PROBLEMAS T. 2

2.1

a) $^{60}_{27}Co \rightarrow p_{at} \cong 60\, g/mol$

$T_{1/2} = 5{,}2$ años $= \dfrac{\ln 2}{\lambda}$

$\Rightarrow \lambda = \dfrac{\ln 2}{5{,}2 \text{ años}} = 0{,}13 \text{ años}^{-1} = 4{,}23 \times 10^{-9}\, s^{-1}$

$A = \lambda \cdot N$

$A_{esp} = \dfrac{A}{m} = \dfrac{\lambda N}{m} = \dfrac{\lambda \cdot N_A}{P_{at}} = \dfrac{0{,}13 \text{ años}^{-1} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\, mol^{-1}}{60\, g/mol} = 1{,}34 \times 10^{21} \dfrac{1}{\text{año} \cdot g}$

$= 4{,}24 \cdot 10^{13}\, Bq/g$

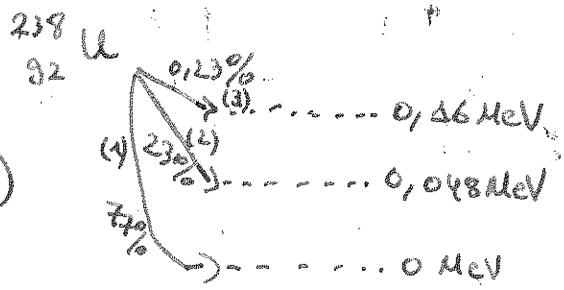
b) $^{32}_{15}P \rightarrow T_{1/2} = 14{,}3$ días, $p_{at} = 31{,}97\, g/mol \simeq 32\, g/mol$

$A_{vol} = \dfrac{A}{V} = \dfrac{\lambda \cdot N}{V} = \dfrac{\ln 2}{14{,}3 \text{ días}} \cdot \dfrac{N_A \cdot m}{P_{at}\, V} = \dfrac{\ln 2}{14{,}3 \text{ días}} \cdot \dfrac{6{,}023 \cdot 10^{23}\, mol^{-1}\, 1\, mg}{32\, g/mol \cdot 1\, L}$

$= 1{,}06 \cdot 10^{16}\, \dfrac{Bq}{m^3}$

2.2

$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$



$Q_{\alpha 1} = M_n\left({}^{238}_{92}U\right) - M_n\left({}^{234}_{90}Th\right) - M_n\left({}^{4}_{2}He\right)$
$\quad + 4m_e - 2m_e - 2m_e$

$= M\left({}^{238}_{92}U\right) - M\left({}^{234}_{90}Th\right) - M\left({}^{4}_{2}He\right) \dashrightarrow$ masas atómicas

$= (221749{,}46 - 218017{,}19 - 3728{,}40)\, MeV = 3{,}87\, MeV > 0$

lo es posible en la naturaleza

$Q_{\alpha 2} = Q_{\alpha 1} - 0{,}048\, MeV = 3{,}822\, MeV$

$Q_{\alpha 3} = Q_{\alpha 1} - 0{,}16\, MeV = 3{,}71\, MeV$

calor de reacción promedio:

$\overline{Q_\alpha} = 0{,}77\, Q_{\alpha 1} + 0{,}23\, Q_{\alpha 2} + 0{,}0023\, Q_{\alpha 3} = 3{,}867493\, MeV$

$Q_{\alpha i} = T_{\alpha i} + T_{Th i}$; $T_{\alpha i} = \frac{1}{2} M_\alpha \cdot V_{\alpha i}^2$; $T_{Th i} = \frac{1}{2} M_{Th} V_{Th i}^2$

U en reposo $\rightarrow$ conservación de momento $M_\alpha V_{\alpha i} = M_{Th} V_{Th i}$

$$Q_{\alpha i} = T_{\alpha i} + \frac{1}{2}\frac{M_{Th}}{M_{Th}} \cdot M_{Th} \cdot V_{Th i}^2 = T_{\alpha i} + \frac{1}{2}\frac{1}{M_{Th}} \cdot (M_\alpha \cdot V_{\alpha i})^2 \ldots$$

$$= T_{\alpha i} + \frac{M_\alpha}{M_{Th}} \cdot T_{\alpha i}$$

$$\hookrightarrow T_{\alpha i} = Q_{\alpha i} \cdot \frac{M_{Th}}{M_\alpha + M_{Th}} = Q_{\alpha i} \cdot \overbrace{\frac{234}{234+4}}^{0,98} \simeq Q_{\alpha i}$$

$T_{\alpha 1} = 0,98\ Q_{\alpha 1} = 3,80496 MeV$

$T_{\alpha 2} = 3,75776 MeV$

$T_{\alpha 3} = 3,64765 MeV$

Promedio:

$\overline{T_\alpha} = 0,98\ \overline{Q_\alpha} = 0,77 T_{\alpha 1} + 0,23 T_{\alpha 2} + 0,0023 T_{\alpha 3} = 3,8025 MeV$

2.3

$${}^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}Ba^{*} + \beta^- + \bar{\nu}$$

660 KeV

(ocurre al 95% así, el 5% restante va directamente al fundamental)

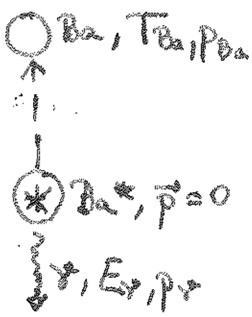
$$\hookrightarrow {}^{137}_{56}Ba + \gamma\ (E_\gamma)$$

$660\ KeV = T_{Ba} + E_\gamma$

Suponemos Cs en reposo. Al desintegrarse vía β^- al Ba^*, el retroceso del Ba^* es despreciable ($M_{Ba} \gg M_{e^-}, M_\nu$)

$\hookrightarrow Ba^*$ en reposo se desintegra vía gamma; se conserva el momento:

$\vec{p}_\gamma + \vec{p}_{Ba} = \vec{p}_{Ba^*} = \vec{0} \longrightarrow \vec{p}_\gamma = -\vec{p}_{Ba} \rightarrow p_\gamma = p_{Ba}$ (módulos)



$m_\gamma = 0$

$\frac{E_\gamma}{(C=1)} = \sqrt{2 M_{Ba} T_{Ba}} \longrightarrow 660 KeV - T_{Ba} = \sqrt{2 M_{Ba} T_{Ba}}$

$M_{Ba} = 136,90455 \times 931,494\ MeV$

$\hookrightarrow T_{Ba} = X^2 \qquad (x>0)$

$\hookrightarrow X^2 + \sqrt{2M_{Ba}}\, X - 660 KeV = 0$

$$X = \frac{-\sqrt{2M_{Ba}} \overset{x>0}{+} \sqrt{2M_{Ba} + 4 \cdot 660 KeV}}{2} = 1,307 \cdot 10^{-3}$$

$T_{Ba} = X^2 = 1,708\ eV \longrightarrow$ Retroceso despreciable

$E_\gamma \simeq 660\ KeV$

(2.4)

$${}^{11}_{4}Be \longrightarrow {}^{11}_{5}B + \beta^- + \bar{\nu} \quad ; \quad M_{\bar{\nu}} \simeq 0$$

$$M_n({}^{11}_{4}Be) = M_n({}^{11}_{5}B) + m_{e^-} + \underbrace{T_B}_{\text{despreciable}, \sim 1eV} + T_e + T_\nu$$

$T_{e,max}$ se da cuando $T_\nu = 0$

$$T_{e,max} = M_n({}^{11}_{4}Be) + 4m_{e^-} - M_n({}^{11}_{5}B) - 5m_{e^-} + m_{e^-} - m_{e^-}$$

$$= M({}^{11}_{4}Be) - M({}^{11}_{5}B) = (11,021656 - 11,009305) \times 931,494 \, MeV$$

$$= 11,5 \, MeV$$

(2.5)

$${}^{63}_{30}Zn \longrightarrow {}^{63}_{29}Cu + \beta^+ + \nu$$

$$Q_{\beta^+} = M_n({}^{63}_{30}Zn) - M_n({}^{63}_{29}Cu) - m_e = M({}^{63}_{30}Zn) - M({}^{63}_{29}Cu) - 2m_{e^-}$$

$$= (62,933212 - 62,9295174) \times 931,494 \, MeV - 2 \times 0,511 \, MeV = 2,4 \, MeV$$

$$Q_{CE} = Q_{\beta^+} + \underbrace{2m_e}_{1,022MeV} = 3,44 \, MeV$$

Ambos $Q > 0 \rightarrow$ posibles, compiten entre sí.

(2.6)

$${}^{7}_{4}Be_3 + e^- \rightarrow {}^{7}_{3}Li_4 + \nu_e \qquad (CE)$$

$$M_n({}^{7}_{4}Be) + m_e = M_n({}^{7}_{3}Li) + T_{Li} + \underbrace{\cancel{m_\nu}}_{\simeq 0} + T_\nu$$

Conservación de $\vec{p}$ (inicialmente en reposo)

$$\vec{0} = \vec{p}_{Li} + \vec{p}_\nu \longrightarrow \vec{p}_{Li} = -\vec{p}_\nu \; ; \; p_{Li} = p_\nu \quad (\text{módulo})$$

$$p_\nu \simeq T_\nu \quad (m_\nu \simeq 0) \qquad (c = 1)$$

$$T_{Li} = \frac{p_{Li}^2}{2M_{Li}} = \frac{T_\nu^2}{2M_{Li}}$$

$$T_\nu + \frac{T_\nu^2}{2M_{Li}} + M_n({}^{7}_{3}Li) + 3m_e = M_n({}^{7}_{4}Be) + m_e + 3m_e$$

$$\frac{T_\nu^2}{2M_{Li}} + T_\nu + M({}^{7}_{3}Li) - M({}^{7}_{4}Be) = 0$$

$M({}^{7}_{3}Li) = 7,016003 \times 931,494 \, MeV$; $M({}^{7}_{4}Be) = 7,01692926 \, u$

$M_{Li} = M({}^{7}_{3}Li) - 3m_{e^-}$

$$\frac{T_\nu^2}{2\cdot 6533{,}831698\,\text{MeV}} + T_\nu - 0{,}863\,\text{MeV} = 0$$

$$\overset{\to\ \text{solución positiva}}{T_\nu} = \frac{-1+\sqrt{1+\frac{4\cdot 0{,}863}{2\cdot 6533}}}{2/_{2\cdot 6533{,}8\,\text{MeV}}} = 0{,}862736\,\text{MeV}$$

$$T_{Li} = \frac{T_\nu^2}{2M_{Li}} = \frac{T_\nu^2}{2\cdot 6533{,}8\,\text{MeV}} = 56{,}96\,\text{eV} \ll T_\nu$$ → despreciable retroceso del núcleo hijo

(2.7)

$${}^{18}_{9}F \longrightarrow {}^{18}_{8}O + \beta^+ + \nu$$

a) $Q_{\beta^+} = M({}^{18}_{9}F) - M({}^{18}_{8}O) - 2m_e = 0{,}633\,\text{MeV} > 0$ → es posible en la naturaleza

b) $Q_{\beta^+} = T_\nu + T_{\beta^+}$ (T_O despreciable)

$= 0 + \underset{\hookrightarrow\ \text{cuando } T_\nu = 0}{T_{\beta^+,max}} = 0{,}633\,\text{MeV}$

c) $Q_{CE} = Q_{\beta^+} + 2m_e = 1{,}655\,\text{MeV} = T_\nu + \overset{\to\ \text{despreciable}}{T_O} = T_\nu$ (monoenergético) → compite con β^+

d) Las γ's de 511 keV → fotones de aniquilación. De cada desintegración β^+ sale un positrón, que se aniquila en 2 fotones de 511 keV al "chocar" con $1e^-$.
Si CE tiene un branching ratio de 3,5% y β^+ un 96,5%, al haber 2γs por β^+, en promedio habrá $\underset{2\cdot 96{,}5}{\overset{\|}{193}}$ fotones por cada 100 desintegraciones.

(2.8)

$${}^{139}_{58}Ce + e^- \longrightarrow \underset{\hookrightarrow\ 165{,}86\,\text{keV}}{{}^{139}_{57}La^*} + \nu \qquad (CE)$$

a) El estado excitado puede desintegrarse por conversión interna:

$${}^{139}_{57}La^* \longrightarrow {}^{139}_{57}La + e^-$$

b) $Q_{CI} = 165{,}86\,\text{keV} = T_i + \overset{\to\ \text{energía de enlace del } e^-\ \text{atómico}}{B_i}$

$B_K = B(\text{mayor, más ligado}) = Q - \overset{126{,}93\,\text{keV}}{T(\text{menor})} = 38{,}93\,\text{keV}$

$B_L = Q - 159{,}59 = 6{,}27\,\text{keV}$

$B_{MNO} = Q - 164{,}49 = 1{,}37\,\text{keV}$ → − ligado

c) Al de ${}^{139}_{57}La$, donde se produce la C.I.

