de energía.

### Índice

Introducción

Esquema experimental. Tubo de Franck-Hertz.  
Interpretación física.

Montaje experimental.  
Unidad de operación.

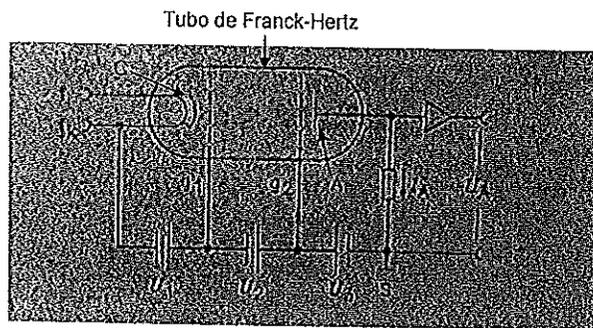
Realización de la práctica.  
Proceso de medición.  
Rangos de medida.  
Medidas.  
Ejercicios.

## Introducción

En 1914 J. Franck y G. Hertz realizaron un experimento mediante el cual comprobaron de forma directa la cuantificación de los niveles de energía atómicos postulada un año antes por N. Bohr. El experimento consistía en el bombardeo de mercurio gaseoso por una corriente de electrones. La energía de los electrones se podía variar cambiando la diferencia de potencial a la que estaban sometidos. Observaron que para determinados valores (discretos) de la energía electrónica se producían caídas de la intensidad de corriente electrónica. La interpretación de tales caídas como debidas a la cesión de energía, por parte de los electrones, a los átomos, produciendo la excitación de éstos, mostraba que las energías de excitación atómicas tenían valores determinados (discretos) tal y como correspondía a saltos energéticos entre niveles de energía cuantificados.

## Esquema experimental. Tubo de Franck-Hertz

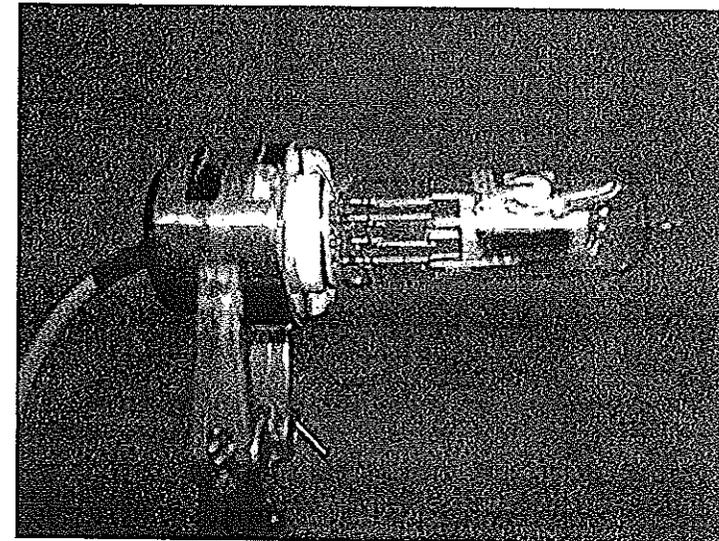
El esquema del dispositivo experimental que se utilizará, similar al utilizado por Franck y Hertz, es el siguiente:



El elemento básico del esquema es el tubo de Franck-Hertz, que es una ampolla de vidrio que contiene, a temperatura ambiente, unas gotas de mercurio líquido. El tubo se situará dentro de un horno a temperatura adecuada para producir vapor de mercurio.

a) ¿Por qué no se hace el experimento a temperatura ambiente con mercurio líquido?

En el interior del tubo se disponen cuatro electrodos C,  $g_1$ ,  $g_2$  y A, teniendo los dos centrales,  $g_1$  y  $g_2$ , forma de rejilla. El electrodo C tiene un filamento que se pone incandescente al aplicarle un voltaje de alterna. Sobre los electrones del filamento incandescente se hace actuar una diferencia de potencial (continua) fija,  $U_1$ , entre C y la primera rejilla  $g_1$ . Esta diferencia de potencial permite arrancar electrones del filamento y acelerarlos. A continuación se aplica, sobre los electrones acelerados que han llegado a  $g_1$ , otra diferencia de potencial (continua) variable del mismo signo,  $U_2$ , entre  $g_1$  y la segunda rejilla  $g_2$ . Finalmente se aplica, sobre los electrones que alcanzan la segunda rejilla  $g_2$ , una pequeña diferencia de potencial (continua) fija de signo contrario,  $U_3$ , entre esta rejilla y el electrodo A. La corriente electrónica de salida tiene intensidad  $I_A$ . Esta intensidad se hace pasar por una resistencia la cual produce una caída de tensión  $U_A$ .



TUBO DE FRANCK-HERTZ Y CASQUILLO DE SUJECCIÓN

**Interpretación física**

El proceso físico que tiene lugar es el siguiente:

i) Los electrones adquieren energía cinética  $K$  proporcionada por las diferencias de potencial aplicadas.

b) ¿A qué se debe que no tengan la misma energía cinética todos los electrones? ¿Cuál es el valor máximo que puede tener  $K$  (al que denominaremos  $K_{max}$ )? ¿En qué punto, entre C y A, se encontrarán los electrones con  $K_{max}$ ?

ii) Los electrones pueden chocar con átomos de mercurio de los que hay en el interior del tubo. Para valores de  $U_2$  tal que  $K_{max}$  es menor que la energía de excitación del mercurio los posibles choques electrón-átomo son elásticos. El intercambio de momento y energía en estos choques hace que la intensidad electrónica de salida,  $I_A$ , sea menor que la que se mediría en vacío.

c) Si la variación de  $U_2$  es lineal con el tiempo ¿cómo sería en vacío la variación de  $I_A$  con el tiempo?

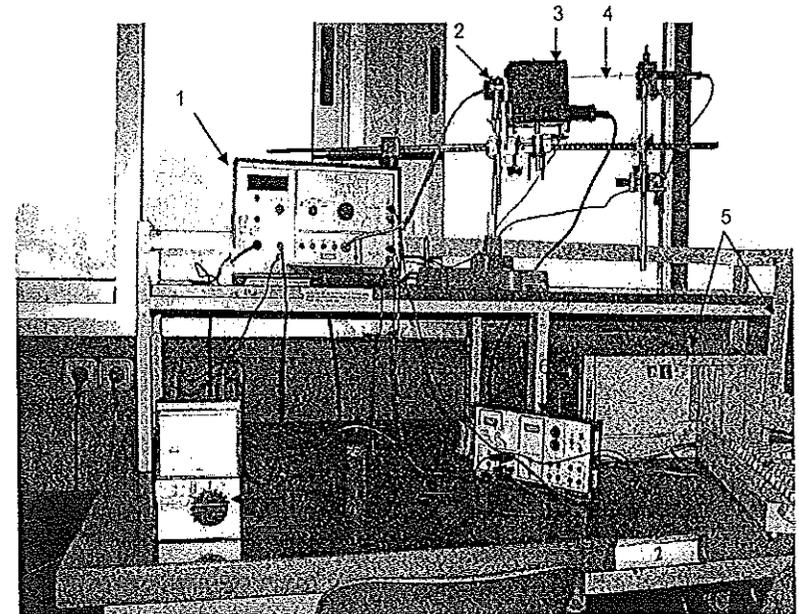
iii) Para valores de  $U_2$  tal que  $K_{max}$  es igual o mayor que la energía de excitación del mercurio se pueden producir, además de los choques elásticos, choques inelásticos electrón-átomo en los cuales el átomo se excita. En estos choques inelásticos el electrón cede al átomo toda o parte de su energía cinética que se convierte en energía de excitación atómica. Esta pérdida de "velocidad" electrónica hace que la intensidad de corriente de salida experimente una caída brusca.

iv) La función del contra-voltaje  $U_3$ , o potencial de frenado, es la de realzar el efecto de caída al impedir que los electrones que llegan a  $g_2$  con una energía cinética menor que un valor dado, que denominamos  $K_{frenado}$ , puedan alcanzar el electrodo de salida A.

d) ¿Cuál es el valor de  $K_{frenado}$ ?

v) Cada átomo de mercurio excitado se desexcita emitiendo un fotón de longitud de onda  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E}$  siendo  $E$  la energía de excitación atómica (se despreja el retroceso atómico).

**Montaje experimental**



- 1: Unidad de operación
- 2: Tubo de Franck-Hertz
- 3: Horno calefactor
- 4: Sonda de temperatura
- 5: Ordenador
- 6: CASSY
- 7: Voltímetro

**Unidad de operación**

La unidad de operación regula el funcionamiento del tubo de Franck-Hertz, proporcionando la corriente alterna que pone incandescente el filamento y controlando los valores de la temperatura del horno, de los voltajes  $U_1$  y  $U_3$  que se fijan cada vez que se realiza el experimento y del voltaje variable  $U_2$ .

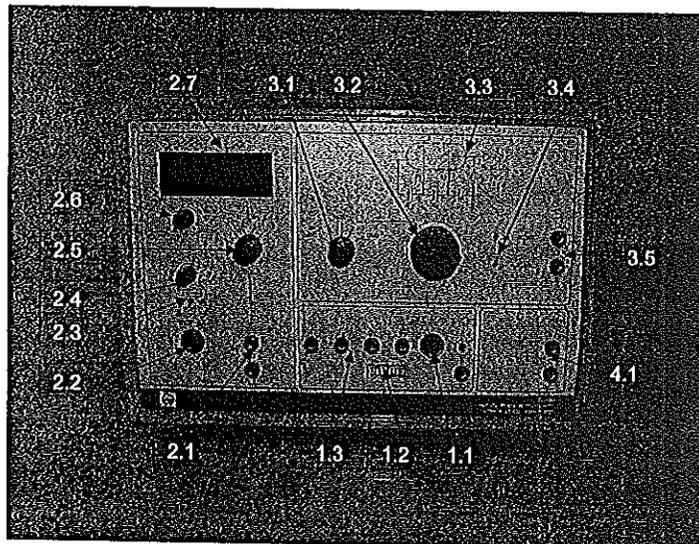
# Laboratori de Física Quàntica

## Departament de Física Teòrica, Universitat de València

Asimismo mide el voltaje de salida  $U_A$  correspondiente a  $I_A$ . Los valores de  $U_2$  y  $U_A$  son transmitidos, mediante una placa CASSY, al ordenador el cual tiene instalado un programa CASSY de tratamiento de datos para su representación gráfica.