2.9

a) Caso no relativista:

$$m\omega^2 R = q \cdot v \cdot B$$

$$\frac{m v^2}{R} = q v B$$

$$p = qRB$$

Caso relativista:

$p = \gamma m v$ → SI ≡ Stma. internacional

b) $\frac{p_{SI} \cdot c_{SI}}{q_{SI}\, c_{SI}} = B_{SI} \cdot R_{SI} \Rightarrow pc[eV] = c_{SI}\, B_{SI}\, R_{SI}.$

$\hookrightarrow pc\,[GeV] = 1 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{8}\, B_{SI}\, R_{SI} = 0{,}3\, B_{SI} R_{SI}$

c) Caso no relativista:

$$m\omega^2 R = q\omega R B$$

$$\hookrightarrow \omega = \frac{qB}{m}$$

Caso relativista:

$\gamma m \omega R = q R B \rightarrow \omega = \frac{qB}{m} \cdot \frac{1}{\gamma}$ → depende de la velocidad
↳ ya no es constante, ir sincronizando.

$$= \frac{qBc^2}{\gamma m c^2} = \frac{qBc^2}{E_{TOT}[J]}$$

2.10

a) $pc\,[GeV] = 0{,}3 \cdot 1 \cdot 0{,}6\ GeV = 0{,}18\ GeV$

$E_{TOT,max} = \sqrt{0{,}938^2 + 0{,}18^2} = 955\ MeV = \gamma m c^2$

b) $\omega = \frac{qB}{m} = \frac{q\,B\,c^2}{m_{SI}\, c^2} = \frac{0{,}3 \frac{m}{s} B_{SI} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{0{,}938\ GeV} = 96\ MHz$

$\omega(\gamma \neq 1) = \frac{qBc^2}{\gamma m c^2} = \frac{0{,}3\, Bc}{E_{TOT}(GeV)} = 94\ MHz$

c) $V = 100\ KV$

$\Delta T = 100\ KeV$ (½ vuelta)

$T_{vuelta} = \frac{2\pi}{\omega} = 65{,}5\ ns$

$T_{max} = E_{TOT,max} - E_0 = 955 - 938 = 17\ MeV$

$N_{vueltas} = \frac{T_{max}}{2 \cdot \Delta T} = 85$ vueltas

2.11

pulso $\rightarrow \nu = 11\,\mathrm{KHz}$, 10^{11} part/pulso

$p_{LAB} = 100\ \mathrm{GeV}/c$

$\rho_H = 0{,}09\ \mathrm{g/cm^3}$

$t = 1\ \mathrm{cm}$

a) E_{CM} ?

$$E_{LAB_p} = \sqrt{p_{LAB}^2 + m_p^2} = \sqrt{100^2 + 0{,}938^2} \simeq 100\ \mathrm{GeV}$$

$$E_{LAB_{blanco}} = m_H$$

Invariante S :

$$S = (E_{LAB_p} + E_{LAB_{blanco}})^2 - p_{LAB}^2 = E_{CM}^2 = p_{Lab}^2 + m_p^2 + \underset{m_p^2}{\underset{\parallel}{E_{lab_{blan}}^2}} + 2E_{lab_p}\underset{m_p}{\underset{\parallel}{E_{lab_B}}} - p_{lab}^2$$

$$= 2m_p\left(m_p + \sqrt{m_p^2 + p_{lab}^2}\right)$$

$$E_{CM} = \sqrt{S} \simeq 14\ \mathrm{GeV}$$

$$L = \nu\, \underset{1}{\underset{\parallel}{n_b}} \cdot \underset{10^{11}}{\underset{\parallel}{n_1}} \cdot \frac{n_2}{S} \quad ; \qquad \frac{n_2}{S} = \frac{0{,}09\ \mathrm{g/cm^3}}{1\ \mathrm{g/mol}} \cdot \frac{6{,}023 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}}{1} \cdot 1\ \mathrm{cm}$$

$$= 5{,}4207 \cdot 10^{22}\ \mathrm{part/cm^2}$$

$$L = 5{,}96277 \cdot 10^{37}\ \mathrm{cm^{-2}s^{-1}}$$

$\hookrightarrow N_{sucesos} = \sigma \cdot L$

b)

$$E_{LAB} = 2 \cdot \sqrt{p^2 + m^2} \approx 200\ \mathrm{GeV} \quad , \quad \vec{p} = \vec{0} \quad (\text{signos opuestos})$$

$$E_{CM}^2 = E_{LAB}^2 \rightarrow E_{CM} = E_{LAB} = 200\ \mathrm{GeV} \gg 14\ \mathrm{GeV}\ (a)$$

$$S = \pi r^2 \rightarrow r = 15\ \mu m \quad ; \; n_1 = n_2 = 10^{11}$$

$$L = \frac{\nu\, n_b\, n_1\, n_2}{4\pi r^2} = 3{,}89 \cdot 10^{34}\ \mathrm{m^{-2}s^{-1}}$$

$\searrow$ factor 4 por suponer que es bunch gaussiano

2.12

a)

$2\pi R = 27\,Km$

$\sqrt{s} = 14\,TeV = E_{CM} = E_{LAB}$ (porque $\vec{P}_{LAB} = 0$ al ser opuestos $\vec{p_1} \rightarrow \overleftarrow{p_2}$ y mismo módulo)

$= \sqrt{p_{1lab}^2 + m_{1lab}^2} + \sqrt{p_{2lab}^2 + m_{2lab}^2}$

$\simeq 2\,p_{1lab}$ ↳ $m \ll p$; $p_1 = p_2$

$p_{1lab} = 7\,TeV = 7000\,GeV$

$pc\,[GeV] = B\,[T] \cdot R\,[m] \cdot 0{,}3$

↳ $B\,[T] = \dfrac{7000}{0{,}3 \cdot 27000/2\pi} = 5{,}4\,T$

b)

$L = \nu \cdot n_b \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot \dfrac{1}{S} = \nu \cdot 2600 \cdot (10^{11})^2 \cdot \dfrac{1}{4\pi(15 \cdot 10^{-6}\,m)^2}$

⇘ factor 4 si el bunch es gaussiano

$W = 2\pi\nu = \dfrac{q \cdot B}{\gamma m} = \dfrac{q \cdot c^2 \cdot B}{\gamma m c^2} = \dfrac{0{,}3 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot B}{E_{LAB}\,[GeV]}$

$\nu = \dfrac{B \cdot 0{,}3}{2\pi} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^8}{\frac{1}{2} E_{LAB}\,[GeV]} = \dfrac{7000}{27000} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^8}{\frac{1}{2} E_{LAB}\,[GeV]} = 11{,}1\,KHz$

$L = 1{,}022 \cdot 10^{38}\ m^{-2} s^{-1}$

$L_{int} = \varepsilon \cdot \int L \cdot dt = \varepsilon \cdot L \int dt = 0{,}3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{38}\,m^{-2} s^{-1} \cdot 1\,año$

$= 9{,}6 \cdot 10^{44}\,m^{-2} = 96\ fb^{-1}$

c)

$\sigma = 70\,mb$

$\dfrac{dN_{sucesos}}{dt} = L \cdot \sigma = 7{,}15 \cdot 10^8\ s^{-1}$

$N_{sucesos}/choque = \dfrac{dN/dt}{2600 \cdot \nu} = 25$

2.13

a) LEP

$E_b = 104\,GeV$; $R = 4{,}3\,Km$; $m_0 = 0{,}000511\,GeV$

$$\Delta E\,[GeV] = \frac{6{,}034 \times 10^{-18}}{R\,[m]} \left(\frac{E_b\,[GeV]}{m_0\,[GeV/c^2]} \right)^4 = 2{,}41\ GeV/vuelta$$

Cavidades RF de 1,5 m ; 6 MeV/m $= \nabla$

$$N_{cav} = \frac{\Delta E}{\nabla} \cdot \frac{1}{1{,}5} = 268 \text{ cavidades}$$

b) $E_b = 250\,GeV$

↳ $\Delta E = 80{,}4$ GeV/vuelta

↳ $N_{cav} = 8932$ cavidades

c)

$$X = \frac{2{,}41\,GeV}{104\,GeV} = 2{,}3\%_0$$

$$\frac{\Delta E}{E} = 2{,}3\%_0 = X = \frac{6{,}034 \times 10^{-18}}{R'} \left(\frac{250\,GeV}{511\,KeV} \right)^4 \cdot \frac{1}{250\,GeV}$$

↳ $R' = 59{,}7\,Km$

$\Rightarrow L' = 2\pi R' = 375\,Km$

$$\Rightarrow N_{cav} = \frac{X \cdot E\,[GeV]}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}5} = 643 \text{ cavidades}$$

2.14 → Hoja aparte

(2.14)

Fórmula de Bethe-Block, según nuestros apuntes de teoría:

$$-\frac{dT}{dx} = S \simeq \rho K \cdot \frac{Z}{A}\frac{z}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_ec^2\beta^2\gamma^2}{I}\right) - \beta^2\right] \quad ; \quad \gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \; ; \; \alpha = \frac{2m_ec^2}{I}$$

; $K = 0{,}308 \, MeV \frac{cm^2}{g}$ ↳ parámetro adimensional

$$= K\rho\frac{Z}{A}\left[\frac{1}{\beta^2}\ln\left(\alpha\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\right) - 1\right] \rightarrow \text{Cambio de variable } \boxed{t = \beta^2}$$

$$= -K\rho\frac{Z}{A}\left[\frac{1}{t}\ln\frac{\alpha t}{1-t} - 1\right] \rightarrow \text{Buscamos el valor mínimo en función de } t$$

↳ $\frac{dS}{dt} = 0$

$$\frac{dS}{dt} = -K\rho\frac{Z}{A}\left[-\frac{1}{t^2}\ln\frac{\alpha t}{1-t} + \frac{1}{t}\cdot\frac{(1-t)}{t}\cdot\left(\frac{1}{1-t} + \frac{t}{(1-t)^2}\right)\right]$$

$$= -\frac{K\rho Z}{A}\cdot\frac{1}{t^2}\left[-\ln\frac{\alpha t}{1-t} + 1 + \frac{t}{1-t}\right] = -\frac{KZ^2}{A}\cdot\frac{1}{t^2}\left[\frac{1}{1-t} - \ln\frac{\alpha t}{1-t}\right] = 0$$

↳ $\frac{1}{1-t} - \ln\frac{\alpha t}{1-t} = 0 \rightarrow$ Tenemos que comprobar por ordenador

$\searrow = \frac{1}{1-t} - \ln\alpha + \ln\left(\frac{1-t}{t}\right) = 0 = \frac{1}{1-t} - \ln\frac{t}{1-t} - \ln\alpha$

que la solución t (raíz de la ecuación) es aproximadamente constante para distintos valores de α.

$$\alpha_{Pb} = \frac{2m_ec^2}{I_c} = \frac{1{,}022\,MeV}{78\cdot10^{-6}\,MeV} = 13\,103$$

$$\alpha_c = \frac{1{,}022}{823\times10^{-6}} = 1242$$

Mediante representación gráfica o por Newton-Raphson obtenemos las siguientes raíces:

$(t_0)_{Pb} = 0{,}89169$ $\qquad$ $(t_0)_c = 0{,}91573$

Por tanto: $\beta^2\gamma^2 = \frac{t}{1-t} \rightarrow \beta\gamma = \sqrt{\frac{t}{1-t}}$

$(\beta\gamma)_{Pb} = 2{,}9$ $\qquad$ $(\beta\gamma)_c = 3{,}3$ $\qquad$ Aproximamos → $\beta\gamma \simeq 3$ (= cte Vd)

Sustituyendo ahora $\beta\gamma \simeq 3$ (↳ $\beta = \sqrt{9/10}$) en la fórmula de Bethe-Block, obtenemos:

$$\frac{(S)_{Pb}}{\rho} = \frac{0{,}308\,MeV\,cm^2/g}{1}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{82}{207}\cdot\left(\ln(1242\cdot9) - \frac{9}{10}\right) = 1{,}142\,MeV\,cm^2/g$$

$$\frac{(S)_c}{\rho} = 0{,}308\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{6}{12}\cdot\left(\ln(13103\cdot9) - \frac{9}{10}\right) = 1{,}844\,MeV\,cm^2/g$$

Fernando Hueso González
Erica Alonso Sáez

Y en general para las "mip" de cualquier material:

$$S \approx 0{,}308\ \mathrm{MeV}\,\frac{cm^2}{g}\cdot \rho \cdot \frac{Z}{A}\cdot\frac{10}{9}\left[\ln\left(9\cdot\frac{1{,}022\,\mathrm{MeV}}{I}\right)-\frac{9}{10}\right]$$

$$= 0{,}342\ \mathrm{MeV}\,\frac{cm^2}{g}\cdot\rho\,\frac{Z}{A}\left[\ln\left(\frac{9{,}198\,\mathrm{MeV}}{I}\right)-0{,}9\right]$$

2.18)

$\bar{\mu}(Na) = 0{,}00546\ m^2/kg$; $\bar{\mu}(I) = 0{,}00502\ m^2/kg$

$\bar{\mu}(NaI)$? → Aplicamos leyes de escala:

$$\bar{\mu} = \sum_i w_i\,\bar{\mu}_i$$

↳ proporción másica

$$\to \bar{\mu}(NaI) = \frac{23 \times 0{,}00546\,m^2/kg + 127 \times 0{,}00502\,m^2/kg}{150} = 0{,}00509\,m^2/kg$$

Hemos supuesto núcleos sin isótopos (isotópicamente puros).
Un cálculo más exacto podría realizarse con masas atómicas restando las masas de los electrones. (masas nucleares). ↳ Krane

2.23)

$a = 25\,\mu m$
$b = 25\,mm$ → $V_0 = 1000\,V$
$I = 23\,eV$

↳ Asimilamos a un conductor cilíndrico: campo en el interior: (según apuntes del Krane)

$$\vec{E} = \frac{V_0}{\ln b/a}\cdot\frac{1}{r}\,\hat{u}_\rho \ldots \text{cilíndricas} \qquad \underset{r_1}{e^-} \dashrightarrow \underset{r_2}{\cdot}\ Q_b$$

Suponemos que el e^- va en un plano $z = cte$ hacia el ánodo (centro): $\vec{v} \propto -\hat{u}_\rho$, $d\vec{r} \propto -\hat{u}_\rho$

Adquiere la siguiente energía cinética yendo desde r_1 a r_2: $(r_1 > r_2)$

$$\Delta E_{cin} = \int_{r_1}^{r_2}(-e)\cdot\vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{eV_0}{\ln b/a}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r}\,\hat{u}_\rho\,(dr)\cdot(-\hat{u}_\rho) = \frac{eV_0}{\ln b/a}\cdot\ln\frac{r_1}{r_2}$$

Para evaluar el aumento en 1 mm → $r_1 = r_2 + 1\,mm$
y queremos que el e^- adquiera 23 eV en energía cinética (valor mínimo para poder ionizar el helio.

$$\frac{23\,eV}{eV_0}\cdot\ln\frac{b}{a} = \ln\left(1+\frac{1\,mm}{r_2}\right) \to \frac{1\,mm}{r_2} = \exp\left(\frac{23}{1000}\ln 1000\right) - 1$$

↳ $r_2 = 5{,}81\,mm$; $r_1 = 6{,}81\,mm$ → Por tanto para valores $r_1 \leq 6{,}81\,mm$ gana suficiente energía para ionizar el helio en 1 mm.

2.15

S_{Si} sobre $\begin{cases} \alpha \ (5\,MeV) \\ e^- \ (5\,MeV) \end{cases}$

↳ $Z_{(Si)} = 14$

$$S_{col} = 2K\rho \frac{Z}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_ec^2\beta^2\gamma^2}{I}\right) - \beta^2 - \overbrace{\frac{\delta}{2}}^{\text{despreciable}} - \frac{C}{Z}\right]$$

$K = 0{,}1535\ MeV\,cm^2/g$; $A(Si) = 28{,}0855$; $\rho = 2{,}33\ g/cm^3$

$I \approx 52{,}8 + 8{,}71 Z = 174{,}74\ eV$

↓ fórmula semiempírica

$M_\alpha = 3727\ MeV$

$$\gamma = 1 + \frac{5\,MeV}{mc^2} \begin{cases} \xrightarrow{\alpha} 1{,}00134 \\ \xrightarrow{e} 10{,}78473581 = 10{,}785 \end{cases}$$

$\gamma^2 = 1/(1-\beta^2) \rightarrow \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$

a) $\alpha \rightarrow z = 2 \longrightarrow S_{col} = \ldots = 1472\ MeV/cm$ //

b) $e^- \rightarrow z = 1 \longrightarrow S_{col} = \ldots = 3{,}957\ MeV/cm$ //

2.16

a) $\sigma_{ph} \propto \frac{Z^n}{E^{3,5}} \rightarrow n = 4;5$ (depende)

$$\frac{\sigma_{Si}}{\sigma_{Ge}} = \left(\frac{Z_{Si}}{Z_{Ge}}\right)^n = \left(\frac{14}{32}\right)^n = \begin{cases} \xrightarrow{n=4} 0{,}037 \\ \xrightarrow{n=5} 0{,}016 \end{cases}$$ //

b)

i) $E = 1\ MeV$

$Z_{Al} = 13$

$$\propto \quad \underset{\sigma_{ph}}{\frac{Z^5}{E^{3,5}}} \quad \underset{\sigma_{co}}{\frac{Z}{E^2}} \quad \underset{\sigma_{par}}{\frac{Z^2}{E^3}}$$

↳ $E_{min} = 1{,}022\ MeV$

↳ Domina Compton $\propto \frac{1}{E^2}$, pares NO presente, algo fotoel. //

ii) $E = 100\ keV$

$Z_H = 1$

↳ Compton y fotoel. compiten, pares NO //

iii) $E = 100\ keV$

$Z_{Fe} = 26$

↳ Fotoel. y Comp compiten, pares no //

iv) $E = 10\ MeV$

$Z_C = 6$

↳ Compton ($\propto \frac{1}{E^2}$, z bajo), algo de pares y foto. //

v) $E = 10\ MeV$

$Z_{Pb} = 82 \rightarrow$ domina pares //

(2.17) $E < 1\,MeV \to$ no hay producción de pares

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad , \quad x \in (0,t)$$

$$\mu = \frac{N_A}{A} \cdot \sigma_{total} \cdot \rho$$

densidad de blancos

$$\sigma_{tot} = \sigma_{ph} + \sigma_{co}$$

(2.18)
↳ μ efectivo → Ley de escala

$\rho(Na) = 22,9898\,u$
$\rho(I) = 126,9044\,u$ } $\rho_T(NaI) = 149,8942\,u$

$$\mu_g = \mu(Na)\frac{\rho_{Na}}{\rho_T} + \mu(I)\frac{\rho_I}{\rho_T} = 0,00509\,m^2/kg$$

$\mu(Na) = 0,00546\,m^2/kg$ $\qquad$ $\mu(I) = 0,00502\,m^2/kg$

↳ Valores sólo válidos para esta energía (1,25 MeV)
$\mu(E)$

(2.19)
$E = 1,5\,MeV$
$t = 25\,mm$
$\frac{\mu}{\rho} = 0,0047\,m^2/kg$
$\rho(NaI) = 3,67\,g/cm^3$

$$\to \frac{I(x=t)}{I_0(x=0)} = e^{-\frac{\mu}{\rho}\cdot\rho\cdot t} = 0,65$$

El 65% permanecen en el haz.
↳ Interaccionan el 35%.

$\mu \propto \sigma \to$ Método para medir secciones eficaces

(2.20)
$E = 140\,keV$
$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow$ 0 $\quad \mu_m(H) = 0,26\,cm^2/g$
$\mu_m(O) = 0,14\,cm^2/g$

→ Recorrido libre medio: $\lambda = \frac{1}{\mu}$

Agua: H_2O ... Ley de escala
↳ $\bar{\mu}_m = \frac{2}{18}\cdot\mu_m(H) + \frac{16}{18}\mu_m(O) = 0,153\,cm^2/g$

$\rho_{H_2O} = 1\,g/cm^3$

$$\lambda = \frac{1}{\mu_m \rho} = 6,52\,cm$$

(2.21)

$\tau_c = 150 ns$

$C = 150 pF$ } $RC = 1500 ns > \tau_c$

$R = 10 k\Omega$

↳ Da tiempo a recolectar toda la carga de la partícula útil para medir ~~la~~ energía incidente. → medio voltaje

Si fuese $RC < \tau_c$ sería útil para contar partículas.

(2.22)

$\varepsilon_{int} = 12\%$; $d = 20 cm$; $a = 5 cm = \frac{10 cm}{2}$ (radio)

$A_\gamma = 80\% \cdot 20 KBq = 16 KBq$

$N_{\gamma\, emitidos}(\Delta t = 100s) = 16 KBq \cdot 100 s = 1.600.000$

$$N_{\gamma\, detectados}(\Delta t = 100s) = \varepsilon_{int} \cdot \underbrace{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2+a^2}}\right)}_{1,5\%} \cdot N_{\gamma\, emitidos}$$

$= 2866$

(2.23) → Ver hoja aparte

(2.24)

GM, mica

^{14}C

$$\frac{I}{I_0} = 0,9 = e^{-\mu t} \longrightarrow t = -\frac{\ln 0,9}{\mu}$$

μ_{mica} ?

↳ Fórmula semiempírica

$$\frac{\mu}{\rho}\left(m^2/kg\right) = 1,7 \cdot E_{max}^{-1,14}$$

↳ Energía máxima de los electrones

$$T_{\beta^- max} = Q = M\left({}^{14}_{6}C\right) - M\left({}^{14}_{7}N\right) = \Delta\left({}^{14}_{6}C\right) - \Delta\left({}^{14}_{7}N\right)$$

→ Ferrer

$= 3,019 - 2,863 MeV = 0,156 MeV$

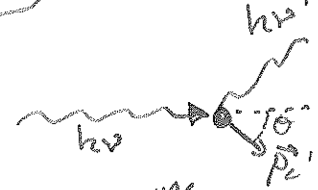
$E_{max} = E_{0e} + T_{\beta^- max} = 0,511 + 0,156 = 0,667 MeV$

↳ $\mu/\rho = 2,7\ m^2/kg$

↳ $\rho t = 0,04\ m^2/kg$

2.25

a)



$|\vec{p}_e'| = 1{,}5\ \mathrm{MeV}$ $(c=1)$

$$(h\nu + m_e, \vec{p}_\gamma) = (h\nu' + \sqrt{m_e^2 + p_e'^2}, \vec{p}_e' + \vec{p}_{\gamma'})$$

teoría

$$E_\gamma - E_\gamma' = T_e = \sqrt{p_e^2 + m^2} - m = 1{,}074\ \mathrm{MeV}$$

$$P_\gamma = (\overset{E_\gamma}{h\nu}, \vec{p}_\gamma)\ ;\ P_e = (m, \vec{0})\ ;\ P_{\gamma'} = (E_\gamma', \vec{p}_\gamma')\ ;\ P_{e'} = (E_e', \vec{p}_{e'})$$

$$P_\gamma + P_e = P_{\gamma'} + P_{e'} \rightarrow P_{\gamma'} = P_\gamma + P_e - P_{e'}$$ → métrica de Minkowski

$$\underset{0}{p_{\gamma}'^2} = \underset{m_e^2}{p_e^2} + 2p_\gamma p_e + \underset{0}{p_\gamma^2} + \underset{m_e^2}{p_e'^2} - 2p_e' p_\gamma - 2p_e p_e'$$

$$0 = 2m_e^2 + 2(E_\gamma, \vec{p}_\gamma)(m_e, \vec{0}) - 2(E_e', \vec{p}_e')(E_\gamma, \vec{p}_\gamma) - 2(E_e', \vec{p}_e')(m_e, \vec{0})$$

$$0 = 2m_e^2 + 2E_\gamma m_e - (2E_\gamma E_e' - 2|\vec{p}_e'|\underbrace{|\vec{p}_\gamma|}_{E_\gamma} \cdot \cos\theta) - 2E_e' m_e$$

$$0 = E_\gamma(m_e - (E_e' - |p_e'|\cos\theta)) + m_e(m_e - E_e')$$

$$\hookrightarrow E_\gamma = \frac{m_e(\overbrace{E_e' - m_e}^{T_e})}{|p_e'|\cos\theta - \underbrace{(E' - m_e)}_{T_e}} \longrightarrow E_e' = \sqrt{|p_e'|^2 + m_e^2} = 1{,}585\ \mathrm{MeV}$$

$\theta = 10^\circ$ $E_\gamma = 1{,}359\ \mathrm{MeV}$ //

$$E_\gamma' = E_\gamma - T_e = 0{,}286\ \mathrm{MeV}$$ //

b) $n = 1{,}33$

$\beta_{lim} = \frac{1}{n} = 0{,}75 \rightarrow E_e' = \gamma m c^2 = \sqrt{\frac{1}{1-\beta^2}}\, m_e c^2 = 0{,}78\ \mathrm{MeV}$

$|p_e'| = \sqrt{E_e'^2 - m_e^2} = 0{,}58\ \mathrm{MeV}$

$\theta_c = \mathrm{acos}\ 1 = 0^\circ$

$$E_{\gamma_{min}} = \frac{m_e(E_e' - m_e)}{p_e' - (E_e' - m_e)} = 0{,}423\ \mathrm{MeV}$$ //

2.26

$E_s \propto E \propto N_{detecciones} \longrightarrow \delta(N_{det}) = \sqrt{N_{det}}$ (estadística de Poisson)

$E = KN$ ... cte sin error

$$\hookrightarrow \frac{\delta(E)}{E} = \frac{K\sqrt{N}}{KN} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{E}}$$

↳ propagación de errores

$$\hookrightarrow E_s = A' \cdot E \longrightarrow \frac{\delta(E_s)}{E_s} = \frac{A' \cdot \delta(E)}{A' \cdot E} = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{E}} = \frac{A}{\sqrt{E}}$$ //

→ Ver hoja aparte para más explicaciones

Fernando Hueso González — Ejercicios del tema 2 de
Erica Alonso Sáez — Física Nuclear

(26) $^{7}Be + e^- \rightarrow {}^{7}Li + \nu_e$

$$Q_{ce} = M(^{7}Be) - M(^{7}Li).$$

Según el Krane: $M(^{7}Be) = 7'016928\ u = 6536'268137\ MeV$
$M(^{7}Li) = 7'016003\ u = 6535'406795\ MeV$

$$\boxed{Q_{ce} = 0'8616375\ MeV}$$

$$Q_{CE} = T_{^7Li} + E_{\nu_e}$$

$^{7}Li \rightarrow$ poco relativista: $T_{^7Li} = \frac{P_{^7Li}^2}{2M_{^7Li}}$

$\nu_e \rightarrow$ muy relativista: $E_{\nu_e} = P_{\nu_e}$

$P_{^7Li} = P_{\nu e}$: $Q_{CE} = \frac{P_{\nu e}^2}{2M_{^7Li}} + P_{\nu e}$.

$$\Rightarrow Q_{CE} = \frac{E_{\nu e}^2}{2M_{^7Li}} + E_{\nu e}$$

$$\rightarrow E_{\nu e} = \sqrt{M_{^7Li}^2 + 2QM_{Li}} - M_{Li} =$$

$$\boxed{0'861581\ MeV}$$

Por lo tanto, $E_{T_{Li}} = Q - E_{\nu} = 5'68 \cdot 10^{-5}$ Mev, $\ll Q$.

Casi toda la energía se la queda el neutrino.

(2.8) El $^{134}_{57}La$ está a 165'86 keV, por lo que, al decaer al estado fundamental por conversión interna tendremos que

$$Q_{ic} = 165'86 \text{ keV}.$$

a) Estos electrones provienen de la conversión interna que ocurre en la desexcitación del $^{134}_{57}La$

b) $Q_{ic} = T_i + B_i \Rightarrow B_i = Q_{ic} - T_i$

$T_K = 126'93$ keV $\longrightarrow$ $\boxed{B_K = 38'93 \text{ keV}}$

$T_L = 159'59$ keV $\longrightarrow$ $\boxed{B_L = 6'27 \text{ keV}}$

$T_{MNO} = 164'49$ keV $\longrightarrow$ $\boxed{B_{MNO} = 1'37 \text{ keV}}$

c) Son los niveles del La, que es donde se ha producido la C.I (Sin excitar)

2.17 Sabemos que $\frac{\phi(x)}{\phi_0} = e^{-\frac{N_A}{A}\sigma_{tot}\,\rho}$,

donde σ_{tot} es la suma de las secciones eficaces de los fotones para el efecto fotoeléctrico (σ_{ph}), el efecto compton (σ_c) y la producción de pares (σ_{pp}).

Como $Z_{Na} = 11$ y $Z_I = 53$, y hay el mismo número de átomos de Na y I, tomamos una Z efectiva = 32.

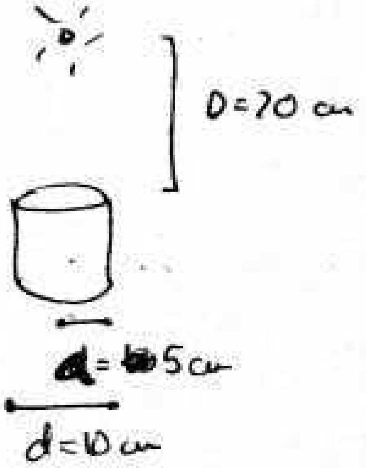
Para esta Z y E < 1 MeV, podemos olvidarnos de la producción de pares, pues $\sigma_{pp} \propto Z^2 E_\gamma^3$, que es despreciable frente a $\sigma_c \propto Z E_\gamma^{-2}$ y $\sigma_{ph} \propto Z^5 E_\gamma^{-\frac{7}{2}}$.

Debido a esto, para $E_\gamma < 1$ MeV podremos tener efecto compton (Si $E \sim 1$ MeV) y efecto fotoeléctrico (Si $E \ll 1$ MeV).

Así, $\sigma_{tot} = \text{const}\left(Z^5 E_\gamma^{-\frac{7}{2}} + Z E_\gamma^{-2}\right)$,

$$\frac{\phi(x)}{\phi_0} = e^{\frac{N_A}{A}\text{const}\cdot 32\left(E_\gamma^{-2} + 32^4 E_\gamma^{-\frac{7}{2}}\right)}.$$

2.22



$A = 20\ kBq \rightarrow 20\,000 \frac{\text{desintegraciones}}{s}$

→ Como son un 80% fotones:

$A_\gamma = 16.000\ Bq.$

Si N son los fotones que llegan al detector,

$$N = A_\gamma \frac{\Omega}{4\pi} = A_\gamma \frac{1}{2}\left(1-\frac{D}{\sqrt{D^2+a^2}}\right) = 239 \frac{\text{fotones}}{s}.$$

Como tiene una eficiencia del 12%, se detectarán $0'12 \cdot 239 = 28'66 \frac{\text{fotones}}{s}$.

Si contamos durante 100 s, tendremos 2.866 fotones

2.24 Tenemos que $\underbrace{\frac{N(x)}{N_0}}_{0'9} = e^{-\mu_{mica} d}$ (d = espesor).

(μ: coef absorción de la mica)

$$\rightarrow \ln 0'9 = -\mu_{mica} \cdot d \rightarrow \boxed{d = \ln\left(\frac{10}{9}\right) \cdot \frac{1}{\mu_{mica}}}$$

(2.25)

b) Para ver radiación Cerenkov, $\beta > \frac{1}{n}$

$\Rightarrow \beta > \frac{1}{1'33}$.

Tenemos que $p = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}$, así que

$E_{e^-} = m\sqrt{1 + \frac{1}{1-\beta^2}}$

Para ver la radiación, $E_{e^-} > m_e\sqrt{1 + \frac{1}{1-\frac{1}{1'33^2}}}$

$\Rightarrow E_e > m_e \cdot 1'817 =$

$0'511 \text{ MeV} \cdot 1'817 = 0'928 \text{ MeV}$.

Si la energía del e^- es mayor que 0'928 MeV, veremos radiación Cerenkov.