**IMPORTANTE:** notar que el programa del ordenador denomina  $U_1$  a  $U_A$  y  $U_2$  a  $U_2$ .

Los componentes de la unidad de operación se detallan a continuación:



### 1: Panel de conexiones

- 1.1 Enchufe hembra para la conexión del casquillo del tubo de Franck-Hertz
- 1.2 Regleta de conexión para placa CASSY
- 1.3 Clavijero de conexiones para adaptar el montaje del tubo de Ne

# Laboratori de Física Quàntica

## Departament de Física Teòrica, Universitat de València

### 2. Panel de parámetros y visualización

2.1 Salida analógica (enchufes hembra) para voltímetro, para la indicación de la magnitud seleccionada con 2.5, o la tensión proporcional a ella:

$v$  y  $v_s$ : 100 °C : 1 V

$U_1$ : 1 V: 1 V

$U_3$ : -1 V: 1 V

$U_2$ : 10 V: 1 V

$I_A$ : 1 nA: 1 V

2.2 Enchufe hembra para conexión de la sonda medidora de temperatura.

2.3 Potenciómetro para destornillador, para ajustar la temperatura deseada del horno para el tubo de Franck-Hertz con Hg. Rango: 140 °C – 210 °C.

Preajuste: 170 °C

2.4 Potenciómetro para ajustar el contravoltaje  $U_3$ : 0 – 10 V

2.5 Conmutador selector de parámetros y valores medidos:

Temperatura deseada:  $v$

Temperatura actual:  $v_s$

Tensión de control:  $U_1$

Contravoltaje:  $U_3$

Tensión aceleradora:  $U_2$

Corriente en el colector:  $I_A$

2.6 Potenciómetro para ajustar la tensión de control  $U_1$ : 0 – 5 V

2.7 Visualizador digital del parámetro o valor seleccionado con 2.5

Visualización en °C, V, ó nA. La contratensión  $U_3$  tiene un valor negativo.

### 3. Panel de operación:

3.1 Conmutador del modo de operación

señal diente de sierra rápida, para el osciloscopio

señal diente de sierra lenta, para el registrador

RESET para poner a 0 V la tensión  $U_2$

MAN: ajuste manual con 3.2 para registro punto a punto

CASSY: medición con el CASSY mediante conexión a 1.3

3.2 Potenciómetro para el ajuste manual de la tensión  $U_2$

Hg: 0 – 30 V

Ne: 0 – 80 V

3.3 Esquema experimental

3.4 Diodos luminosos indicadores del tipo de tubo en operación:

Hg: en rojo al encender la unidad de operación, en verde cuando se alcanza la temperatura preajustada

3.5 Enchufes hembra de salida de la tensión  $U_2/10$

4.1 Panel de salida de la tensión  $U_A$  proporcional a la corriente del colector  $I_A$ .

### Realización de la práctica

1. Antes de encender la unidad de operación comprobar que el conmutador 3.1 se encuentra en la posición RESET. Así se asegura que no hay tensión aceleradora  $-U_2$  hasta que deseemos comenzar el experimento.
2. Encender la unidad mediante el interruptor situado en la parte trasera de la misma.
3. Colocar el conmutador 2.5 en la posición  $U_2$  y comprobar si la temperatura preajustada es de  $170 - 175$  °C. Si no lo fuera habría que reajustar dicha temperatura a ese valor para un funcionamiento adecuado de la práctica. Para ello bastaría introducir un destornillador en el agujero  $U_3$  y girar el tornillo allí alojado (consultar antes de hacerlo).
4. Comprobar que la sonda de temperatura está ubicada en el agujero ciego de la parte posterior (la opuesta a la que se introduce el tubo) del horno. Empujarla ligeramente para verificar que está introducida hasta el tope. Una ubicación incorrecta de la sonda provocaría medidas erróneas de la temperatura del horno tal que el experimento no se realizaría a la temperatura de preajuste adecuada que se ha seleccionado anteriormente.
5. El horno tardará unos 20 minutos en alcanzar la temperatura de preajuste. Cuando se haya alcanzado, el diodo 3.4 (correspondiente a Hg) cambiará su color rojo a verde. Mientras tanto preparar la recogida de datos de acuerdo a las instrucciones siguientes.
6. Encender el ordenador. Cuando aparezca el "prompt" (<>) teclear *ld* para que se inicie el programa *Medir y Evaluar*. Puede ser necesario presionar la tecla ESC.
7. Seleccionar en el menú principal el modo *Osciloscopio*.
8. Ir a *Opciones de Disquete* para cargar el fichero *FranckH.dta* que tiene configurados los rangos de medición que usaremos en la práctica. El canal B de la placa CASSY está configurado para medir  $U_A$ , al que denomina  $U_1$ , en un rango de  $0 - 30$  V. Este rango se puede cambiar, si fuera necesario para una mejor visualización de los resultados, mediante la opción *Seleccionar Rangos*. El canal C mide  $U_2$ , al que denomina  $U$ , también en el rango de  $0 - 30$  V (aunque la unidad de operación proporciona a la salida  $\frac{U_2}{10}$  el factor divisorio ha sido corregido en el proceso de toma de datos por la placa).

$U_2$  2,03  
0,734  
53  
 $U_1$  0,92  
 $U_3$  2,04  
7,00  
7,00

$U_1$  a 10  
 $U_2$  a 10  
?

### Proceso de Medición

1. Se iniciará el proceso de medición sólo si el diodo 3.4 luce color verde. Si está rojo esperar hasta que cambie a verde.
2. Poner el conmutador 2.5 en la posición  $U_1$  y seleccionar, con el potenciómetro 2.6, el valor de operación: se recomienda como valor de prueba 1.5 V.
3. Poner el conmutador 2.5 en la posición  $U_2$  y seleccionar, con el potenciómetro 2.4, el valor de operación: se recomienda como valor de prueba 2 V.
4. Poner el conmutador 2.5 en la posición  $U_2$
5. En el ordenador ir a la opción *Registrar Medición*. Aparecerá una gráfica tipo y-x en la cual serán registrados los datos.
6. Los datos a registrar serán los valores de las tensiones  $U_A$  (denominada  $U_1$ ) y  $U_2$  (denominada  $U$ ) frente al tiempo. Para iniciar la toma de datos cambiar el conmutador 3.1 a la posición de un diente de sierra (primera a la izquierda de "reset") e inmediatamente presionar F2 en el ordenador. Observar que en el panel digital de la unidad de operación se muestra el valor de  $U_2$  que aumenta. Este valor no debe sobrepasar los 30 V. Por tanto, cuando el valor de  $U_2$  vaya a llegar a los 30 V, cambiar el conmutador 3.1 a la posición RESET y oprimir F3 en el ordenador para finalizar la toma de datos.  
e) Si  $U_2$  superara los 30 V se podría producir una ionización importante del mercurio (energía de ionización = 10.4 eV). ¿Por qué es necesario evitar tal ionización?
7. Presionando ESC en el teclado del ordenador se volverá a la pantalla principal. Los datos recogidos podrán ser visualizados en forma de tabla con la opción *Editar Valores*, o de gráfica con la opción *Evaluación Gráfica*. En la forma gráfica es conveniente retirar la opción por defecto *Definir Escala*, a la cual se accede desde *Elegir Opciones*, y seleccionar *Optimizar los Ejes* para que la curva ocupe toda la pantalla.
8. Mediante la opción *Elegir Representación* se pueden elegir las variables a representar en los ejes x e y. En particular interesará la representación

de  $U_A$  (denominada  $U_1$ ) en el eje y frente a  $U_2$  (denominada  $U$ ) en el eje X.

9. Para obtener los valores de  $(U_A, U_2)$  sobre un punto de la gráfica se activará el cursor gráfico, presionando F9, se le llevará a ese punto y se apretará la tecla +. Se puede seguir moviendo el cursor desde este punto hasta otro pero el movimiento será lento. Puede ser conveniente presionar - pero para hacerlo más rápidamente y apretar de nuevo + cuando se quieran conocer los valores en el punto elegido.
10. La impresión en papel de la gráfica representada en la pantalla puede hacerse oprimiendo simultáneamente las teclas *Shift* y *PrtSc*. Para interrumpir el proceso reimpresión oprimir estas mismas teclas. Otras características de la impresión gráfica pueden consultarse en la ayuda accesible presionando F10.
11. Si se quieren visualizar o conservar curvas correspondientes a mediciones diferentes se ha de grabar cada medición en un fichero distinto mediante la opción *Almacenar Datos* que se encuentra dentro de *Operaciones de Disquete* del menú principal. De no hacerlo así, cada vez que iniciemos una medición borraremos los datos de la anterior.
12. Se debe esperar 3 minutos tras una medición antes de iniciar la siguiente. De esta manera se evita que puedan aparecer pulsos de corriente no deseados como picos en las gráficas.
13. Para representar de forma conjunta los datos de varias mediciones se activará la opción *Multigráfica On* que se encuentra en *Operaciones del Disquete*. Aparecerá un submenú donde la primera opción *Cargar Serie de Medición* permite cargar las series de medidas que se deseen. Para salir, una vez cargadas las series, presionar ESC dos veces. En el menú principal la opción *Evaluación Gráfica* permitirá representar las series conjuntamente o por separado. Mientras se esté dentro de la opción multigráfica no se pueden registrar nuevas mediciones. Para salir elegir la opción *Multigráfica Off*.

$U_1 \rightarrow U$  9,02  
 1,64 5,145V

1er pico  
 $U_0, U_2$   
 imprimir

3,63 10,080  
 5,04 15,120  
 6,24 20,160  
 7,44 25,200

**Rangos de medida**

Una vez se sabe cómo realizar las mediciones se procederá a establecer experimentalmente los rangos de valores de los potenciales adecuados para el funcionamiento de la práctica.

**Rango de  $U_1$**

El rango de variación de  $U_1$  está comprendido entre  $U_0$  y  $U_s$ .

$U_0$  corresponde al potencial umbral necesario para que haya un flujo mínimo de electrones desligados del filamento tal que, para  $U_1 = U_0$  y  $U_3 = 0$ , se puedan comenzar a apreciar las caídas de  $U_A$ .

$U_s$  es un potencial saturante tal que, para  $U_1 = U_s$  y  $U_3 = 0$ , el potencial de salida  $U_A$  se satura, es decir se hace constante. Esto se debe a que el dispositivo de detección no puede registrar valores mayores que el de saturación por lo cual es preciso fijar  $U_1 < U_s$ .

f) Obtener experimentalmente los valores de  $U_0$  y  $U_s$ . ¿Cuál es el valor de saturación de  $U_A$ ?

**Rango de  $U_3$**

El rango adecuado de  $U_3$  será aquel para el cual las caídas del potencial  $U_A$  se visualicen mejor. Para encontrar tal rango, para  $U_1$  dado, se disminuye (pues es negativo)  $U_3$  desde 0 hasta delimitar un rango de observación nítida.

g) Obtener experimentalmente el rango de  $U_3$ .

**Medidas**

Realizar, dentro de los rangos establecidos previamente, el siguiente conjunto de medidas:

- i.  $U_3$  fijo: tres medidas (para tres valores diferentes de  $U_1$ ).
- ii.  $U_1$  fijo: tres medidas (para tres valores diferentes de  $U_3$ ).