Como $E_\gamma = \frac{m_e(E_e' - m_e)}{p_e' \cos\theta - (E_e' - m_e)}$, la mínima será para $\cos\theta = 1$ $\rightarrow$

$$E_r > \frac{m_e\,(E_e' - m_e)}{p_e' \cdot (E_e' - m_e)} = \underline{0'423\ \text{MeV}}$$

Fernando Hueso González
Erica Alcusa Sáez

(2.7) ${}^{18}_{9}F \xrightarrow[\nu]{\beta^+} {}^{18}_{8}O$ (desintegración β^+)

a) Calor de reacción: masa nuclear, $m_\nu \ll M_n$, masa atómica

$$Q_{\beta^+} = M_n({}^{18}_{9}F) - M_n({}^{18}_{8}O) = M({}^{18}_{9}F) - M({}^{18}_{8}O) - 2m_e$$

valores del Krane

$$= (18{,}000937 - 17{,}999160) \times 931{,}494028\ MeV - 2 \times 0{,}511\ MeV$$

$$= 1{,}6552648\ MeV - 1{,}022\ MeV = 0{,}633265\ MeV$$

$Q_{\beta^+} > 0 \rightarrow$ es posible que se de esta reacción espontáneamente.
(competirá con CE)

b) $Q_{\beta^+} = T_{\beta^+} + T_\nu + T_{no}$ (positrón; retroceso nuclear del O despreciable)

$$T_{\beta^+} = Q_{\beta^+} - T_\nu \longrightarrow T_{\beta^+}\big|_{max} = Q_{\beta^+} \quad (\text{cuando } T_\nu = 0)$$

$$= 0{,}633265\ MeV = 633{,}3\ keV$$

c) $Q_{CE} = Q_{\beta^+} + 2m_e = M({}^{18}_{9}F) - M({}^{18}_{8}O) = 1{,}655265\ MeV \quad (> 2m_e)$
(compite con β^+)

También podría haber (en este caso no se da) fotones de otra energía si la desintegración β^+ fuese a un estado excitado de ${}^{18}O$.
⊛ En CE se pueden producir también fotones (rayos X).

~~d) Que un 193% de las desintegraciones no van al oxígeno en estado fundamental sino que pasan por un estado excitado ${}^{18}_{8}O^*$ (511 keV por encima del fundamental) (y 122 keV por debajo de ${}^{18}_{9}F$). Al desexcitarse al fundamental libera un fotón γ de 511 keV. El ~~[illegible]~~% restante va directamente al fundamental sin emitir γ en ningún paso intermedio.~~ ~~$Q_{\beta^+}' = Q_{\beta^+} - 511\ keV = 122\ keV$ o directamente~~

d) Las γ's de 511 keV son fotones de aniquilación, es decir, se han producido al aniquilarse un positrón β^+ de la desintegración con un electrón. $\rightarrow \underbrace{m_{e^-} + m_{\beta^+}}_{= 2m_{e^-}} = \underbrace{E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2}}_{= 2E_\gamma} \rightarrow E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2} = 511\ keV = m_e$

Por tanto, se producen 193 fotones por cada 100 desintegraciones (193% extraído de nucleide.org), lo cual es posible pues de cada desintegración β^+ sale un positrón, y de cada positrón, al encontrarse con un electrón, salen dos fotones. Es decir, el 96,86% de las desintegraciones serán tipo β^+ dando lugar a 2 γ de aniquilación. El 3,14% restante será conversión electrónica. ⊛

2.14

Fórmula de Bethe-Bloch, según nuestros apuntes de teoría:

$$-\frac{dT}{dx} = S \simeq \rho K \cdot \frac{Z}{A}\frac{z}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_ec^2\beta^2\gamma^2}{I}\right) - \beta^2\right] \quad ; \quad \gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \; ; \; \alpha = \frac{2m_ec^2}{I}$$

$; K = 0{,}308 \, \mathrm{MeV\,\frac{cm^2}{g}}$ ↳ parámetro adimensional

$$= K\rho\frac{Z}{A}\left[\frac{1}{\beta^2}\ln\left(\alpha\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\right) - 1\right] \rightarrow \text{Cambio de variable } t = \beta^2$$

$$= -K\rho\frac{Z}{A}\left[\frac{1}{t}\ln\frac{\alpha t}{1-t} - 1\right] \rightarrow \text{Buscamos el valor mínimo en función de } t$$

↳ $\frac{dS}{dt} = 0$

$$\frac{dS}{dt} = -K\rho\frac{Z}{A}\left[-\frac{1}{t^2}\ln\frac{\alpha t}{1-t} + \frac{1}{t}\cdot\frac{(1-t)}{t}\cdot\left(\frac{1}{1-t} + \frac{t}{(1-t)^2}\right)\right]$$

$$= -\frac{K\rho Z}{A}\cdot\frac{1}{t^2}\left[-\ln\frac{\alpha t}{1-t} + 1 + \frac{t}{1-t}\right] = -K\frac{Z^2}{A}\cdot\frac{1}{t^2}\left[\frac{1}{1-t} - \ln\frac{\alpha t}{1-t}\right] = 0$$

↳ $\frac{1}{1-t} - \ln\frac{\alpha t}{1-t} = 0$ → Tenemos que comprobar por ordenador

$= \frac{1}{1-t} - \ln\alpha + \ln\left(\frac{1-t}{t}\right) = 0 = \frac{1}{1-t} - \ln\frac{t}{1-t} - \ln\alpha$

que la solución t (raíz de la ecuación) es aproximadamente constante para distintos valores de α.

$$\alpha_{Pb} = \frac{2m_ec^2}{I_c} = \frac{1{,}022\,\mathrm{MeV}}{78\cdot 10^{-6}\,\mathrm{MeV}} = 13103$$

$$\alpha_c = \frac{1{,}022}{823\times 10^{-6}} = 1242$$

Mediante representación gráfica o por Newton-Raphson obtenemos las siguientes raíces:

$(t_0)_{Pb} = 0{,}89169$ $\qquad$ $(t_0)_c = 0{,}91573$

Por tanto: $\beta^2\gamma^2 = \frac{t}{1-t} \rightarrow \beta\gamma = \sqrt{\frac{t}{1-t}}$

$(\beta\gamma)_{Pb} = 2{,}9$ $\qquad$ $(\beta\gamma)_c = 3{,}3$ $\qquad$ Aproximamos → $\beta\gamma \simeq 3$ ($\sim$ cte $\forall\alpha$)

Sustituyendo ahora $\beta\gamma \simeq 3$ ↳ $\beta = \sqrt{9/10}$ en la fórmula de Bethe-Bloch, obtenemos:

$$\frac{(S)_{Pb}}{\rho} = \frac{0{,}308\,\mathrm{MeV\,cm^2/g}}{1}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{82}{207}\cdot\left(\ln(1242\cdot 9) - \frac{9}{10}\right) = 1{,}142\,\mathrm{MeV\,cm^2/g}$$

$$\frac{(S)_c}{\rho} = 0{,}308\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{6}{12}\cdot\left(\ln(13103\cdot 9) - \frac{9}{10}\right) = 1{,}844\,\mathrm{MeV\,cm^2/g}$$

Fernando Hueso González
Erica Alegría Sáez

Y en general para las "mip" de cualquier material:

$$S \approx 0{,}308\ \text{MeV}\frac{cm^2}{g}\cdot\rho\cdot\frac{Z}{A}\cdot\frac{10}{9}\left[\ln\left(9\cdot\frac{1{,}022\ \text{MeV}}{I}\right)-\frac{9}{10}\right]$$

$$= 0{,}342\ \text{MeV}\frac{cm^2}{g}\cdot\rho\cdot\frac{Z}{A}\left[\ln\left(\frac{9{,}198\ \text{MeV}}{I}\right)-0{,}9\right]$$

2.18

$\bar{\mu}(Na) = 0{,}00546\ m^2/kg$; $\bar{\mu}(I) = 0{,}00502\ m^2/kg$

$\bar{\mu}(NaI)$? → Aplicamos leyes de escala:

$$\bar{\mu} = \sum_i w_i \bar{\mu}_i$$
↳ proporción másica

↳ $\bar{\mu}(NaI) = \dfrac{23 \times 0{,}00546\ m^2/kg + 127 \times 0{,}00502\ m^2/kg}{150} = 0{,}00509\ m^2/kg$

Hemos supuesto núcleos sin isótopos (isotópicamente puros).
Un cálculo más exacto podría realizarse con masas atómicas restando las masas de los electrones. (masas nucleares). ↳ Krane

2.23

Q6

$a = 25\ \mu m$
$b = 25\ mm$ → $V_0 = 1000 V$
$I = 23 eV$

↳ Asimilamos a un conductor cilíndrico: campo en el interior: (según apuntes de Loria)

$\vec{E} = \dfrac{V_0}{\ln b/a}\cdot\dfrac{1}{r}\ \hat{u}_\rho$ ... cilíndricas $\quad e^- \dashrightarrow a$ (r_1, r_2)

Suponemos que el e^- va en un plano z = cte hacia el ánodo (centro): $\vec{v} \propto -\hat{u}_\rho$, $d\vec{r} \propto -\hat{u}_\rho$

Adquiere la siguiente energía cinética yendo desde r_1 a r_2: $(r_1 > r_2)$

$$\Delta E_{cin} = \int_{r_2}^{r_1}(-e)\cdot\vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{eV_0}{\ln b/a}\int_{r_2}^{r_1}\frac{1}{r}\hat{u}_\rho(dr)\cdot(-\hat{u}_\rho) = \frac{eV_0}{\ln b/a}\cdot\ln\frac{r_1}{r_2}$$

Para evaluar el aumento en 1 mm → $r_1 = r_2 + 1mm$
y queremos que el e^- adquiera 23 eV en energía cinética (valor mínimo para poder ionizar el helio.

$$\frac{23\ eV}{eV_0}\cdot\ln\frac{b}{a} = \ln\left(1+\frac{1mm}{r_2}\right) \rightarrow \frac{1mm}{r_2} = \exp\left(\frac{23}{1000}\ln 1000\right) - 1$$

↳ $r_2 = 5{,}81\ mm$; $r_1 = 6{,}81mm$ → Por tanto para valores $r_1 \leq 6{,}81mm$ gana suficiente energía para ionizar el helio en 1mm.

(2.26)

Resolución: $\frac{\Delta E_s}{E_s} = \frac{A}{\sqrt{E}} \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$ → detector: calorímetro electromagnético

La energía de muestreo E_s, según los apuntes de teoría, proporcional al número de pares de portadores de carga en un detector, así como a la energía necesaria para crear un par electrón-ion $\overset{\text{genérico}}{(\omega)}$. (modo pulso)
$E_s \propto N \pm \omega$

En el caso del calorímetro, se produce una cascada de partículas y E_s es proporcional a los N procesos de la misma hasta ser absorbida totalmente la generadora original (primaria).
Como N se presupone proporcional a la energía de la partícula incidente, $E_s \underset{\propto N}{\propto E}$ (N: segmentos de traza) → $E_s \propto N$. → $E_s = \alpha N$
Además el error estadístico del contaje N es $\sqrt{N}$. $N = \beta \cdot E$ ... cte.

$$\overset{\text{error}}{\delta}(E_s) = \alpha \cdot \delta(N) = \alpha \; N \cdot \frac{\delta(N)}{N} = E_s \cdot \delta_{rel}(N) = E_s \cdot \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{E_s}{\sqrt{N}}$$

$$\frac{\delta(E_s)}{E_s} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \delta_{rel}(E_s) \overset{\text{como } N = \beta \cdot E}{=} \frac{1}{\sqrt{\beta \cdot E}} = \frac{A}{\sqrt{E}} \; //$$

comparando con enunciado $A = \frac{1}{\sqrt{\beta}}$

Fernando Illueso González
Erica Alonso Sáez

(3.1)

a) $F(\vec{q}) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho(\vec{r}) \cdot e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \cdot d^3\vec{r}$ → factor de forma nuclear es la transformada de Fourier de la distribución de carga.

Si ρ tiene simetría esférica: → $\rho(r)$ → r: coordenada radial esféricas

↳ $F(\vec{q}) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho(r) \cdot e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \cdot r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi$

sin pérdida de generalidad

Definimos el sistema de coordenadas esféricas localmente, a partir del valor fijo $\vec{q}$, de manera que el eje z sea paralelo a $\vec{q}$. En ese caso, $\vec{r}\cdot\vec{q} = r \cdot q \cdot \cos\theta$

↳ ángulo entre vectores = ángulo polar

↳ $F(q) = \int_0^\infty \rho(r) \cdot r^2 dr \int_0^\pi e^{iqr\cos\theta} \sin\theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \int_0^\infty \rho(r) r^2 dr \left[\frac{-1}{iqr} e^{iqr\cos\theta} \right]_0^\pi$

$= \frac{2\pi}{q} \int_0^\infty \rho(r) r \, dr \left[\frac{-2}{2i} \left(e^{iqr\cdot(-1)} - e^{iqr\cdot 1} \right) \right] = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \rho(r) \cdot r \, dr \, \sin(qr)$

Esta relación también se puede demostrar con las propiedades de la transformada de Fourier de funciones radiales (transformación de Hankel, usando funciones de Bessel)

b) Partiendo del resultado anterior, desarrollamos $\sin(qr)$ cuando $qr \ll 1$

$\sin(qr) \approx qr - \frac{1}{3!}(qr)^3$

↳ $F(q) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \rho(r) \cdot r \, dr \cdot qr \left(1 - \frac{1}{6}(qr)^2\right) = \int_0^\infty \rho(r) \underbrace{4\pi r^2 dr}_{S\,dV} - \frac{1}{6} q^2 \underbrace{\int_0^\infty r^2 \rho(r) 4\pi r^2 dr}_{\langle r^2 \rangle}$

Se normaliza $F(0) = \underset{\underset{\text{z (protón)}}{\shortparallel}}{1} = \int_0^\infty \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr$

Por tanto:

$F(q) = 1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle$

donde $\langle r^2 \rangle = \frac{\langle \psi | r^2 | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = \frac{\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \psi^* \cdot \psi \cdot r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi}{\int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \psi^* \cdot \psi \cdot r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi} = \frac{\int_0^\infty r^2 \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr}{\underbrace{\int_0^\infty \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr}_{=1}}$

donde $|\psi|^2 = \rho(r)$

c) Partimos de $F(q) = \frac{4\pi}{q}\int_0^\infty \sin(qr)\cdot r\cdot \rho(r)\cdot dr$

$\rho = \rho_0 e^{-Mr}$; $M \equiv M_V$

$\Rightarrow F(q) = \frac{4\pi\rho_0}{q}\int_0^\infty e^{-Mr}\sin(qr)\cdot r\,dr$ $\Rightarrow$ Integremos por partes: $dv = e^{-Mr}dr$; $u = r\sin(qr)$

$$= \frac{4\pi\rho_0}{q}\Big[\underbrace{-\frac{1}{M}e^{-Mr}r\sin(qr)\Big|_0^\infty}_{\text{se anula en ambos extremos}} + \frac{1}{M}\int_0^\infty e^{-Mr}dr\,(\sin qr + qr\cos qr)\Big] = \frac{4\pi\rho_0}{qM}(A + Bq)$$

$$A = \int_0^\infty e^{-Mr}\sin qr\,dr \overset{\text{por partes}}{=} -\frac{1}{M}\sin qr\, e^{-Mr}\Big|_0^\infty + \frac{1}{M}\int_0^\infty e^{-Mr}q\cos qr\,dr \overset{\text{por partes}}{=} \frac{q}{M}\Big(-\frac{1}{M}\cos qr\, e^{-Mr}\Big|_0^\infty - \frac{1}{M}\int_0^\infty e^{-Mr}q\sin qr\,dr\Big)$$

$$= \frac{q}{M}\Big(+\frac{1}{M} - \frac{q}{M}A\Big) = \frac{q}{M^2} - \frac{q^2}{M^2}A$$

$$\Rightarrow A\Big(1 + \frac{q^2}{M^2}\Big) = \frac{q}{M^2} \Rightarrow A = \frac{q/M^2}{1 + q^2/M^2}$$

$$B = \int_0^\infty e^{-Mr}r\cos qr\,dr \overset{\text{por partes}}{=} \underbrace{-\frac{1}{M}e^{-Mr}r\cos qr\Big|_0^\infty}_{0} + \frac{1}{M}\int_0^\infty e^{-Mr}dr\,(\cos qr - rq\sin qr)$$

$$= \frac{1}{M}\Big(C - \frac{q^2F}{4\pi\rho_0}\Big)$$

$$C = \int_0^\infty e^{-Mr}\cos qr\,dr \overset{\text{por partes}}{=} -\frac{1}{M}e^{-Mr}\cos qr\Big|_0^\infty - \frac{1}{M}\int e^{-Mr}dr\,q\sin qr = \frac{1}{M} - \frac{q}{M}\cdot A$$

$$\Rightarrow F = \frac{4\pi\rho_0}{qM}\Big(\frac{q/M^2}{1+q^2/M^2} + \frac{q}{M}\Big(\frac{1}{M} - \frac{q}{M}\frac{q/M^2}{1+q^2/M^2} - \frac{q^2F}{4\pi\rho_0}\Big)\Big)$$

$$= \frac{4\pi\rho_0}{qM}\Big(\frac{q/M^2}{1+q^2/M^2} + \frac{q}{M^2} - \frac{q^3}{M^4}\frac{1}{1+q^2/M^2} - \frac{q^3F}{M4\pi\rho_0}\Big)$$

$$F = \frac{4\pi\rho_0}{qM}\Big(\frac{q/M^2 + q/M^2 + q^3/M^4 - q^3/M^4}{1+q^2/M^2}\Big) - \frac{q^2F}{M^2}$$

$$F\Big(1 + \frac{q^2}{M^2}\Big) = \frac{8\pi\rho_0}{M^3}\frac{1}{1+q^2/M^2} \Rightarrow F = \frac{8\pi\rho_0}{M^3}\Big(1 + \frac{q^2}{M^2}\Big)^{-2}$$

y normalizando $F(0) = 1 = \frac{8\pi\rho_0}{M^3} \rightarrow \rho_0 = \frac{M^3}{8\pi} \rightarrow F(q) = \Big(1 + \frac{q^2}{M_V^2}\Big)^{-2}$

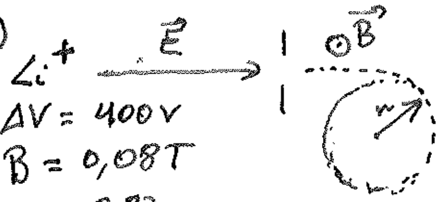
Por último:

$$\langle r^2\rangle = \frac{\int r^2\rho\,dV}{\underbrace{\int\rho\cdot dV}_{=1}} = \int_0^\infty \rho_0\cdot e^{-Mr}\cdot r^2\cdot 4\pi r^2dr = \frac{M^3}{8\pi}\cdot 4\pi\int_0^\infty e^{-Mr}r^4dr \overset{x=Mr}{=} \frac{M^3}{2M^5}\int_0^\infty \underbrace{e^{-x}x^4dx}_{\Gamma(5)}$$

$$= \frac{1}{2M^2}\cdot 4! = \frac{12}{M^2} \overset{\text{unidades naturales, recuperar dimensiones}}{=} 12\frac{\hbar^2\cdot c^2}{M^2} = \Big(\sqrt{12}\cdot\frac{6{,}58211899\times10^{-16}\,\text{eVs}\cdot 299792458\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}84\cdot 10^{9}\,\text{eV}}\Big)^2 = (0{,}8137627\,\text{fm})^2 \simeq (0{,}8\,\text{fm})^2$$

3.1 ! → Ver hoja aparte

3.2



$\Delta V = 400\,V$

$B = 0{,}08\,T$

$r_1 = 8{,}83\,cm$

$r_2 = 9{,}54\,cm$

Aceleración inicial → no relativista, $T \ll m_{Li}$

$$T = q \cdot \Delta V = 400\,eV = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2T}{m}}$$

Órbita circular

Centríf = Lorentz

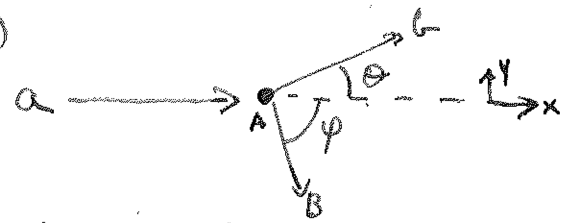
$$m\frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \rightarrow \frac{m}{r} \cdot v = q\,B \rightarrow \frac{m^2}{r^2} v^2 = q^2 B^2$$

$$\hookrightarrow m^2 \frac{2T}{m} = r^2 q^2 B^2 \rightarrow m = \frac{1}{2}\frac{q^2 r^2 B^2}{q \cdot \Delta V} = \frac{1}{2}\frac{qB^2}{\Delta V} r^2$$

$$\hookrightarrow m_1 = 9{,}99 \cdot 10^{-27}\,kg \;// \rightarrow M_1 = \frac{m_1}{1{,}66 \times 10^{-27}\,kg/u} = 6{,}02\,u \rightarrow A_1 = 6 \hookrightarrow {}^6_3Li \;//$$

$$\hookrightarrow m_2 = 11{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \;// \rightarrow M_2 = \frac{m_2}{1{,}66 \times 10^{-27}\,kg/u} = 7{,}02\,u \rightarrow A_2 = 7 \hookrightarrow {}^7_3Li \;//$$

3.3



(dispersión tipo Compton)

Partimos del caso ~~no~~relativista:

$\vec{p_a} = p_a \hat{x}$; $\vec{p_b} = p_b(\cos\theta, \sin\theta)$

$\vec{p_A} = \vec{0}$; $\vec{p_B} = p_B(\cos\varphi, -\sin\varphi)$

Conservación de p $\begin{cases} p_a = p_b\cos\theta + p_B\cos\varphi \rightarrow p_B\cos\varphi = p_a - p_b\cos\theta \\ p_b\sin\theta = p_B\sin\varphi \end{cases}$

$$(p_B\cos\varphi)^2 + (p_B\sin\varphi)^2 = p_B^2 = p_b^2\sin^2\theta + p_a^2 + p_b^2\cos^2\theta - 2p_ap_b\cos\theta$$

$$= p_a^2 + p_b^2 - 2p_ap_b\cos\theta \quad ; \quad p^2 = 2mT$$

o bien más fácil: $\vec{p_a} = \vec{p_b} + \vec{p_B} \rightarrow \vec{p_B} = \vec{p_a} - \vec{p_b} \rightarrow p_B^2 = p_a^2 + p_b^2 - 2p_ap_b\cos\theta$

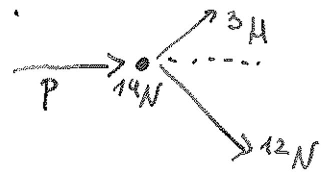
$$2m_BT_B = 2m_aT_a + 2m_bT_b - 2\sqrt{4m_am_bT_aT_b}\cos\theta$$

$$\hookrightarrow T_B = \frac{m_a}{m_B}T_a + \frac{m_b}{m_B}T_b - \frac{2}{m_B}\sqrt{m_am_bT_aT_b}\cos\theta$$

$$Q = M_{in} - M_{fin} = T_b + \underset{\text{sustituir}}{T_B} - T_a$$

$$= T_b\left(1+\frac{m_b}{m_B}\right) + T_a\left(\frac{m_a}{m_B}-1\right) - \frac{2}{m_B}\sqrt{T_a T_b m_a m_b}\cos\theta \quad //$$

b)



$$Q = -22{,}135\ MeV = M_{in} - M_{fin} = M_n(p) + M_n(^{14}N) - M_n(^{3}H) - M_n(^{12}N)$$

$$= M(^1_1H) + M(^{14}_7N) - M(^3_1H) - M(^{12}_7N)$$

$$= \Delta(^1_1H) + \Delta(^{14}_7N) - \Delta(^3_1H) - \Delta(^{12}_7N)$$

↳ $M(^{12}_7N) = 7u + \Delta(^{14}_7N) = 7u + \Delta(^1_1H) + \Delta(^{14}_7N) - \Delta(^3_1H) - Q$ → Ferrer

$= \cancel{7u+}\ 2863\,keV + 7288\,keV - 14949\,keV - (-22135)\,keV$

$= 12u + 17337\,keV = 11.195.265\,keV = 12{,}0186\,u$ //

↳ $\times 931\ MeV/u$ ↳ coincide con el valor dado para $\Delta(^{12}_7N)$

(3.4)

a) S_n, S_p

	S_n (MeV)	S_p (MeV)	
$^{17}_8O_9$	4,14	13,78	→ 1 neutrón desapareado; S_n baja → quiere eliminar para capa cerrada → $^{16}_8O_8$ (muy estable) doble mágico; S_p alta → mágico en p
$^{17}_9F_8$	16,81	0,60	→ 1 protón desapareado → S_p baja, quiere ir al $^{16}_8O_8$, $S_p(F) < S_n(O)$ porque en este caso está favorecido por la repulsión de protones (Coulomb); S_n alta, mágico en n
$^{41}_{20}Ca_{21}$	8,36	8,89	→ Neutrón desapareado → $S_n < S_p$
$^{41}_{21}Sc_{20}$	16,19	1,09	→ protón desapareado, quiere ir al $^{40}_{20}Ca_{20}$ ↳ 2x mágico

Núcl. espejo:
Neutrones desapareados → $S_n^{(1)} < S_p^{(1)}$
Protones " → $S_p^{(2)} < S_n^{(2)}$
} $S_p^{(2)} < S_n^{(1)}$ → Coulomb favorece // → sistemático

Capas llenas: difícil arrancar

b) $^{16}_8O_8$ — S_n (MeV): $15{,}66 < 16{,}81$ ($S_n\,^{17}_9F_8$) — S_p (MeV): $12{,}13 < 13{,}78$ ($S_p\,^{17}_8O_9$)

↳ Doble mágico, capas llenas, S_n; S_p alto, cuesta arrancar

$^{17}_9F_8$; $^{17}_8O_9$ mágico simple (N, P)

S_n y S_p son menores para $^{16}_8O_8$ respectivamente porque en $^{17}_8O_9$ y $^{17}_9F_8$ arrancar uno u otro supone alejarse más del valle de estabilidad $|Z-N| = 2$, mientras que si arrancas de $^{16}_8O_8$ → $|Z-N| = 1$

c) Nº mágicos

	Sn (MeV)	Sp (MeV)
$^{56}_{28}Ni_{28}$	15	8
$^{57}_{28}Ni_{29}$	5	8,5
$^{57}_{29}Cu_{28}$	16	1,5

→ Órdenes de magnitud, interpolando a ojo de tabla "Cuadro 1", siguiendo tendencias sistemáticas

∴ Comparemos con valores exactos:

$$S_n(\text{MeV}) = [M_{fin} - M_{in}] = M\left({}^{A-1}_{Z}X_{N-1}\right) + m_n - M\left({}^{A}_{Z}X_{N}\right) = \Delta\left({}^{A-1}_{Z}X_{N-1}\right) + \Delta(n) - \Delta\left({}^{A}_{Z}X_{N}\right)$$

$$S_p(\text{MeV}) = M\left({}^{A-1}_{Z-1}X_{N}\right) + M\left({}^{1}_{1}H\right) - M\left({}^{A}_{Z}X_{N}\right)$$

$$= \Delta\left({}^{A-1}_{Z-1}X_{N}\right) + \Delta\left({}^{1}_{1}H\right) - \Delta\left({}^{A}_{Z}X_{N}\right)$$

Se obtiene: ↳ valores del Fener

	Sn (MeV)	Sp (MeV)
$^{56}_{28}Ni_{28}$	16,64	7,165
$^{57}_{28}Ni_{29}$	10,249	7,331
$^{57}_{29}Cu_{28}$	16,781	0,694

El único valor que se sale de la tendencia es $S_n(^{57}_{28}Ni)$, ↳EXCEPCIÓN, el resto coinciden en orden y comparativamente.

3.5

$$M(Z,N) = Z\,M(^1H) + N m_n - E_B(Z,N)/c^2$$

$$E_B = \alpha_V A - \alpha_S A^{2/3} - \alpha_C Z(Z-1)A^{-1/3} - \alpha_A (A-2Z)^2 A^{-1} - \delta$$

↓

Para A fijo → Z más estable se da cuando E_L se maximiza, es decir M se minimiza (mínimo de la parábola de masas).

$$M(Z,N) = M(Z,A) = Z M(^1H) + A m_n - Z m_n - E_B(Z,N)$$

$$= Z(m_p - m_n) + \alpha_C \underbrace{Z(Z-1)}_{Z^2 - Z} A^{-1/3} + \alpha_A (A-2Z)^2 A^{-1} + ctes(A)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = \overset{\nearrow \text{extremo}}{0} = (m_p - m_n) + \alpha_C (2Z_{min} - 1)A^{-1/3} + 2\alpha_A (A - 2Z_{min})\cdot(-2)A^{-1} + 0$$

$$= (m_p - m_n) + Z_{min}(2\alpha_C A^{-1/3} + 8A^{-1}\alpha_A) - \alpha_C A^{-1/3} - 4\alpha_A$$

$$\hookrightarrow Z_{min} = \frac{(m_n - m_p) + \alpha_C A^{-1/3} + 4\alpha_A}{2\alpha_C A^{-1/3} + 8\alpha_A \cdot A^{-1}} = A\,\frac{\dfrac{m_n - m_p}{4\alpha_A} + \dfrac{\alpha_C}{4\alpha_A} + 1}{\dfrac{\alpha_C}{2\alpha_A}A^{2/3} + 2}$$

Como $m_n \approx m_p$, $m_n - m_p = 0{,}783\,\text{MeV} \ll 4\alpha_A \sim 80\,\text{MeV}$ y $\frac{\alpha_C}{4\alpha_A} = 0{,}008 \ll 1$, simplificamos a:

$$Z_{min} = \frac{A}{2 + 0{,}015\cdot A^{2/3}} \overset{\text{para A pequeños}}{\simeq} A/2$$

b) $^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{231}_{90}Th + \alpha$

iii) α: $T_\alpha = Q_\alpha / \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{^{231}_{90}Th}}\right)$ → ver demo en teoría a partir de conservación del momento

→ Ferrer

$Q_\alpha = \Delta(^{235}U) - \Delta(^{231}Th) - \Delta(^{4}He) = 40920 - 33817 - 2424$ KeV

$= 4,679$ MeV → $T_\alpha = Q_\alpha / \left(1 + \frac{4}{231}\right) = 4,599$ MeV

>0 → se da espontáneamente en la naturaleza.

i) $^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{91}Pa + p$

$Q_p = \Delta(^{235}U) - \Delta(^{234}Pa) - \Delta(^{1}H) = -6,709$ MeV

→ sin sentido calcular T_p.

ii) $^{235}_{92}U_{143} \longrightarrow {}^{234}_{92}U_{142} + n$

$S_p = 6,709$ MeV

<0 no se dan en la naturaleza espontáneamente

$Q_n = \Delta(^{235}U) - \Delta(^{234}U) - \Delta(^{1}_{0}n) = -5,297$ MeV

→ sin sentido calcular T_n.