**Ejercicios**

1º) Considerar las medidas de tipo i ( $U_3$  fijo). Representar de forma conjunta (multigráfica)  $U_A$  (es decir  $U_1$ ) frente a  $U_2$  (es decir  $U$ ). Utilizar el cursor para obtener los valores de  $(U_A, U_2)$  en los picos.

$U_2 = U$

2º) Hacer una tabla con los valores de  $U_2$  correspondientes a los picos (para uno cualquiera de los valores de  $U_1$ ).

Interpretar los valores obtenidos en función de las energías de excitación del mercurio (4.9 eV, 6.7 eV...). ¿Por qué va aumentando el intervalo entre picos sucesivos? ¿Qué relación tiene este aumento con el incremento de la anchura en picos sucesivos?

Calcular la longitud de onda de la radiación emitida en la desexcitación atómica que sigue al choque inelástico electrón - átomo.

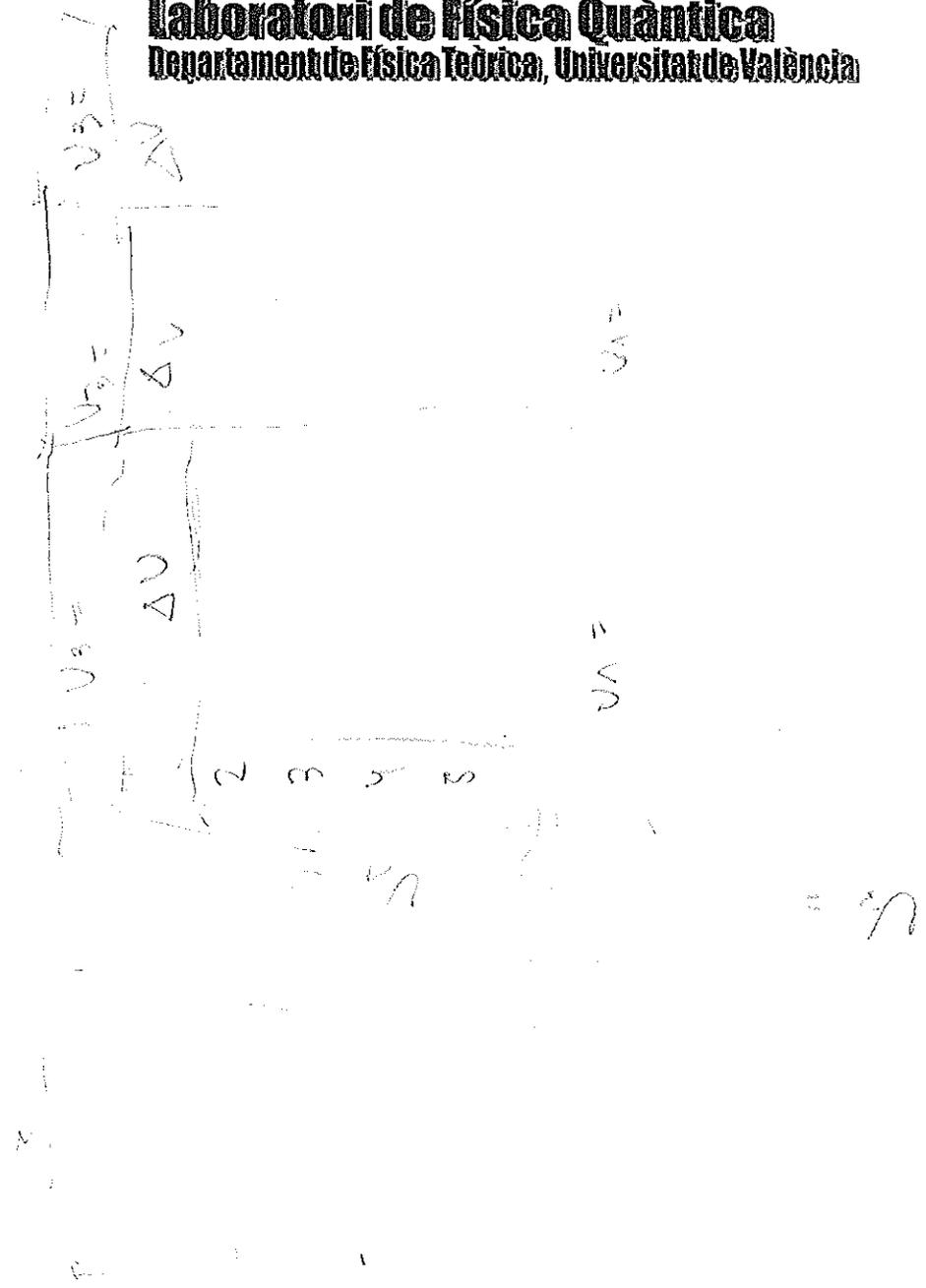
3º) Hacer una tabla con los valores de  $U_A$  correspondientes al primero de los picos.

Representar gráficamente estos valores de  $U_A$  frente a  $U_1$ . Interpretar el resultado obtenido.

4º) Repetir el apartado 3º) para el segundo pico.

Analizar las diferencias entre los resultados obtenidos en ambos apartados.

5º) Repetir el análisis de los apartados 1º) - 4º) para las medidas tipo ii ( $U_1$  fijo). Téngase en cuenta para ello que el papel que antes jugaba  $U_1$ , ahora lo juega  $U_3$ .



## \* Objetivos:

Prendemos observar los efectos de la distribución energética cuantizada en niveles de la materia, concretamente de los átomos de mercurio. Por lo tanto estudiaremos la excitación y desexcitación de sus electrones gracias a las "colisiones" de los mismos con los  $e^-$  de una corriente aplicada.

## \* Introducción teórica:

Para poder comprobar de una forma directa la cuantización de los niveles de energía del átomo de mercurio emplearemos un tubo de Franck-Hertz que explicaremos en detalle más adelante.

En esencia pretendemos excitar los átomos de Hg mediante la aplicación de una corriente eléctrica convenientemente regulada. Podemos emplear una analogía mecánica para entenderlo, por lo que asumiremos que los electrones se comportan de una forma corpuscular.

Así, si en el momento de colisión con los  $e^-$  del átomo su energía cinética no es suficiente para excitarlo (esta  $E_c$  depende directamente del "potencial de aceleración") se producirá un choque elástico y el correspondiente intercambio de momento y energía. La consecuencia inmediata será una disminución de la intensidad de la corriente saliente. En cambio si el  $e^-$  llega con velocidad suficiente, el choque será inelástico, cediendo una gran parte de energía y excitando el átomo. Ahora el descenso de intensidad será aún más brusco, lo que nos permitirá observar el voltaje "exacto" al que se produce la excitación.

Para regular esta intensidad emplearemos un potencial de frenado en oposición a la corriente saliente que impedirá la llegada de los electrones menos energéticos, dando lugar a nuestros resultados.

Por último, no tendremos en cuenta las desexcitaciones del Hg ya que se producirían por emisión espontánea de fotones que, a causa de tener el tubo de FH tapado por el horno, no detectaremos.

## Procedimiento experimental:

Tubo Franck-Hertz 47

Para cumplir nuestros objetivos disponemos del montaje de la Fig. 1, cuyo elemento principal es el nombrado tubo de Franck-Hertz.

El funcionamiento del mismo consiste en hacer "colisionar"  $e^-$  (dentro de nuestra cámara mecánica), para así

poder apreciar variaciones en la corriente de salida ( $I_A$ ).

Pero antes de coleccionar ningún potencial es importante que lo calentemos por algún medio (en nuestro caso un filamento calentador) para provocar la evaporación del mercurio que hay en su interior. Esperado un cierto tiempo ya podremos trabajar con vapor de Hg.

En cuanto a los potenciales del tubo, tenemos  $U_1, U_2, U_3$  y  $U_A$  como se puede ver en la figura.

El primero corresponde al potencial de aceleración ( $U_1$ ) y el tercero es el de frenado ( $U_3$ ), ambos ya explicados.

$U_2$  corresponde a un potencial "diente de sierra" que aumenta con el tiempo, mientras que  $U_A$  es la caída de potencial que mediremos y que nos proporcionará la mayoría de la información.

Por último, la emisión de electrones corre a cargo del filamento incandescente (C) coninado a la acción del potencial  $U_1$ .

Todos estos datos son transferidos en tiempo real a un ordenador mediante un tarjeta controladora (CASS) y procesados por el programa del mismo nombre.

Gracias a esto resulta rápido y cómodo generar diferentes curvas de potencial para medir sus respectivos "picos", así como imprimir, comparar gráficas o consultar las tablas con los puntos tomados.

Como último comentario, es importante no sobrepasar el valor de 230V para  $U_A$  (para evitar la ionización total del Hg) así como dejar un tiempo de "enfriamiento" para evitar distorsiones

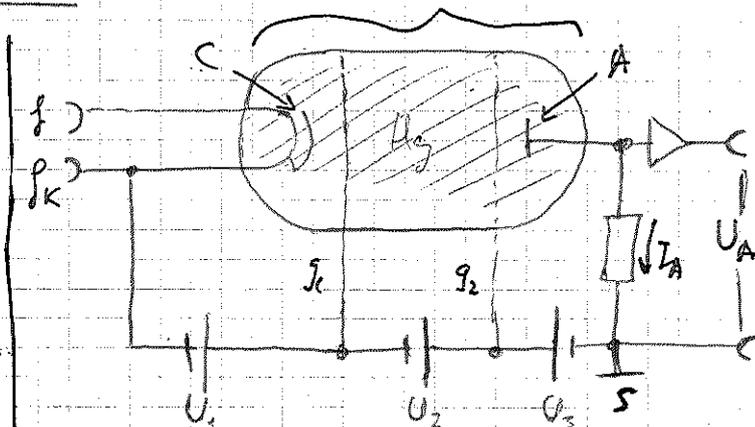


Fig. 1: Montaje experimental con el tubo de Franck-Hertz.

## \* Determinación de rangos

Antes de comenzar a realizar medidas vamos a establecer experimentalmente los rangos adecuados de cada voltaje.

### ↳ $U_A$ (potencial de aceleración)

• Tendremos que trabajar en todo momento entre el voltaje de saturación ( $U_S$ ) y el umbral ( $U_0$ ).

$U_0 = 0'00 \pm 0'01 V$
$U_S = 0'46 \pm 0'01 V$
$U_{SA} = 12'7 \pm 0'1 V$

← Saturación de  $U_A$ .