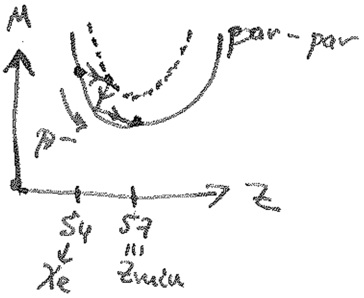
$S_n = 5,297$ MeV

Por tanto, ^{235}U sólo se desintegra espontáneamente vía alfa.

Se pueden obtener resultados similares utilizando la fórmula semiempírica en lugar de valores tabulados.

c) $^{138}_{54}Xe_{84} \xrightarrow{\beta^-} {}^{138}_{55}Cs + \beta^- + \overline{\nu_e}$

$^{138}_{54}Xe_{84} \xrightarrow[\beta^+]{} {}^{138}_{53}I_{85} + \beta^+ + \nu_e$



$Z_{min} = \frac{A}{2 + 0,015 A^{2/3}} \approx 57$

↓ form. semiempírica

Par → Par - par ☆

Impar - impar

Para aumentar Z y llegar a $Z_{min} = 57$ (más estable), debe desintegrarse vía β^- (conservación de carga). en tres ocasiones.

Otra manera de verlo es calcular el calor de reacción:

$Q_{\beta^-} = \Delta(^{138}_{54}Xe) - \Delta(^{138}_{55}Cs) = -80150\ \text{keV} - (-82887)\ \text{KeV}$

$= 2,737$ MeV > 0 → se da en la naturaleza

$Q_{\beta^+} = \Delta(^{138}_{54}Xe) - \Delta(^{138}_{53}I) - 2m_e = -80150\ \text{KeV} - (-72330)\ \text{KeV} - 1022\ \text{KeV}$

$= -8,842$ MeV < 0 → no se da

3.6

Deuterón $\rightarrow p+n \rightarrow \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}}$

$J^P = 1^+ \longrightarrow J = 1\ ;\ P = +1$

L Letra

$0 \rightarrow s$

$1 \rightarrow p$

$2 \rightarrow d$

Singlete $^1p_1 \rightarrow \vec{s} = \vec{0}$

Triplete $^3s_1, {}^3p_1, {}^3d_1 \rightarrow \vec{s} = \vec{1}$

$$\vec{J} = \underbrace{\vec{S_n} + \vec{S_p}}_{\equiv \vec{S}} + \vec{L} = \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{L} = \vec{L} + \begin{cases} \vec{1} \ \dots \text{triplete} \\ \vec{0} \ \dots \text{singlete} \end{cases}$$

$^1p_1 \rightarrow \vec{s} = \vec{0},\ \vec{L} = \vec{1} \longrightarrow \vec{J} = \vec{1} + \vec{0} \rightarrow J = 1$ ✓

$^3s_1 \rightarrow \vec{s} = \vec{1},\ \vec{L} = \vec{0} \longrightarrow \vec{J} = \vec{S} = \vec{1} \rightarrow J = 1$ ✓

$^3p_1 \rightarrow \vec{s} = \vec{1},\ \vec{L} = \vec{1} \longrightarrow \vec{J} = \vec{1} + \vec{1} \rightarrow J = 0, 1, 2 \ldots$ (✓ en 1)

$^3d_1 \rightarrow$ " $,\ \vec{L} = \vec{2} \longrightarrow \vec{J} = \vec{1} + \vec{2} \rightarrow J = 1, 2, 3$ (✓ en 1)

Por otro lado, la paridad es $+1$, y la función de onda del deuterón es $(-1)^L = + \Rightarrow L$ debe ser par.

$P(n) \cdot P(p) = 1 \cdot 1$

Sólo son posibles por ahora $^3s_1$, $^3d_1$.

El momento magnético total del deuterón:

$$\vec{\mu_d} = \frac{\mu_N}{\hbar} \left(g_s^{(p)} \cdot \vec{S_p} + g_s^{(n)} \vec{S_n} + g_\ell^{(p)} \vec{l_p} + g_\ell^{(n)} \vec{l_n} \right) = \ldots \overset{\text{teoría, Landé (ver Ferrer)}}{=}$$

$= \dfrac{\mu_N}{2\hbar} g \vec{J}$, donde el factor de Landé

$$g \equiv 1 + (g_s^{(p)} + g_s^{(n)} - 1) \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$\mu_d = \langle \mu_{d,z} \rangle_{J_z = J} = \frac{\mu_N}{4(J+1)} \left\{ 2J(J+1) + (g_s^{(p)} + g_s^{(n)} - 1)(J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)) \right\}$$

$^3s_1$ $(S=1, L=0, J=1) \rightarrow \mu_d = 0,8798035\ \mu_N$

$^3d_1$ $(S=1, L=2, J=1) \rightarrow \mu_d = 0,3100983\ \mu_N$

$\rightarrow$ Valor experimental: $0,857348\ \mu_N$

$\rightarrow$ La contribución principal es del $^3s_1$ (en realidad es una mezcla) $\rightarrow$ ver Ferrer

(3.7) $B = 1T$

$$\omega_{Larmor} = \frac{g_s^{(p)} \mu_N B_0}{\hbar} = g_s^{(p)} \frac{e}{2m_p} B_0 = 2{,}67522 \cdot 10^8 \, s^{-1}$$

$$g_s^{(p)} = 5{,}58569122$$

(3.8)

a) $\frac{n^o \text{ átomos}}{\text{vol}} = N \rightarrow \frac{\mu_p N B}{KT} \simeq [N(\uparrow\uparrow) - N(\uparrow\downarrow)]/V$; $\mu_p = 1{,}41 \times 10^{-26} J/T$

Campo externo

$$V = -\vec{\mu} \cdot \vec{B_0} = -g_j \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{J} \cdot \vec{B_0}$$

$$\vec{J} \parallel \vec{B_0} \rightarrow V = -g_j \frac{\mu_N}{\hbar} J_z B_z$$

$$E_M = \langle V \rangle = -g_j \mu_N M B_0 \quad , \quad M = -J, \dots, J$$

Nº de estados $\rightarrow$ estadística de Boltzmann

$$e^{-\frac{E_M}{KT}} \simeq 1 - \frac{E_M}{KT} \qquad \begin{matrix} (KT \gg E_M) \\ meV \gg \mu eV \end{matrix}$$

$$N_+ = e^{-E_{M+}/KT} = 1 - \frac{E_{M+}}{KT}$$

$$N_- = e^{-E_-/KT} = 1 - \frac{E_{M-}}{KT}$$

$$N_+ - N_- = \left(1 - \frac{E_{M+}}{KT}\right) - \left(1 - \frac{E_{M-}}{KT}\right) = \frac{1}{KT}(\underbrace{E_{M-}}_{-\frac{1}{2}E_M} - \underbrace{E_{M+}}_{+\frac{1}{2}E_M})\Big|_{proton} = \frac{\overbrace{g_j \mu_N}^{\mu_p} B_0}{KT}$$

↳ por átomo

$$\Rightarrow \frac{N(\uparrow\uparrow) - N(\uparrow\downarrow)}{V} = N \cdot (N_+ - N_-)_{at} = \frac{N \mu_p B_0}{KT}$$

b) $\frac{\Delta N}{V} = N \cdot \frac{1T}{K_B (293{,}15 K)} \cdot 1{,}41 \times 10^{-26} J/T$ $\qquad K_B = 1{,}38065 \times 10^{-23} J/K$

$$= 3{,}5 \cdot 10^{-6}$$

3.9

a) J^P — protones — neutrones — $n\,\ell_j$ ($2j+1$ estados)

	s	p	d	f	g	h	i
ℓ	0	1	2	3	4	5	6

$^{12}_{6}C_6$ — $1p_{3/2}$, $1s_{1/2}$

capas llenas $\rightarrow$ acoplan a $J^P = 0^+$ //

$^{11}_{5}B_6$ — $1p_{3/2}$, $1s_{1/2}$

hueco en $1p_{3/2}$ (protones) $\rightarrow \ell = 1 \rightarrow$ Paridad $(-1)^\ell$
$\rightarrow J = 3/2$ $\Big\}\ J^P = \frac{3}{2}^-$ //

$^{20}_{10}Ne_{10}$ — $\equiv 8$ — idem — $1d_{5/2}$, $1p_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1s_{1/2}$ $\rightarrow$ huecos / nucleones apareados $\Downarrow$ $J_P = 0^+$ //

$^{27}_{13}Al_{14}$ — 8 — 8 $\Big\} \equiv 14$ — $1d_{5/2}$ $\rightarrow$ hueco desapareado

$P = (-1)^2$

$J^P = \frac{5}{2}^+$ //

$^{41}_{20}Ca_{21}$ — $\equiv 20$ — 14 — 14 — $1f_{7/2}$, $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$ $\rightarrow$ nucleón desapareado neutrón

$J_P = \frac{7}{2}^-$ //

$^{69}_{31}Ga_{38}$ — 28 — 28 — $1f_{5/2}$, $2p_{3/2}$ $\rightarrow$ 1 protón desapareado

$J^P = \frac{3}{2}^-$ //

b) $^{16}_{8}O_8$ — idem — $1p_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1s_{1/2}$ $\Big\}\ J_P = 0^+$ (capas cerradas)

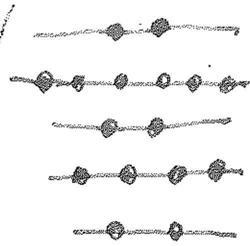
$^{40}_{20}Ca_{20}$ — 14 — idem — $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$ $\Big\}\ J_P = 0^+$ "

$^{208}_{82}Pb_{126}$ $\rightarrow$ capas llenas hasta 126, 82 $\rightarrow J_P = 0^+$

Con este procedimiento se justifica la sistemática del ejercicio 3.4 de Sn y Sp.

(3.10)

a)



$2s_{1/2}$

$1d_{5/2}$

$1p_{1/2}$

$1p_{3/2}$

$1s_{1/2}$

↳ 16 nucleones posibles

paridad impar → implica nucleón/hueco desaparecado en la capa $1p_{3/2}$ ó $1p_{1/2}$ ... $s=1/2$ ... $s=-1/2$, $l=1$; $j=l+s$

↳ Nº impar en p.

(*)

b) p n nlj

$^{7}_{3}Li_{4}$

$1p_{3/2}$, $1s_{1/2}$ } $J_p = \frac{3}{2}^-$

$^{11}_{5}B_{6}$

$1p_{3/2}$, $1s_{1/2}$ } $J_p = \frac{3}{2}^-$

$^{31}_{15}P_{16}$

(14) (14)

$2s_{1/2}$ } $J_p = \frac{1}{2}^+$

$^{39}_{19}K_{20}$

(16) (16)

$1d_{3/2}$ → $J_p = \frac{3}{2}^+$

$^{59}_{27}Co_{32}$

(20) (20)

$2p_{3/2}$, $1f_{7/2}$ → $J_p = \frac{7}{2}^-$

$^{127}_{53}I_{74}$

$1g_{7/2}$ (50) $1h_{11/2}$ (70) → $J_p = \frac{7}{2}^+$

(*) Corrección del (a)

↳ Mismo estado nuclear ≐ misma subcapa

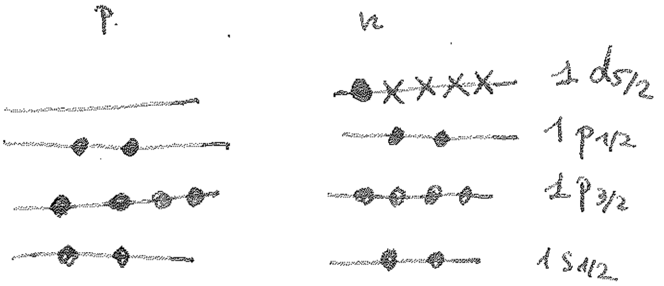
$16 = 2j+1 \rightarrow j = \frac{15}{2} = l \pm 1/2 \rightarrow l = \begin{cases} 8 \\ 7 \end{cases}$

Paridad impar: $(-1)^l = -1 \rightarrow$ Por tanto $l = 7 \equiv$ "j"

$\Rightarrow \overset{n=1}{1} j_{15/2} \rightarrow J_p = \frac{15}{2}^-$

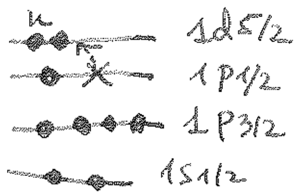
3.11 excitados $\frac{1}{2}^-$, $\frac{5}{2}^-$, $\frac{3}{2}^-$ del $^{17}_{8}O_9$

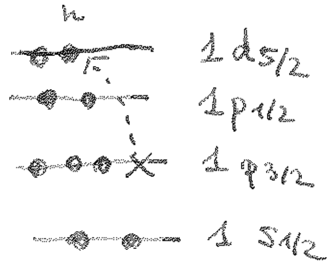
Fundamental:

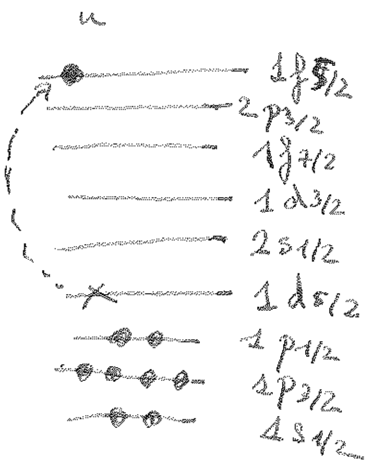


$\rightarrow \frac{5}{2}^+$

Excitado $\frac{1}{2}^-$; $\frac{3}{2}^-$; $\frac{5}{2}^+$







3.12 → No se hace (ver teoría)

3.13

3.14

a) $^{209}_{83}Bi_{126}\left(\frac{9}{2}^-\right)$ → protón desapareado en $1h_{9/2}$

$$Q_{sp} = -\frac{2j-1}{2(j+1)}\langle r^2\rangle \simeq -\left(\frac{3}{5}r_0A^{1/3}\right)^2 \cdot \frac{9-1}{9+2} = -\frac{8}{11}\cdot\frac{9}{25}r_0^2A^{2/3}$$