### ↳ $U_3$ (potencial de frenado)

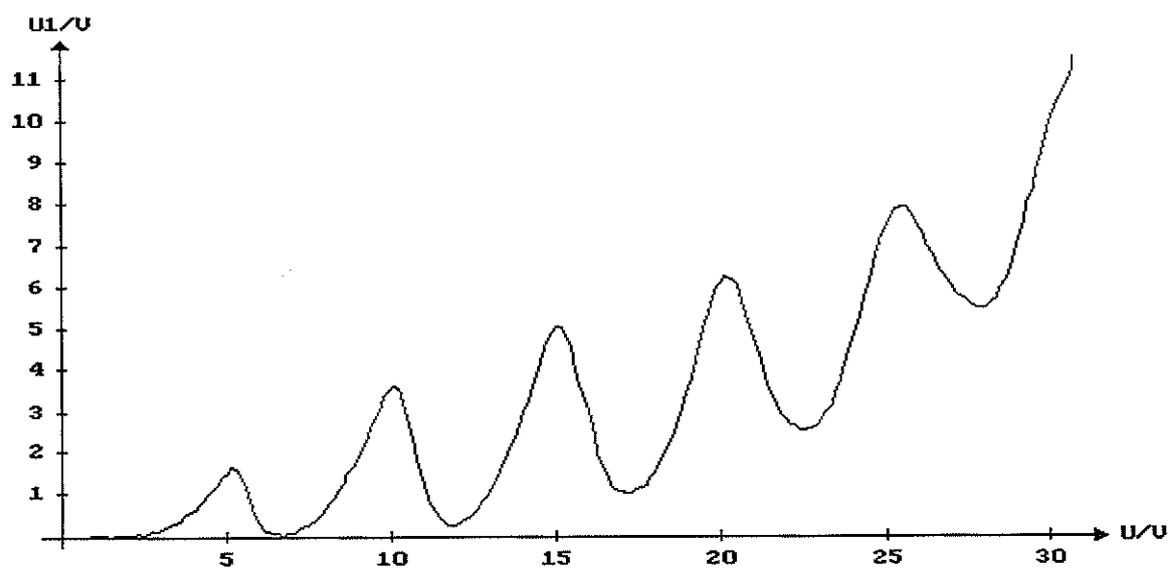
• Lo único que debe cumplir este voltaje es que nos proporcione una observación nítida de las caídas de  $U_1$ .

$$U_3 \in [0'5V, 2'0V]$$

En realidad estas medidas son orientativas, pues unos parámetros dependen de otros y es muy posible que debamos modificarlos de una forma diferente a lo expuesto. Es importante recordar que el objetivo principal de estas medidas es la correcta observación de las caídas de  $U_A$ .

\* Medidas con  $U_3$  fijo:  $U_3 = 1'29 \pm 0'01V$

Diagrama  $U_1(U)$

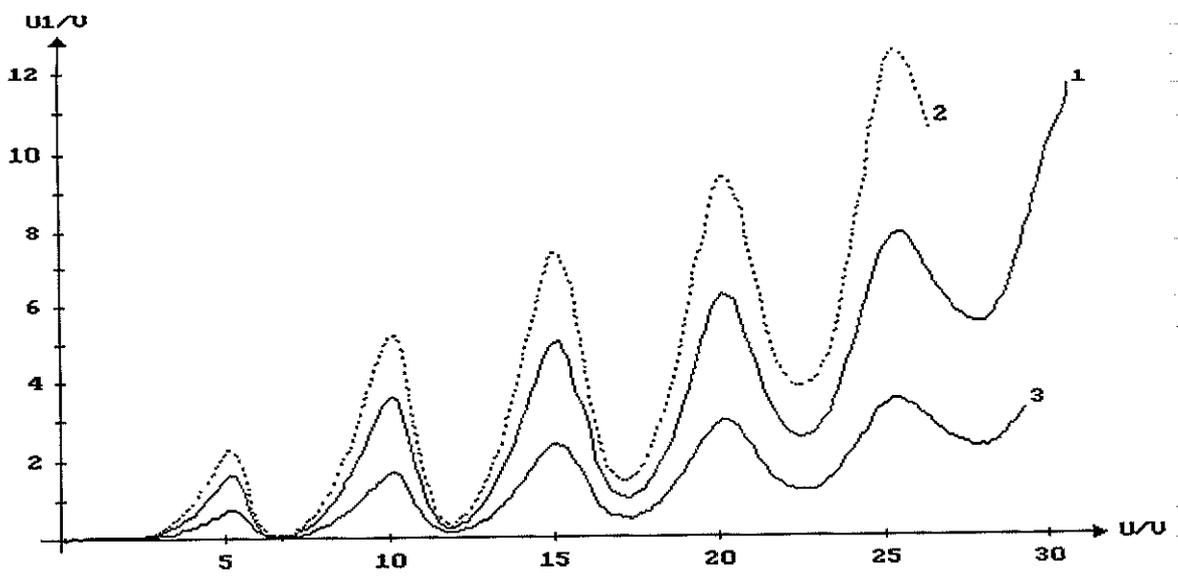


\* Fig 2: Caída del potencial debido a la excitación del filamento en un tubo de Franck-Hertz ( $U_1 = 0'58 \pm 0'01V$ )

Pico (n)	$U_A (\pm 0'01V)$	* $U_2 (\pm 0'010 V)$	$U_1 (\pm 0'01V)$
1	1'64	5'145	0'58
2	3'63	10'080	
3	5'04	15'102	
4	6'24	20'145	
5	7'89	25'550	
1	2,28	5,235	0'67
2	5,28	10,035	
3	7,43	15,075	
4	9,33	20,100	
5	12'49	25'425	
2	1'67	10'110	0'45
3	2'58	15'090	
4	2'49	20'265	
5	3'53	25'530	
1	0'71	5'160	

\* Tabla 1: Caídas de potencial para  $U_3$  fijo ( $U_3 = 1'29 \pm 0'01V$ )

⊗ Aunque la tabla proporcionada por el programa nos da la precisión indicada, significativamente es complicado determinar cada pico, por lo que asignemos un error a  $U_2$  de  $\pm 0'010 V$



• Fig 3: Carida del potencial con  $U_3$  fijo y  $U_1$  variable

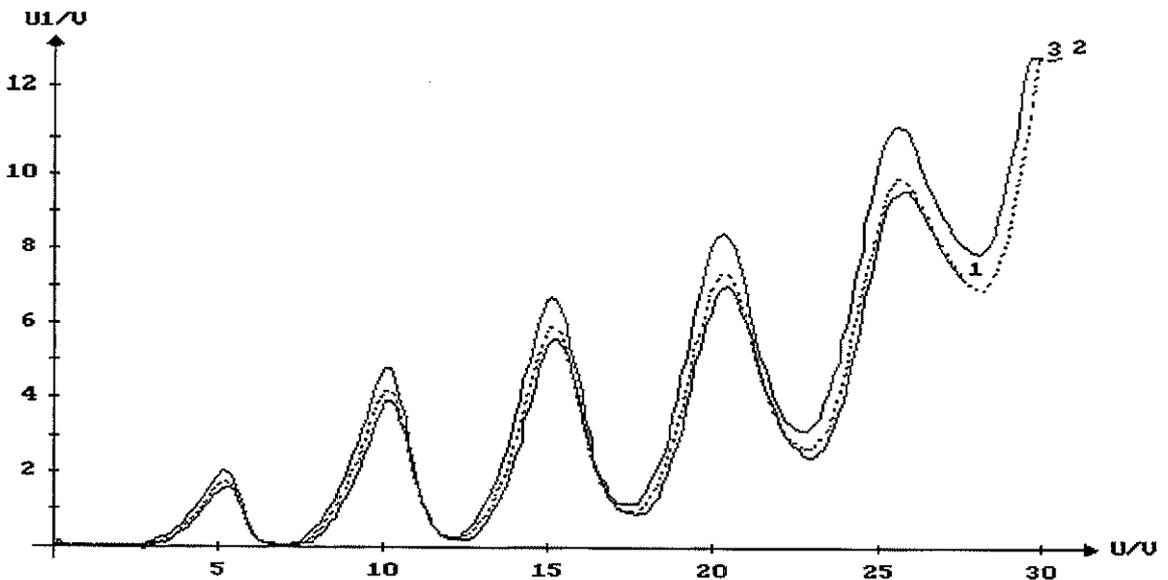
- 1 →  $0.57 \pm 0.01V$
- 2 →  $0.67 \pm 0.01V$
- 3 →  $0.45 \pm 0.01V$

\* Medidas con  $U_2$  fijo

$U_1 = 0.65 \pm 0.01V$

pico ( $U_1$ )	$U_A (\pm 0.01V)$	* $U_2 (\pm 0.010V)$	$U_3 (\pm 0.01V)$
1	1.64	5.340	
2	3.92	10.120	
3	5.60	15.450	2.04
4	7.02	20.445	
5	9.55	25.740	
1	1.80	5.145	
2	4.21	10.200	
3	5.89	15.110	1.84
4	7.41	20.325	
5	9.93	25.770	
1	2.07	5.115	
2	4.75	10.130	
3	6.71	15.090	1.68
4	8.43	20.370	
5	11.29	25.560	

• Tabla 2: Caridas de potencial para  $U_1$  fijo ( $U_1 = 0.65 \pm 0.01V$ )



• Fig 4: Caída de potencial con  $U_2$  fijo y  $U_3$  variable

Tratamiento y resultados:

Para poder comparar y sacar algún tipo de conclusiones debemos calcular las diferencias entre los picos obtenidos;

		$U_2 = 0.58 \pm 0.01$	$U_2 = 0.67 \pm 0.01$	$U_2 = 0.45 \pm 0.01$
	$i$	$\Delta U_2 (U_{in} - U_i) (\pm 0.14V)$		
$U_3 = 1.20 \pm 0.11V$	2	4.94	4.80	4.95
	3	5.02	5.04	4.98
	4	5.04	5.03	5.18
	5	5.41	5.33	5.27
	$i$	$U_2 = 2.04 \pm 0.01$	$U_2 = 1.94 \pm 0.01$	$U_2 = 1.68 \pm 0.01V$
$U_1 = 0.65 \pm 0.01V$	2	4.78	5.06	5.02
	3	5.03	4.91	4.96
	4	5.30	5.22	5.28
	5	5.30	5.45	5.19

• Tabla 3: Diferencias entre picos de todos los casos estudiados.

lo que es consistente con la diferencia entre el primer nivel y el fundamental de Hg. Por tanto, a medida que crece  $U$ , se produce una excitación cuando los  $e^-$  tienen la energía de  $4,9 \text{ eV}$ , tras la colisión inelástica se frenan, vuelven a acelerarse, y al tener de nuevo  $4,9 \text{ eV}$  ( $U = 10 \text{ V}$ ) vuelven a excitar, con lo que se observa la caída de intensidad. Con ello, comprobamos que sólo produce una caída apreciable de la intensidad la transición de  $4,9 \text{ eV}$ , más probable (energéticamente favorable). Es también lógico porque al ser una oscila lineal, acaba dando antes (en tiempo) en  $4,9 \text{ eV}$  su energía.

Al excitar el gas, este pasa un nivel no estable, y al desexcitarse emite radiación de longitud de onda  $\lambda = \frac{hc}{4,9 \text{ eV}} \approx 253 \text{ nm}$ , con lo que no es visible.

En la anterior tabla se observa en la mayoría de casos un aumento de la anchura entre picos a mayor  $U$ . Esto se debe a que además de las colisiones inelásticas hay elásticas, donde la energía total se conserva pero el  $e^-$  reduce levemente su energía cinética. Por tanto, cuanto mayor es el pico, más hay que adelantarlo, compensando (aportando) la pérdida de energía cinética por colisiones.

En algunos casos, la diferencia de picos no sigue esta regla, pero esta desviación está englobada en la desviación experimental ( $0,4 \text{ V}$ ), con lo que no invalida la explicación que justifica la mayoría de casos.

Si representamos para  $U_2$  fijo  $U_A(U_1)$  para cada pico: 53

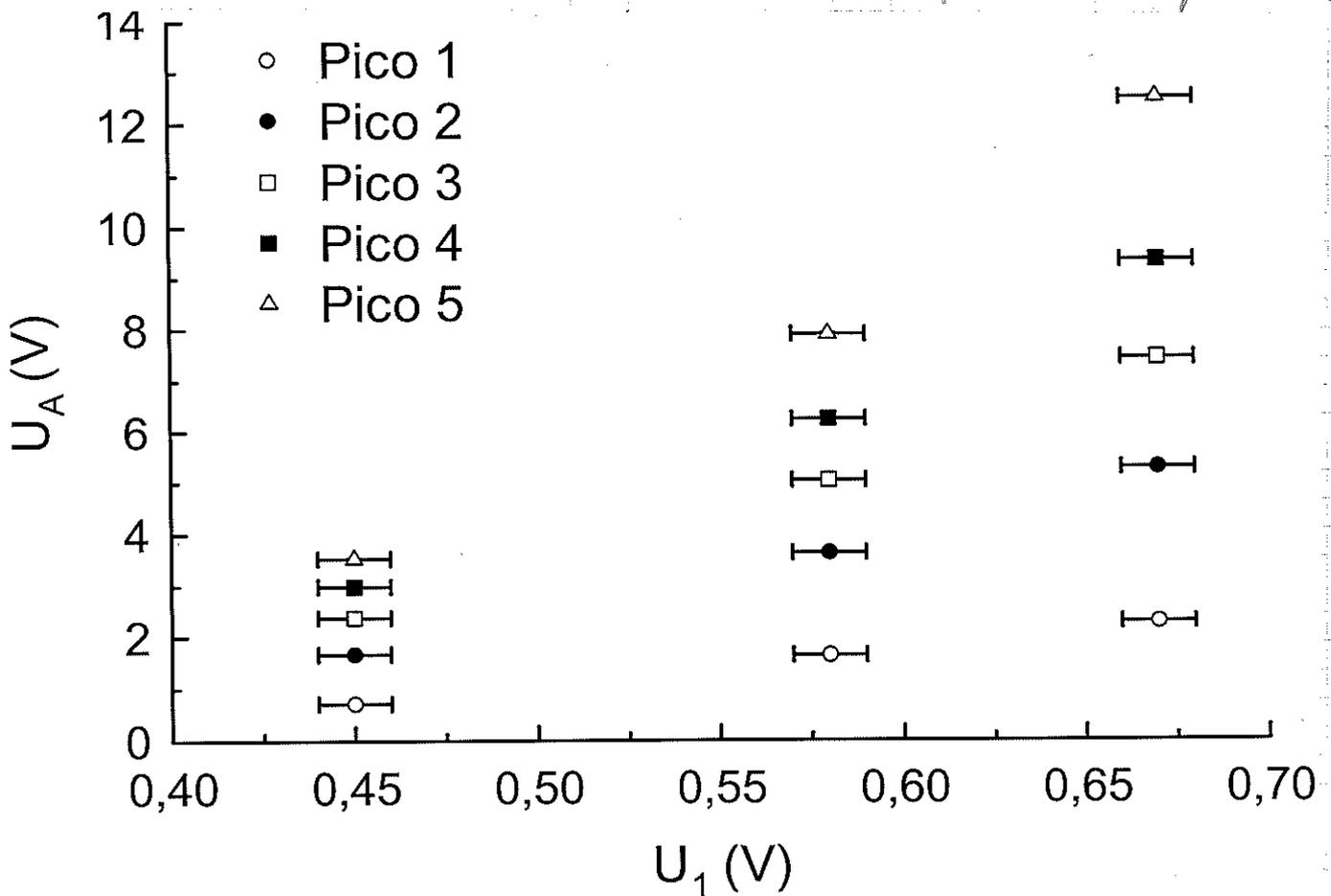


Fig. 5 - Intensidad registrada en los picos según la aceleración

Se observa una respuesta lineal del detector, y comparando los distintos picos, se observa una pendiente creciente. Si realizamos un ajuste lineal para 1 y 2, se obtiene:

$$m_1 = 7,138 \pm 0,012$$

$$m_2 = 16,3 \pm 0,9$$

con alto coeficiente de correlación lineal. A mayor potencial de aceleración  $U_1$ , mayor voltaje de salida  $U_A$ , como es lógico.

De manera similar para las segundas medidas, con  $U_1$  fijo. (siguiente página, a  $U_2$  le asignamos potencial negativo, por ser frenado).

En resumen, hemos comprobado los niveles discretos de energía del gas de Hg mediante el experimento con el tubo de Franck-Hertz, así como la absorción en colisiones inelásticas por los  $e^-$  acelerados, verificando que la diferencia de nivel de la transición más notable es de 4,9 eV.

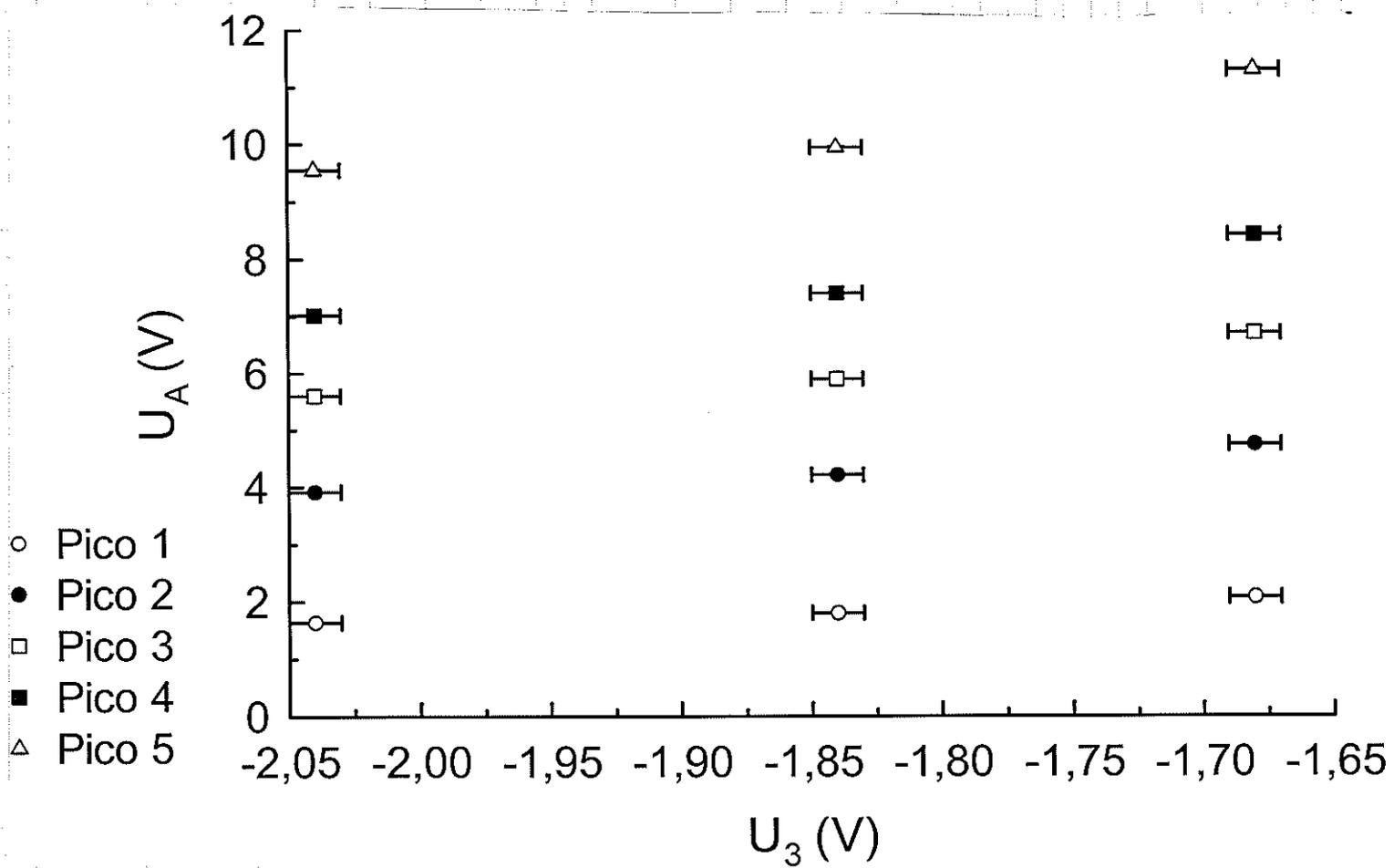


Fig. 6 - Intensidad registrada según el potencial de frenado.

En este caso, las pendientes  $m_1$  y  $m_2$ :

$$m_1 = 1,2 \pm 0,3$$

$$m_2 = 2,3 \pm 0,5$$

Por tanto, a menor potencial de frenado, mayor intensidad registrada en cada pico.

**PRÁCTICA 6:**  
**DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE PLANCK A PARTIR DEL**  
**ESPECTRO DE RAYOS X**

**1.- Objetivo.**

Determinación del espectro característico de rayos X de un tubo de cobre.  
Determinación de la constante de Planck.

**2.- Material.**

	n° de Etiqueta
- Cronómetro.....	1
- Multímetro.....	2
- Unidad de Rayos X.....	3
- Tubo Contador.....	4
- Contador digital.....	4

**3.- Introducción teórica.**

**3.1 Rayos X y radiación de frenado. Teoría clásica.**

En 1895 Wilhelm Roentgen encontró, de forma casual, un nuevo tipo de radiación penetrante cuando realizaba experimentos que involucraban descargas eléctricas de alto voltaje en tubos de gas a muy baja presión. El mismo llamó Rayos X a la nueva radiación. Ahora sabemos que los Rayos X son ondas electromagnéticas con una frecuencia comprendida entre  $10^{16}$  y  $10^{20}$  Hz. ó, equivalentemente con longitudes de onda entre  $10^{-3} \text{ \AA}$  y  $10^2 \text{ \AA}$  aprox. ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ).