$r_0 = 1{,}2\,fm$ $\quad = -13{,}3\,fm^2 = -0{,}133$ barn

$Q_{exp} = -0{,}37$ barn No coinciden porque A grande → núcleo no esférico

b) $\frac{\mu_{teo}}{\mu_N} = j\left[g_\ell \pm \frac{g_s - g_\ell}{2\ell+1}\right]$ con $j = \ell \pm 1/2$ (Ferrer p. 118)

$g_p^{(s)} = 5{,}59$
$g_p^{(\ell)} = 1$
$g_n^{(s)} = -3{,}83$
$g_n^{(\ell)} = 0$

$^{75}_{32}Ge_{43}$ $\quad J_p = \frac{1}{2}^-$ → neutrón desapareado en $2p_{1/2}$ (salta a $1g_{9/2}$)

$\ell = 1 \rightarrow j = \ell - 1/2 = 1/2$

$$\frac{\mu_{teo}}{\mu_N} = \frac{1}{2}\left[\cancel{g_\ell} - \frac{g_s^n - \cancel{g_\ell}}{2\ell+1}\right] = \frac{1}{6}\cdot g_s^n = 0{,}64 \sim \frac{\mu_{exp}}{\mu_N} = 0{,}510$$

$^{87}_{38}Sr_{49}$ → $J_p = \frac{9}{2}^+$ → neutrón desapareado en $1g_{9/2}$ → $\ell = 4$, $j = \ell + \frac{1}{2}$

$$\frac{\mu_{teo}}{\mu_N} = \frac{9}{2}\left(+\frac{g_s^n}{8+1}\right) = -1{,}915 \sim -1{,}093 = \frac{\mu_{exp}}{\mu_N}$$

$^{91}_{40}Zr_{51}$ → $J_p = \frac{5}{2}^+$ neutrón des. en $2d_{5/2}$ → $\ell = 2$, $j = \ell + 1/2$

$$\frac{\mu_{teo}}{\mu_N} = \frac{5}{2}\left(+\frac{g_s^n}{5}\right) = -1{,}915 \sim -1{,}304 = \frac{\mu_{exp}}{\mu_N}$$

$^{47}_{21}Sc_{26}$ → protón des. en $1f_{7/2}$ → $\ell = 3$

$J_p = \frac{7}{2}^-$ → $j = 3 + 1/2$

$$\frac{\mu_{teo}}{\mu_N} = j\left[g_\ell^p + \frac{g_s^p - g_\ell^p}{2\ell+1}\right] = 5{,}798 \sim \frac{\mu_{exp}}{\mu_N} = 5{,}34$$

$^{147}_{63}Eu_{84}$ → protón des en $1h_{11/2}$ (salta de $2d_{5/2}$)

$J^P = \frac{11}{2}^-$ $\ell = 5$, $j = \ell + 1/2$

$$\frac{\mu_{teo}}{\mu_N} = \frac{11}{2}\left[1 + \frac{5{,}59 - 1}{11}\right] = 7{,}795 \sim 6{,}06 = \mu_{exp}/\mu_N$$

(4.1) $A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C$

- $\dfrac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A(t) \rightarrow N_A = N_A(t=0)\cdot e^{-\lambda_A t} = N_{A_0} e^{-\lambda_A t}$

- $\dfrac{dN_B}{dt} = -\lambda_B N_B(t) + \lambda_A N_A(t) \rightarrow$ Ensayamos $N_B = c\, e^{-\lambda_A t} + d e^{-\lambda_B t}$

$\hookrightarrow -\lambda_A c\, e^{-\lambda_A t} - \lambda_B \cancel{d e^{-\lambda_B t}} = -\lambda_B c e^{-\lambda_A t} - \cancel{\lambda_B d e^{-\lambda_B t}} + \lambda_A N_{A_0} e^{-\lambda_A t}$

$\hookrightarrow e^{-\lambda_A t}\left((\lambda_B - \lambda_A)c - \lambda_A N_{A_0}\right) = 0 \quad \forall t$

$$(\lambda_B - \lambda_A)c = \lambda_A N_{A_0} \rightarrow c = \frac{\lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}$$

$$N_B = \frac{\lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-\lambda_A t} + d e^{-\lambda_B t} \rightarrow N_B(0) = N_{B_0} = \frac{\lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A} + d$$

$$\hookrightarrow d = N_{B_0} - \frac{\lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}$$

$$\hookrightarrow N_B = \frac{\lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) + N_{B_0} e^{-\lambda_B t}$$

$$\hookrightarrow \frac{dN_C}{dt} = \lambda_B \cdot N_B(t) = \frac{\lambda_B \lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) + \lambda_B N_{B_0} e^{-\lambda_B t}$$

$$\hookrightarrow N_C = cte + \frac{\lambda_B \lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}\left(\frac{e^{-\lambda_B t}}{\lambda_B} - \frac{e^{-\lambda_A t}}{\lambda_A}\right) - N_{B_0} e^{-\lambda_B t}$$

$$N_C(t=0) = N_{C_0} = cte + \frac{\lambda_B \lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}\left(\frac{\lambda_A - \lambda_B}{\lambda_B \lambda_A}\right) - N_{B_0}$$

$$= cte - N_{A_0} - N_{B_0} \rightarrow cte = N_{C_0} + N_{A_0} + N_{B_0}$$

$$N_C = N_{B_0}\left(1 - e^{-\lambda_B t}\right) + N_{A_0}\left(1 + \frac{1}{\lambda_A - \lambda_B}\left(\lambda_A e^{-\lambda_B t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t}\right)\right) + N_{C_0}$$

$$N_B(t)_{max} \rightarrow \frac{dN_B}{dt} = 0 = \frac{\lambda_A N_{A_0}}{\lambda_B - \lambda_A}\left(-\lambda_A e^{-\lambda_A t} + \lambda_B e^{-\lambda_B t}\right) - \lambda_B N_{B_0} e^{-\lambda_B t}\Big|_{t=t_{max}}$$

$$0 = -\lambda_A^2 N_{A_0} e^{-\lambda_A t} + \lambda_A \lambda_B N_{A_0} e^{-\lambda_B t} - \lambda_B^2 N_{B_0} e^{-\lambda_B t} + \lambda_A \lambda_B N_{B_0} e^{-\lambda_B t}\Big|_{t=t_{max}}$$

$$0 = -\lambda_A^2 N_{A_0} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} + \lambda_A \lambda_B N_{A_0} - \lambda_B^2 N_{B_0} + \lambda_A \lambda_B N_{B_0} \Big|_{t=t_{max}}$$

$$N_{A_0} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t_{max}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}(N_{A_0} + N_{B_0}) - \frac{\lambda_B^2}{\lambda_A^2}\cdot N_{B_0}$$

$$e^{(\lambda_B - \lambda_A)t_{max}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}\left(1 + \frac{N_{B_0}}{N_{A_0}}\right) - \frac{\lambda_B^2}{\lambda_A^2}\frac{N_{B_0}}{N_{A_0}} \rightarrow t_{max} = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A}\cdot \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\left(1 + \frac{N_{B_0}}{N_{A_0}}\right) - \frac{\lambda_B^2 N_{B_0}}{\lambda_A^2 N_{A_0}}\right)$$

Un camino más fácil es:

$$\frac{dN_B}{dt} = 0 = -\lambda_B N_B + \lambda_A N_A \rightarrow \lambda_B N_B = \lambda_A N_A$$

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_{A0} e^{-\lambda_A t} = \ldots$$ llegándose a una ecua similar

- Si $N_{B0} = 0$, se reduce a:

$$t_{max} = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A} - \frac{\lambda_B^2}{\lambda_A^2}\frac{N_{B0}}{N_{A0}}\right) = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A}\ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right) \overset{\tau = 1/\lambda}{=} \frac{\tau_B \tau_A}{\tau_A - \tau_B}\ln\left(\frac{\tau_A}{\tau_B}\right)$$

Si $\lambda_B \gg \lambda_A \rightarrow t_{max} \rightarrow \infty$

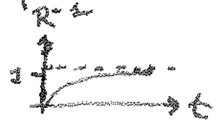
b)
$$R = \frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A N_A}{\lambda_B N_B} = \frac{\lambda_A N_{A0} e^{-\lambda_A t}}{\lambda_B \frac{\lambda_A N_{A0}}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right)} = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{\left(1 - e^{(\lambda_A - \lambda_B)t}\right)\lambda_B} = \frac{1 - \frac{\lambda_A}{\lambda_B}}{1 - e^{(\lambda_A - \lambda_B)t}}$$

$N_{B0} = 0$

- $\tau_a > \tau_b \rightarrow \lambda_A < \lambda_B \rightarrow R = \frac{1 - \lambda_A/\lambda_B}{1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}}$

$\lim_{t\to\infty} R = R_\infty = 1 - \lambda_A/\lambda_B$

Equilibrio transciente



- si $\tau_a \gg \tau_b \rightarrow \lambda_A \ll \lambda_B$

$\hookrightarrow R_\infty \rightarrow 1 \rightarrow$ Equilibrio secular

(4.2)

$T_A = 3$ min $\rightarrow \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$

$T_B = 26{,}8$ min

$T_C = \infty$

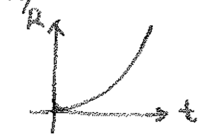
a) N_{A0} ; $N_{B0} = N_{C0} = 0$

Utilizando 1a): $t_{max} = \frac{\tau_B \tau_A}{\tau_A - \tau_B}\ln\left(\frac{\tau_A}{\tau_B}\right) = \frac{1}{\ln 2}\frac{T_B T_A}{T_A - T_B}\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = 10{,}7$ min

b) $T_B > T_A \rightarrow \lambda_A > \lambda_B \rightarrow$ No equilibrio

$A_A \rightarrow 0$

$$\lim_{\substack{t\to\infty \\ \lambda_A \gg \lambda_B}} R = \frac{\lambda_A/\lambda_B}{e^{\lambda_A t}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{-\lambda_A t} \rightarrow 0$$



(4.3) 10 mg $^{47}Ca \hookrightarrow {}^{47}Sc$ $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ $P_{Ca} = 46{,}3694$ g/mol ; $T_{Ca} = 4{,}54$ d, $T_{Sc} = 3{,}35$ d

a) $A_{0_{Ca}} = \lambda_{Ca} \cdot N_{Ca} = \frac{\ln 2}{T_{Ca}} \cdot \frac{10\,mg \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}}{47\,g/mol} = 2{,}27 \cdot 10^{14}$ Bq $= 6124$ Ci

b) $A_{tot} = A_{Ca} + A_{Sc} \overset{4.1}{=} A_{0_{Ca}} e^{-\lambda_{Ca} t} + \frac{\lambda_{Sc} \overbrace{\lambda_{Ca} N_{Ca0}}^{A_{Ca}}}{\lambda_{Sc} - \lambda_{Ca}}\left(e^{-\lambda_{Ca} t} - e^{-\lambda_{Sc} t}\right)$

$$A_{tot}(2d) = A_{0_{Ca}}\left(e^{-\lambda_{Ca} t}\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{\lambda_{Ca}}{\lambda_{Sc}}}\right) - \frac{e^{-\lambda_{Sc} t}}{1 - \frac{\lambda_{Ca}}{\lambda_{Sc}}}\right) = 6282\ Ci$$

c) $t_{max} \overset{4.1a)}{=} \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A}} \ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = 5{,}6$ días

$A \equiv Ca$, $B \equiv Sc$

4.4

a) ^{40}K

i) $\dfrac{N^{\circ} \text{ átomos } ^{40}K}{N^{\circ} \text{ átomos } K_{nat}} = \chi = 1,19 \cdot 10^{-4}$ $\quad p(K_{nat}) = 39 \times 0,933 + 1,19 \cdot 10^{-4} \times 40 + 0,067 \times 41 = 39,13876$

ii) $1g\,(K_{nat}) \rightarrow 31\,Bq \quad (\beta)$

$$N_{K_{nat}} = \frac{1g \cdot N_A}{p(K_{nat})} = 1,539 \cdot 10^{22}$$

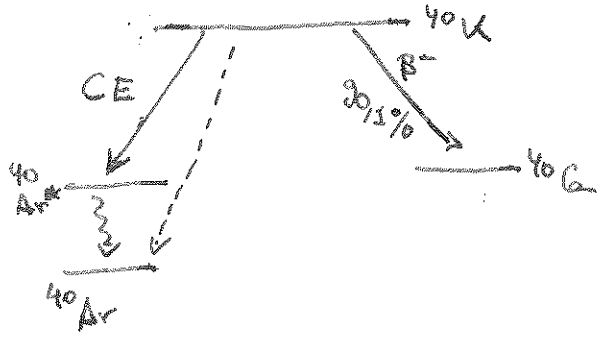
$$N_{^{40}K} = \chi \cdot N_{K_{nat}} = 1,83 \cdot 10^{18}$$

$$\lambda_\beta N_{^{40}K} = 31\,Bq \rightarrow \lambda_\beta = 1,69 \cdot 10^{-17}\,s^{-1}$$

iii) $\lambda_\gamma = \dfrac{3,4\,Bq}{N_{40K}} = 1,86 \cdot 10^{-18}\,s^{-1}$

$$A_{total} = \lambda_\gamma N + \lambda_\beta N = (\lambda_\gamma + \lambda_\beta) N \rightarrow \lambda_{total} = \lambda_\gamma + \lambda_\beta = 1,87 \cdot 10^{-17}\,s^{-1}$$

$$T_{total\,1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda_{total}} = 3,69 \cdot 10^{16}\,s = 1,17 \cdot 10^{9}\,y$$



Branching:

$$\frac{\lambda_\beta}{\lambda_{tot}} = \frac{31}{34,4} = 90,1\%$$

$$\frac{\lambda_\gamma}{\lambda_{tot}} = \frac{3,4}{34,4} = 9,9\%$$

La verificación se puede realizar contando el Argón que se genera. Se detectan 3,4 γs por segundo, por tanto (inicialmente) se crean 3,4 Ar por segundo. Al cabo de t, $N_{Ar} = 3,4 \cdot t$ (↳ $t \ll T_{1/2}$), $m_{Ar} = \dfrac{3,4 \cdot t \cdot P_{Ar}}{N_A}$. Si la masa medida es mayor que m_{Ar}, la línea punteada (→ ver b)) sí ocurre. Otra opción es pesar ^{40}K. O medir su volumen

b)