Los rayos X pueden producirse con un dispositivo experimental como el de la Fig. 1.

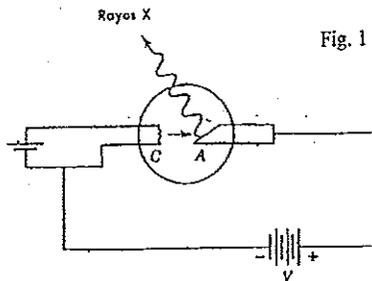


Fig. 1

5945  
7500  
16080

El filamento F calienta el cátodo C que emite electrones por emisión termoiónica. Los electrones son entonces acelerados por una diferencia de potencial y golpean el ánodo A donde son dispersados. El electrón interactúa esencialmente con los núcleos del ánodo mediante el campo de Coulomb y transfiere impulso al núcleo. De acuerdo con la física clásica una partícula cargada sometida a una aceleración (como el electrón en su interacción con el ánodo) debe radiar energía electromagnética de manera continua.

Como la masa del núcleo es mucho mayor que la del electrón aquel apenas adquiere energía, y así, si  $T_i$  es la energía cinética inicial del electrón y  $T_f$  la final, en el proceso de frenado se desprenderá una energía  $\Delta T$  dada por

$$\Delta T = T_i - T_f \quad (1)$$

en forma de radiación o "Bremsstrahlung", (palabra alemana que designa la radiación de frenado).

**3.2 Espectro atómico de Rayos X. Teoría cuántica.**

Si procedemos como en el montaje de la Fig. 1, donde el ánodo A ha sido escogido como una determinada sustancia y representamos gráficamente  $I = I(\lambda)$ , siendo  $I(\lambda)d\lambda$  la intensidad de rayos X en el intervalo de longitudes de onda  $d\lambda$ , obtenemos una representación de caracteres similares a las de la Fig. 2.

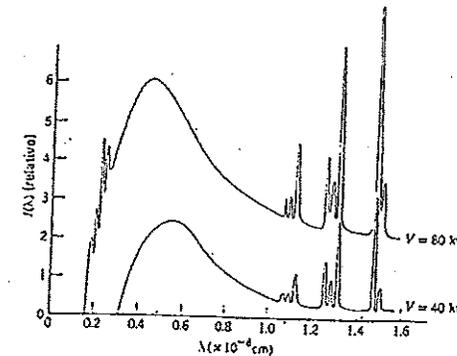


Fig. 2

Esta representación es el espectro atómico de Rayos X del elemento químico del ánodo. En el mismo se puede observar la superposición de dos elementos diferenciados:

- 1) Un espectro continuo proveniente de la radiación de frenado.



2) Un espectro discreto constituido por una serie de líneas estrechas y que se conoce como ESPECTRO CARACTERÍSTICO del ánodo A.

### 3.2.1 El espectro continuo

Según la teoría clásica el espectro de la radiación de frenado tendría que venir dado por la expresión (1); sin embargo, y a partir de la Fig. 2, se observa que existe una longitud de onda mínima  $\lambda_{min}$  que no predice la teoría clásica.

Estudiando este espectro se observa que  $\lambda_{min}$  es independiente del material del ánodo, pero depende de la energía de los electrones iniciales. Si sólo consideramos el espectro continuo se tiene para  $I(\lambda)$  la representación de la Fig. 3 para diferentes valores de la energía del electrón incidente.

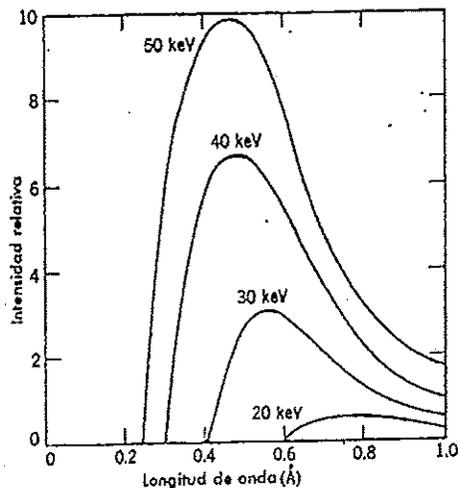


Fig. 3

La existencia de  $\lambda_{min}$  se puede explicar por medio de la teoría cuántica de la radiación según la cual la radiación de frenado se emite mediante fotones de energía  $E = h\nu$ , de forma que en lugar de la relación (1) tenemos (Fig. 4):

$$T_i - T_f = h\nu \quad (2)$$

El fotón más energético será producido cuando el electrón se detenga completamente en el ánodo, y toda su energía cinética vaya al fotón, i. e.,  $T_f = 0$ . Entonces

$$T_i = h\nu_{max} \quad (3)$$

Handwritten notes:  $1.842$ ,  $1.57$ ,  $1.47$

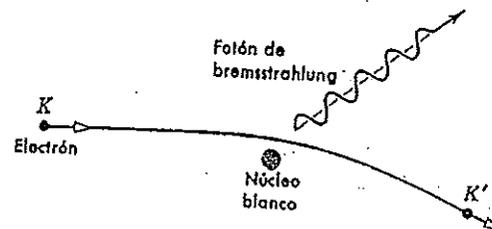


Fig. 4

En el tubo de rayos X la energía cinética del electrón incidente viene dada por

$$T_i = eV \quad (4)$$

donde  $e$  es la carga del electrón y  $V$  el voltaje aplicado en el tubo catódico. En consecuencia a partir de (3) y (4) se obtiene

$$eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} \quad (5)$$

es decir

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV} \quad (6)$$

de donde se concluye que a mayor potencial (i. e. mayor energía de los electrones incidentes),  $\lambda_{min}$  es más pequeña, como se observa también en la representación gráfica de la Fig. 3.

**4.- Dispositivo experimental.**

Nuestro dispositivo experimental es un espectrómetro de cristal de Bragg como el de la Fig. 5

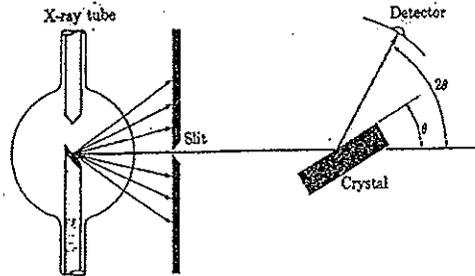


Fig. 5.

Este consta de un tubo de Rayos X, cuyo mecanismo se describió en 3.1, un cristal C situado justo en la salida de los Rayos X y que tiene como objetivo reflejar la radiación incidente, y un tubo contador I.

Con este mecanismo, un haz de rayos X producido en el tubo y colimado en D incide sobre el cristal C, siendo dispersado hacia el tubo contador I.

Tanto el cristal C como el tubo contador I pueden girar independientemente, para poder modificar el ángulo de incidencia  $\vartheta$  y el ángulo de medida.

Midiendo la señal del tubo contador en función del ángulo podemos determinar, mediante la condición de Bragg que se explica en 4.1, el espectro de Rayos X.

**4.1.- Condición de Bragg.**

Consideremos la interferencia de Rayos X debida a la dispersión por planos paralelos de átomos en un cristal.

Consideremos ahora tal como se muestra en la Fig. 6 que los planos están separados por una distancia  $d$ . Si hacemos incidir una radiación formando un ángulo  $\vartheta$  con los planos; todos los átomos (o rendijas) de un mismo plano darán interferencia constructiva si el ángulo de dispersión es igual al de incidencia.

Por otra parte según se observa en la figura, el rayo inferior viaja a una distancia adicional  $2d \sin \vartheta$  más que el superior. Si esta distancia adicional es un número entero de longitud de onda,  $n\lambda$ , los dos rayos reflejados estarán en fase y tendremos interferencia constructiva. El entero  $n$  se suele denominar NÚMERO DE ORDEN.



Handwritten notes and calculations:

- 70 5330
- 12 4225
- 16 3261
- 10 5
- 19 77
- 14 2138
- 71
- 56
- 43
- 29

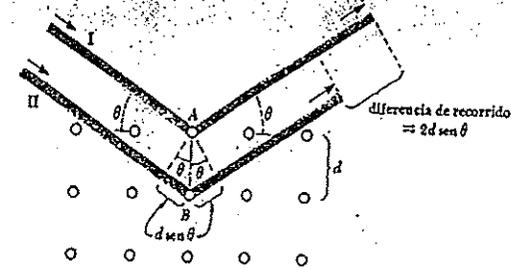


Fig. 6.

Handwritten notes:

- 6340
- 6477
- 7811
- 5431
- 6678
- 6513
- 3163

La ecuación resultante se denomina **Ecuación de Bragg** [pues fueron el equipo padre/hijo, Sir. W. H. Bragg y Sir W. L. Bragg quienes la introdujeron]

$$2d \sin \vartheta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

En nuestro dispositivo experimental utilizaremos un cristal de LiF cuya distancia entre planos es  $d = 2.01 \text{ \AA}$

**5.- Procesos Experimentales.**

**5.1.- Espectro de rayos X.**

Se trata en primer lugar de determinar el espectro de rayos X de la sustancia del ánodo. Para ello se procede como sigue:

a) Conectar la unidad de rayos X [2] y esperar hasta que se encienda la luz amarilla. Con el multímetro (1) -ajustado en la escala de  $500 \mu\text{A}$ , como mínimo, de fondo de escala- conectado a la unidad de Rayos X [2], procederemos a fijar la diferencia de potencial. No sobrepasar los 20 KV. [1 KV equivale a una intensidad de  $10 \mu\text{A}$  en c.c.]. En ningún caso permitir que la aguja indicadora pase a la zona roja del indicador de la unidad.

b) Se procede variando el ángulo de incidencia de la radiación sobre el cristal,  $\vartheta$  (en un campo de interés de  $8^\circ < \vartheta < 30^\circ$ ), y colocando el tubo contador [3] desde  $(2\vartheta - 1)$  a  $(2\vartheta + 1)$  grados (puede haber un error sistemático en el alineamiento del contador), midiendo las intensidades recogidas por el tubo contador [3] y registradas por el

Medir grado a grado

Cable rojo en borne rojo del espectrómetro rayos X



## \* Objetivos:

Pretendemos obtener el espectro atómico de Rayos X del elemento que compone el ánodo del tubo, tanto su parte continua como su espectro característico discreto.

A partir de estas medidas determinaremos la constante de Planck.

## \* Introducción teórica:

Conocemos como Rayos X a la radiación electromagnética cuya longitud de onda está comprendida entre los  $10^{-2}$  Å y  $10^3$  Å o, lo que es lo mismo, entre las frecuencias  $10^{16}$  Hz y  $10^{18}$  Hz, lo que nos da una idea de lo energética que es.

En la presente experiencia nuestra principal preocupación será el análisis de distintos espectros de rayos X, más adelante se explicará el procedimiento y el montaje empleado para obtenerlos. Lo que nos preocupa por el momento es la distinción de 2 elementos claramente diferenciados dentro de cada uno de los espectros, por un lado tenemos la curva típica de radiación de frenado (o "Bremsstrahlung") y por otro los "picos" o "rayas" del espectro característico del material que forma el ánodo.

Entrando en detalles, el origen de los fenómenos no es otra cosa que los fotones emitidos en las transiciones eléctricas que ocurren dentro del material al ser excitado, por lo tanto nos servirá para conocer su composición. Sin embargo, el espectro continuo tiene una explicación muy distinta ya que, entre otras cosas, no depende del material de ningún elemento. Concretamente la característica más interesante de esta curva es que presenta un valor mínimo para la longitud de onda que no se puede entender sin incluir la cuantización de la energía y su emisión en fotones de  $E = h\nu$ .

Así, podemos llegar a la siguiente relación entre  $\lambda_{\min}$  y el potencial  $V$

$$eV = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

Donde puede apreciarse una distinción de  $\lambda_{\min}$  a medida que aumenta  $V$ , tal y como se observa en el espectro atómico.

Para estudiar el espectro de los rayos X diseñamos un montaje experimental que consta de una unidad de rayos X, en la que se aceleran electrones con una diferencia de potencial variable (de 0 a 20 kV). Estos electrones chocan contra un ánodo, en el que se emitirá la radiación de frenado (Bremsstrahlung) y un espectro característico del ánodo (debido a transiciones electrónicas en los niveles permitidos del átomo, como si se tratase de una resonancia).

Dicha radiación atraviesa una rendija y se analiza con un espectrómetro de cristal de Bragg y un detector para medir la intensidad en función de la longitud de onda a partir del ángulo de la red de difracción con la radiación incidente y del espaciado de la red  $d$ .

Por tanto, el haz de rayos X se colima, incide sobre el cristal con ángulo  $\theta$  respecto a la superficie y se dispersa con ángulo  $\Theta$  respecto a la horizontal. Situando el tubo contador en  $\Theta = 2\theta$  se encuentra una interferencia constructiva <sup>para una  $\lambda$  y orden  $n$  dado</sup> (máximo de intensidad).

Por tanto, mediremos <sup>ángulo cristal</sup>  $\theta$ , <sup>ángulo detector</sup>  $\Theta$  y  $N$ , y dada la condición de Bragg, tenemos que:

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

En nuestro dispositivo, el cristal de LiF tiene  $d = 2,01 \text{ \AA}$ , comparable a la  $\lambda$  de rayos X (necesario para que interfiera). Mediremos  $\theta$  de grado en grado de  $8^\circ$  a  $30^\circ$  y para cada  $\theta$  mediremos  $\Theta = 2\theta, 2\theta \pm 1^\circ$  para lograr el máximo  $N$ .

Realizaremos medidas para 6 potenciales entre 10 y 20 kV (mediremos con un multímetro que mide corriente con la equivalencia  $10 \mu\text{A} \leftrightarrow 1 \text{ kV}$ ). Calcularemos:

$$\lambda = \frac{2d \sin \theta}{1} \quad (\text{suponiendo } n=1 \text{ la principal contribución a la intensidad detectada})$$

Representaremos  $N(\lambda)$  para cada potencial y observaremos el espectro, reconociendo el de frenado y el característico. Podemos analizar  $N(V)$  para cada pico <sup>característico</sup> para verificar una relación lineal y aparte medir  $\lambda_{\text{min}}$  para cada  $V$  mediante un ajuste parabólico

Realizamos más de 400 medidas contando detecciones en un intervalo de 15 segundos todas ellas. Para cada  $\theta$  tomamos  $\theta = 20; 20 \pm 1$ . Conviene señalar que nos saltamos para  $V$  pequeños los  $\theta$  menores al no haber apenas detecciones. También medimos algún punto más ( $\text{en } 20,5^\circ$ ) para determinar mejor la posición del primer pico. Aparte, se puede destacar que para  $V$  pequeños, el conteo era muy bajo y no continuo para 15s (como si fuese un conteo radiactivo), por lo que el error relativo es mayor y deberían utilizarse intervalos mayores si hubiese más tiempo. Si representamos todas las medidas en una gráfica conjunta, se obtienen las siguientes curvas:

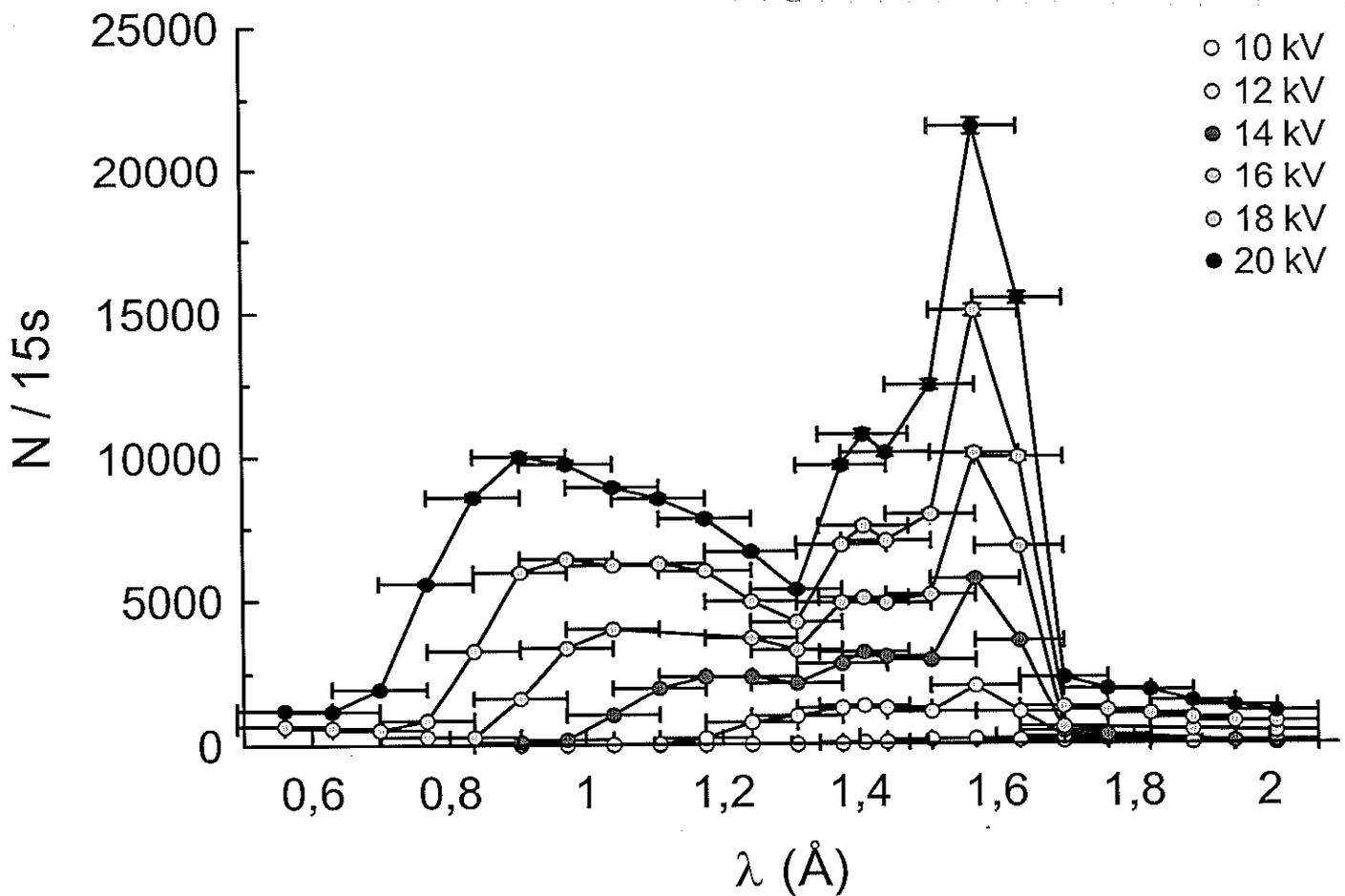


Fig. 1 - Patrón de intensidades relativas para cada  $\lambda$  y  $V$  en los rayos X. Efectivamente, se observa el espectro esperado. En las curvas con  $V$  menores no se aprecia debido a la escala, pero en la medida sí se registran los picos. Por tanto, se confirma la posición fija de los picos característicos, con intensidades mayores a mayor  $V$ , se observa que el nº de picos son dos (debido a 2 tipos de transiciones electrónicas).

parte, el máximo en el espectro continuo se va 5.9 desplazando hacia la izquierda a mayor  $V$ , así como la  $\lambda_{\min}$ , como era de esperar. También cabe señalar que hay una intensidad de fondo que no interfiere con la red, que es la que se observa a  $V$  bajos y que no se tendrá en cuenta a la hora de determinar  $\lambda_{\min}$ .

Si analizamos la intensidad en las rayas características en función del potencial en el tubo de rayos X para el ánodo utilizado:

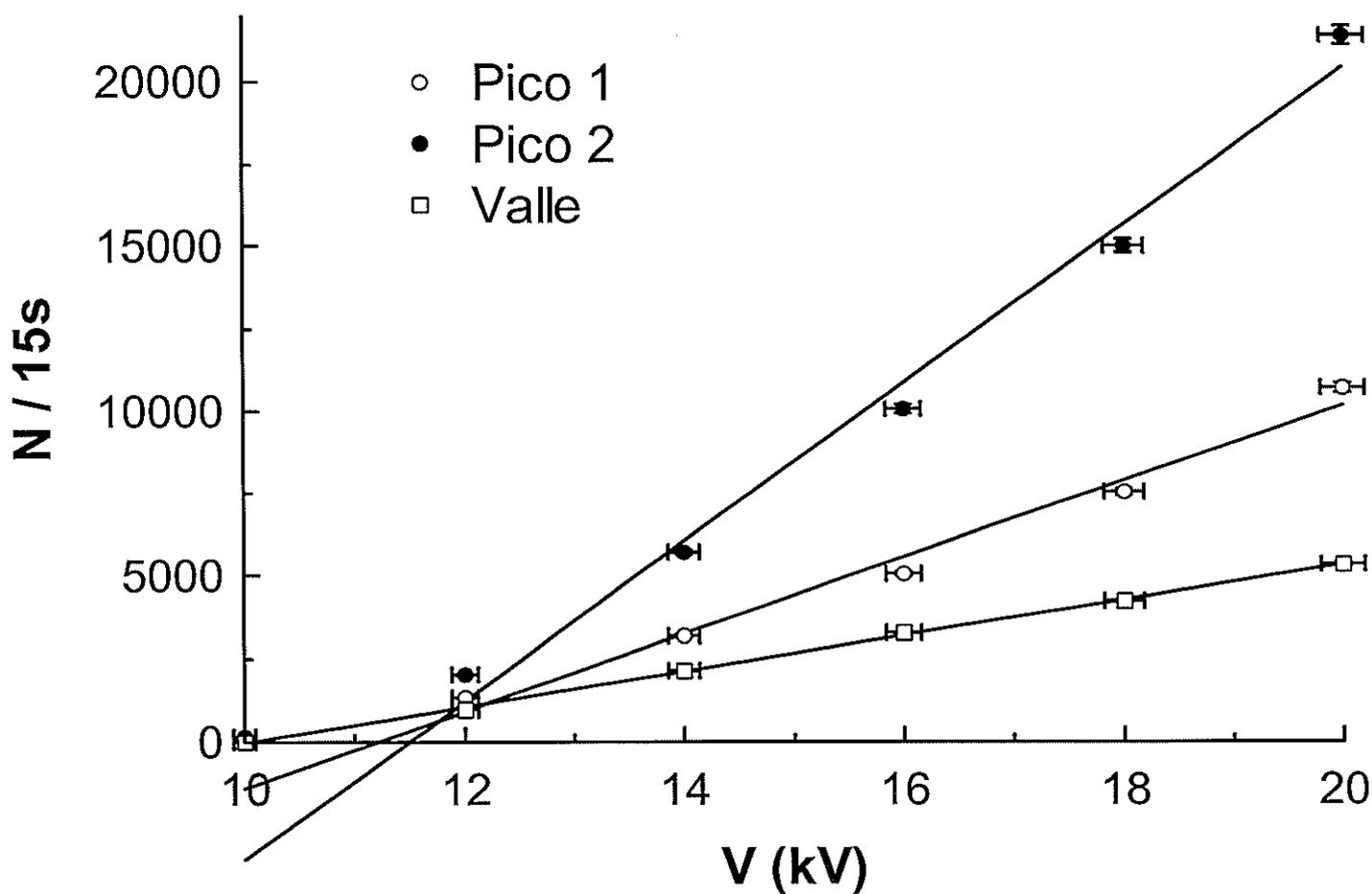


Fig. 2: Intensidades en las rayas características para cada potencial para el ánodo utilizado.

Se observa que la dependencia es aproximadamente lineal, con ciertas desviaciones sistemáticas debido probablemente a que el pico no coincidiera exactamente con el  $\theta$  medido, sino que estuviera entre dos medidas, con lo que es comprensible que se desvíe ligeramente. El valle, por contra, sí muestra una gran correlación lineal. En los dos picos se descarta la primera

$r$  Pico 1 Valle  
 0,992 0,994 0,9997

Por tanto, se confirma la dependencia lineal, en especial para el valle (punto en el que comienza a medirse la intensidad del primer característico [contribución extra]).

→

Para la  $\lambda_{\min}$  según  $V$  realizamos ajustes parabólicos o lineales utilizando dos o tres o cuatro puntos descartando los primeros de la intensidad residual. Observando el corte con el eje  $x$  calculamos  $\lambda_{\min}$  para cada  $V$  y lo representamos gráficamente.

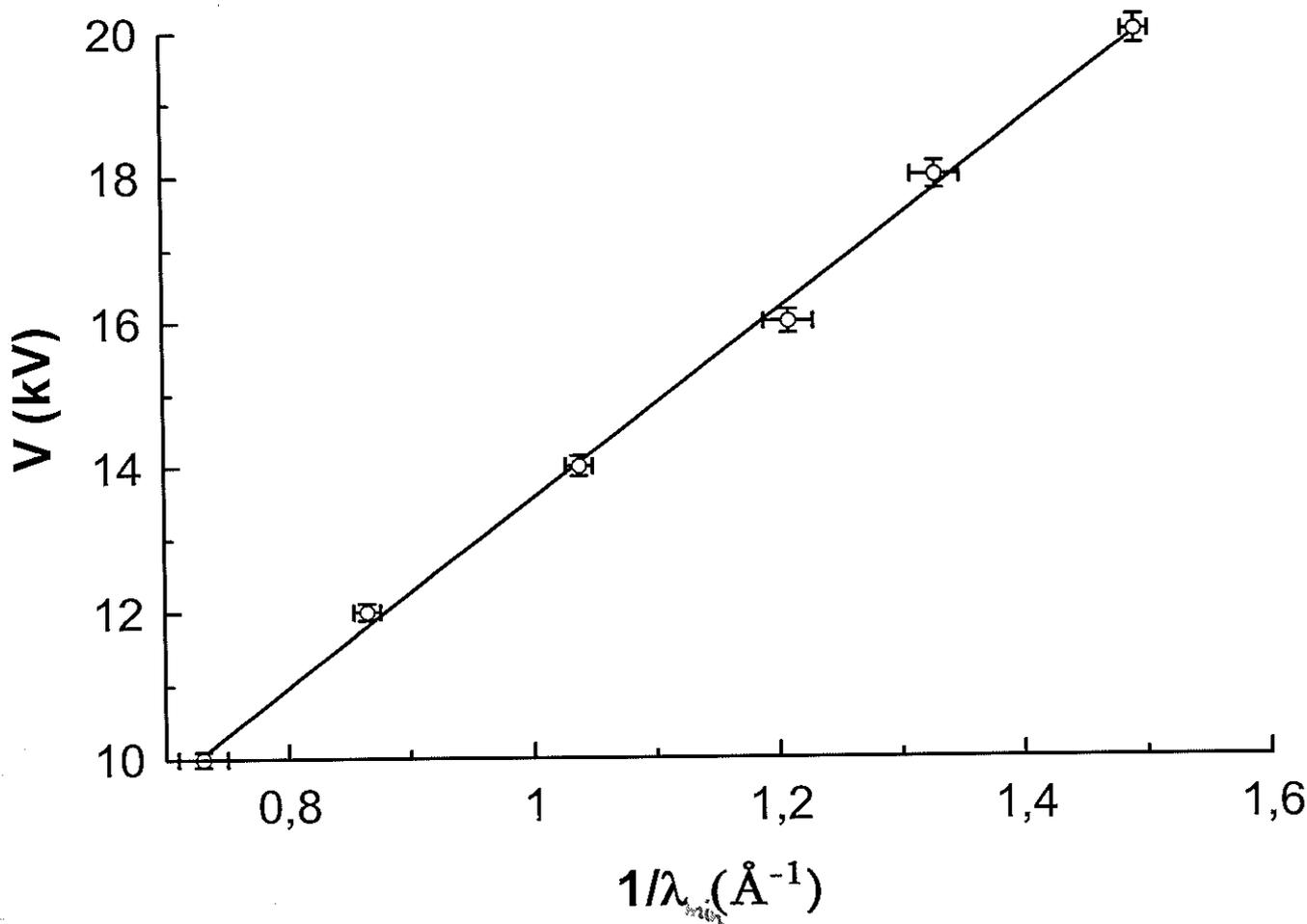


Fig. 3 - Determinación de la constante de Planck a partir de la  $\lambda_{\min}$  del espectro en función de  $V$ .

En lugar de obtener  $h$  para cada  $V$ , preferimos tener todas las medidas para determinar un solo valor de  $h$  más fiable. Se realiza el ajuste:

$$V = \frac{1}{\lambda} \cdot m + b \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{hc}{e}$$

donde  $b$  se espera que sea cero y  $h = mc/e$

Resultados del ajuste:

61

$$m = 12,7 \pm 0,3 \text{ kV.Å}$$

$$b = 0,8 \pm 0,4 \text{ kV}$$

$$r = 0,999$$

Se observa que el ajuste es aceptable, con un  $r$  alto y ordenada en el origen compatible con cero, pues queda a dos barras de error del 0.

Calculamos  $h$ :

$$h = (6,80 \pm 0,46) \cdot 10^{-24} \text{ Js}$$

cuya barra de error comprende al valor tabulado

$$h_{\text{tab}} = 6,636 \cdot 10^{-24} \text{ Js}$$

Por tanto, la determinación de  $h$  ha sido satisfactoria pues es compatible con el valor esperado.

El hecho de que salga algo por encima se debe principalmente a la dificultad de medir  $\lambda_{\text{min}}$  debido a la distorsión por la intensidad residual a  $\theta$  bajos. Es decir, si no utilizásemos el punto donde empieza a subir (o este no fuese  $I$  de fondo), la  $\lambda_{\text{min}}$  medida sería mayor,  $\frac{1}{\lambda_{\text{min}}}$  menor, y la pendiente de la gráfica también, y por tanto la  $h$  se acercaría más a lo esperado. Esto se hace especialmente notable para los  $V$  bajos, que además tienen un  $N$  muy bajo (gran error relativo). Si se realiza el ajuste sin el punto de 10kV, se obtiene un valor más cercano al esperado:

$$h_2 = 6,72 \pm 0,13 \text{ Js}$$

En cualquier caso, las desviaciones están dentro de las barras de error y la desviación relativa es pequeña, del 2% y 1% en cada caso, totalmente aceptable experimentalmente.

En resumen, podemos concluir que hemos comprobado correctamente el espectro de los rayos X, tanto el continuo como el característico. En las rayas características hemos comprobado la dependencia lineal de la intensidad del pico con el potencial, y a partir de la  $\lambda_{\min}$  hemos obtenido el valor de la constante de Planck con adecuación al valor esperado.

Las posibles fuentes de error son el conteo a  $V$  bajos, que acumula un error <sup>o los siguientes son insuficientes</sup> extra; la determinación de  $\lambda_{\min}$ , complicada por la distorsión de fondo a  $V$  bajos; la determinación del máximo de intensidad en  $\theta$ , que puede hacer variar notablemente la  $N$ ; y el error no tenido en cuenta de la distancia interatómica del cristal, que viene tabulada y que es un valor que se "arrastra" en todos los cálculos  $\lambda(d)$ . No obstante, los errores en los cálculos finales han sido del orden (%) de los errores estimados en las medidas, con lo que se ha determinado adecuadamente el margen de incertidumbre.

Por último, las rayas características observadas las hemos medido en:

$$\lambda_1 = 1.41 \pm 0.07 \text{ \AA} \rightarrow K_{\beta}$$

$$\lambda_2 = 1.57 \pm 0.07 \text{ \AA} \rightarrow K_{\alpha}$$

La raya de  $\lambda_2$  <sup>→ líneas  $K_{\alpha}$  y  $K_{\beta}$</sup>  coincide aproximadamente con las esperadas para el cobre:  $\lambda_{2\text{tab}} = 1.54 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_{1\text{tab}} = 1.39 \text{ \AA}$ , con lo que podemos concluir que el ánodo del tubo de rayos X es de cobre o de un metal con características atómicas muy similares, porque las rayas para hierro, cromo o molibdeno se alejan enormemente de esos valores.