$\dfrac{V}{m} = 1,54 \times 10^{-2}\,cm^3 \rightarrow N_{Ar}\Big|_{1g\,K_{nat}} = \dfrac{1,54 \times 10^{-2}\,cm^3\,N_A}{22,4\,dm^3/mol} = 4,14 \cdot 10^{17}$

$$\cancel{N_{Ar} = \int^t A_{\gamma_0}(1 - e^{-\lambda_\gamma t'})\,dt' = A_{\gamma_0}\left(t + \frac{1}{\lambda_\gamma} e^{-\lambda t} - \frac{1}{\lambda_\gamma}\right)}$$

$$N_{Ar} = \int_0^t \lambda_\gamma N_{^{40}K}(t')\,dt' = \lambda_\gamma \int_0^t N_{^{40}K}(0)\, e^{-\lambda_{tot} t'} dt' = \underbrace{\lambda_\gamma N_{^{40}K}(0)}_{A_\gamma(0)} \cdot \frac{(1 - e^{-\lambda_{tot} t})}{\lambda_\gamma + \lambda_\beta} = N_{^{40}K}(0)\,\frac{\lambda_\gamma}{\lambda_\gamma + \lambda_\beta}(1 - e^{-\lambda t})$$

$$(1 - e^{-\lambda t}) = \frac{N_{Ar}}{N_K}\,\frac{\lambda_\gamma + \lambda_\beta}{\lambda_\gamma} \rightarrow t = -\frac{1}{\lambda_{tot}} \ln\left(1 - \frac{N_{Ar}}{N_K}\,\frac{\lambda_{tot}}{\lambda_\gamma}\right)$$

$$N_{^{40}K}(t_0) = 1{,}83\cdot 10^{18} = N_0 \cdot e^{-\lambda t_0} \rightarrow N_0 = N(t_0)\cdot e^{\lambda t_0}$$

$$N_{Ar} = \int_0^{t_0} \lambda_\gamma \cdot N_{40K}(t)\cdot dt = \lambda_\gamma \overbrace{N_{40K}(0)}^{N_0} \int_0^{t_0} e^{-\lambda t}\, dt = \frac{\lambda_\gamma N_0}{\lambda_\gamma + \lambda_\beta}\cdot\left(1 - e^{-\lambda t_0}\right)$$

$$= \frac{\lambda_\gamma N_K(t_0)}{\lambda_\gamma + \lambda_\beta}\left(e^{\lambda t_0} - 1\right) = \frac{\lambda_\gamma}{\lambda_\gamma + \lambda_\beta}\cdot\left(N_{40K}(0) - N_{40K}(t)\right)$$

$$e^{\lambda t_0} = \frac{\lambda_\gamma + \lambda_\beta}{\lambda_\gamma}\cdot\frac{N_{Ar}(t_0)}{N_K(t_0)} + 1 \rightarrow t_0 = \frac{1}{\lambda_\beta + \lambda_\gamma}\cdot \ln\left[1 + \frac{39{,}4}{3{,}4}\cdot\frac{N_{Ar}}{N_K}\right]$$

$$= 2{,}01\cdot 10^9\, y$$

4.5 ^{233}Pa $\quad T_{1/2} = 27{,}0\, d$

$$^{232}Th + n \longrightarrow {}^{233}Th \xrightarrow[22{,}3\,min]{\beta^-} {}^{233}Pa \xrightarrow[27\,d]{\beta^-} {}^{233}U \xrightarrow[1{,}6\cdot 10^5\,años]{\alpha}$$

$K = 2{,}0\times 10^{11}\, s^{-1}/g$

22,3 min ; 1h << 27 d $\rightarrow$ podríamos considerar Pa estable

- $$\frac{dN_{Th^{233}}}{dt} = -\lambda_{Th_{233}} N_{Th_{233}} + \underbrace{K\cdot m_{Th^{232}}}_{R} \rightarrow \text{Ensayamos } N_{Th} = A + Be^{-\lambda_{Th} t}$$

$$-\lambda B \cancel{e^{-\lambda t}} = -\lambda A - \lambda B \cancel{e^{-\lambda t}} + R$$

$$\hookrightarrow R = \lambda A$$

$$N(0) = \frac{R}{\lambda} + B = 0 \rightarrow B = -\frac{R}{\lambda}$$

$$N_{Th^{233}} = \frac{R}{\lambda_{Th}}\left(1 - e^{-\lambda_{Th_{233}} t}\right)$$

- $$\frac{dN_{Pa}}{dt} = -\lambda_{Pa} N_{Pa} + \lambda_{Th} N_{Th}$$

$$= -\lambda_{Pa} N_{Pa} + R - Re^{-\lambda_{Th} t} \rightarrow \text{Ensayamos } N_{Pa} = A + Be^{-\lambda_p t} + Ce^{-\lambda_T t}$$

$$-\lambda_p B \cancel{e^{-\lambda_p t}} - \lambda_T C e^{-\lambda_T t} = -\lambda_p \cancel{B e^{-\lambda_p t}} - \lambda_p C e^{-\lambda_T t} - \lambda_p A + R - Re^{-\lambda_{Th} t}$$

$$R - \lambda_p A = (R + \lambda_p C - \lambda_T C)\cdot e^{-\lambda t}$$

Válido $\forall t$ $\rightarrow t = \infty \rightarrow R = \lambda_p A \rightarrow A = R/\lambda_p$

$$\rightarrow t = 0 \rightarrow R + (\lambda_p - \lambda_T) C = 0 \rightarrow C = \frac{R}{\lambda_T - \lambda_p}$$

$$\hookrightarrow N_{Pa} = \frac{R}{\lambda_p} + Be^{-\lambda_p t} + \frac{R}{\lambda_T - \lambda_p} e^{-\lambda_T t}$$

$$N_{Pa}(0) = 0 = \frac{R}{\lambda_p} + B + \frac{R}{\lambda_T - \lambda_p} \rightarrow B = -R\left(\frac{\lambda_T - \lambda_p + \lambda_p}{(\lambda_T - \lambda_p)\lambda_p}\right) = R\frac{\lambda_T}{\lambda_p(\lambda_p - \lambda_T)}$$

$$N_{Pa} = \frac{R}{\lambda_p}\left(1 + \frac{\lambda_T}{\lambda_p - \lambda_T} e^{-\lambda_p t} + \frac{\lambda_p}{\lambda_T - \lambda_p} e^{-\lambda_T t}\right) = \frac{R}{\lambda_p}\left(1 + \frac{1}{\lambda_p - \lambda_T}\left(\lambda_T e^{-\lambda_p t} - \lambda_p e^{-\lambda_T t}\right)\right)$$

$$\frac{A_{Th}}{m} = \frac{\lambda}{m} N_{Th} = \frac{R}{m}\left(1 - e^{\lambda_T t}\right) = K\left(1 - e^{-\lambda_T\cdot 1h}\right) = K\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot 1h}\right)$$

$$= 1{,}69\cdot 10^{11}\,\frac{Bq}{g} = 4{,}57\,\frac{Ci}{g}$$

$$\frac{A_{Pa}}{m} = K\left(1 + \frac{1}{\lambda_p - \lambda_T}\left(\lambda_T e^{-\lambda_p\cdot 1h} - \lambda_p e^{-\lambda_T\cdot 1h}\right)\right)$$

$$= 3{,}16\, mCi/g$$

b) $A'_{Th} = A_{Th}(t_0) \cdot e^{-\lambda_{Th} t} = 6{,}15 \cdot 10^{-9}\,Bq \approx 0$ (a); $t = 24h$)

$A'_p = ?$ → usamos 4.1. (C^{u} ≃ estable)

$$A'_p(t) = \frac{\lambda_p A_{Th}(t_0)}{\lambda_p - \lambda_{Th}}\left(e^{-\lambda_T t} - e^{-\lambda_p t}\right) + A_p(0)\, e^{-\lambda_p t} \simeq \left[\frac{\lambda_p}{\lambda_{Th}} A_{Th}(t_0) + A_p(0)\right] \cdot e^{-\lambda_p t}$$

$= 2{,}56\ mCi/g + 3{,}08\ mCi/g \approx 5{,}64\ mCi/g$ → $A'_p(t) = A'_p(t_0) \cdot e^{-\lambda_p t}$

↳ Th "muerto"

$= 0{,}975 \cdot 5{,}8\ mCi/g = A'_p(t_1) = \underbrace{e^{-\lambda_p \cdot 24h}}_{0{,}975} \cdot \underbrace{A'_p(t_0)}_{5{,}8\,mCi/g}$

c) $\frac{dN_u}{dt} = -\lambda_u N_u + \lambda_p N_p$

4.1 Al cabo de un año, no quedará Pa apenas.

$$\lambda_u N_u \cong A_u = \lambda_u \frac{A'_p(t_0)}{\lambda_u - \lambda_p}\left(e^{-\lambda_p t} - e^{-\lambda_u t}\right) \simeq \frac{\lambda_u A'_p(t_0)}{\lambda_p} e^{-\lambda_u t} = 99\ Bq$$

↳ despreciable

O bien $N_u = R \cdot 1h = R \cdot 3600s$ → $A_u = \lambda_u N_u$ ≃ mismo resultado

↳ Todo el Th producido es ahora U

4.6

$T_{1/2} = 15h$

$m = 500g$

$r = 50\ Ci/g$ → $R = 500g \cdot 50\ Ci/g = 25.000\ Ci$

$N \equiv$ Nº átomos de Na

$\frac{dN}{dt} = -\lambda N + R$ → $\lambda N = R(1 - e^{-\lambda t}) = A$ (actividad) } equilibrio secular

hasta que se acabe el combustible ($t \gg \frac{1}{\lambda}$, $t <10^{10}s$)

$A_{max} = A(t \to \infty) = R = 25.000\ Ci$

$N_{NaF}(t) = N_{NaF}(0) - R \cdot t$

$= \frac{m}{P_{at}} \cdot N_A - Rt = 7{,}17 \cdot 10^{24} - 9{,}25 \cdot 10^{14}\,Bq \cdot t$

$P_{at} = P_{Na} + P_F = 22{,}989770 + 18{,}998403\ g/mol = 41{,}98817\ g/mol$

$$\% = \frac{R/\lambda\,(1 - e^{-\lambda t})}{\frac{m N_A}{P_{at}}} \underset{t \gg \frac{1}{\lambda}}{\simeq} 1{,}214 \cdot 10^{-5}$$

$$A(t = nT_{1/2}) = R\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot nT_{1/2}}\right) = R\left(1 - (e^{-\ln 2})^n\right) = R(1 - 2^{-n})$$

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

4.7 → Ver hoja aparte

4.8

$^{244}_{96}Cm \longrightarrow {}^{240}_{94}Pu + \alpha$

Geiger - Nuttal: $\ln\lambda = C - \frac{D Z_{hija}}{\sqrt{Q}}$, $C = 132,8$, $D = 3,97\sqrt{MeV}$ $\rightarrow Z_{hija} = 94$

$Q = M_n(^{244}_{96}Cm) - M_n(^{240}_{94}Pu) - M_n(^4_2He) = \Delta(^{244}Cm) - \Delta(^{240}Pu) - \Delta(^4He)$

$= 58,453 - 50,127 - 2,424 = 5,902\ MeV$

$\ln\lambda = -20,81 \rightarrow \lambda = 9,17\cdot 10^{-10}\ s^{-1}$

$\tau = \frac{1}{\lambda} = 34,57$ años $\rightarrow T_{1/2} = \ln 2\ \tau = 23,96$ años $\longleftrightarrow$ Valor exp. $= 18,6$ años

↳ Error del ~25%

consistente

propagación de errores

~1%

↳ $\delta_{rel}(\tau) = \delta_{rel}(T_{1/2}) = \delta_{rel}(\lambda) = \frac{1}{\lambda}\cdot e^{a}\cdot\delta(a) = \delta(a) = \delta_{rel}(a)\cdot a = 20\%$

¡Error pequeño en a conlleva mucho error en τ!

b) $Q'_{6^+} = Q - 0,294\ MeV = 5,608\ MeV \rightarrow \lambda_{6^+} = 1,72\cdot 10^{-11} \rightarrow \tau_{6^+} = 1841$ años

$\frac{\tau_{6^+}}{\tau_0} \sim 53$ $\rightarrow$ lógico, más probable decaer a 0^+

Valor exp:

$\frac{\lambda_{0^+}}{\lambda_{6^+}} = \frac{\tau_{6^+}}{\tau_0} \sim 21306$

sobreestima λ_{6^+}

$\rightarrow$ Geiger - Nuttal falla con $l = 6 > 0$ y en núcleos con A alto, que se desvían del modelo esférico.

4.9

$^{20}Na \longrightarrow {}^{20}Ne^* + e^+ + \nu_e \rightarrow {}^{16}O + \alpha + e^+ + \nu_e$

$T_{\beta^+ max} = 5,55\ MeV = Q_\beta \rightarrow M_n(^{20}Na) - M_n(^{20}Ne^*) - m_e = Q_\beta$

$T_\alpha = \frac{Q_\alpha}{1 + \frac{4}{16}}$

$Q_\alpha = M_n(^{20}Ne^*) - M(^{16}O) - M_\alpha = M_n(^{20}Na) - m_e - Q_\beta - M_n(^{16}O) - M_n(\alpha)$

$= \Delta(^{20}Na) - 2m_e - \Delta(^{16}O) - \Delta(^4He) - Q_\beta = 2,589\ MeV$

$T_\alpha = 2,07\ MeV$

4.10

$${}^{17}_{10}Ne_7 \longrightarrow {}^{17}_{9}F^*_8 + e^+ + \nu_e \longrightarrow {}^{16}_{8}O_8 + p \quad (+ e^+ + \nu_e)$$

Similar a 4.9.

$$M_n({}^{17}_{10}Ne) = M_n({}^{16}_{8}O) + M_n({}^{1}_{1}H_0) + T_O + T_p + m_e + \underbrace{T_{e^+ max}}_{= T_{e^+} + T_\nu}$$

por 4.9 (análogo)

$$T_p + T_O = Q_p = T_p\left(1 + \frac{1}{16}\right) \rightarrow T_O = \frac{T_p}{16}$$

$$T_{e^+, max} = \Delta({}^{17}Ne) - \Delta({}^{16}O) - \Delta({}^{1}H) - 2m_e - T_p\left(1 + \frac{1}{16}\right) = 1{,}63\ MeV$$

4.11

$${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$$

$$M_n({}^{A}_{Z}X_N) = \underbrace{M_n({}^{A}_{Z-1}Y^*_{N+1})}_{M_n({}^{A}_{Z-1}Y_{N+1}) + E_\gamma} + m_{e^+} + \cancel{m_{\nu_e}} + \cancel{T_Y} + \overbrace{T_{e^+} + T_\nu}^{T_{e^+ max}}$$

$$Q = E_\gamma + T_{e^+ max}$$

$$\Delta M = M({}^{A}_{Z}X_N) - M({}^{A}_{Z-1}Y_{N+1}) = 2m_{e^+} + E_\gamma + T_{e^+ max}$$

1ª componente:

$T_{e^+ max} = 0{,}672\ MeV$ + 2 fotones en cascada: $E_\gamma = 0{,}784$

$\Delta M = 2{,}478\ MeV$

2ª componente:

$T_{e^+ max} = 0{,}536\ MeV \rightarrow E_{\gamma\, cascada} = \Delta M - 2m_{e^+} - T_{e^+ max} = 0{,}920\ MeV$

Los dos fotones de una misma cascada deben sumar 920 KeV en total. Se pueden dar distintas combinaciones:

i) 604 + 316 keV

ii) 308 + 612 keV

iii) $136 + \underbrace{468 + 316}_{672 \to 1^a\ comp.}$ keV

iv) 308 + 296 + 316

3ª componente

$T_{e^+ max} = 256\ KeV \rightarrow T_{e^+_2} - T_{e^+_3} = 280\ KeV \rightarrow T_{e^+ max_1} - T_{e^+_3} = 416\ KeV$

i) 280 KeV + [2ª componente] ... 4 cascadas

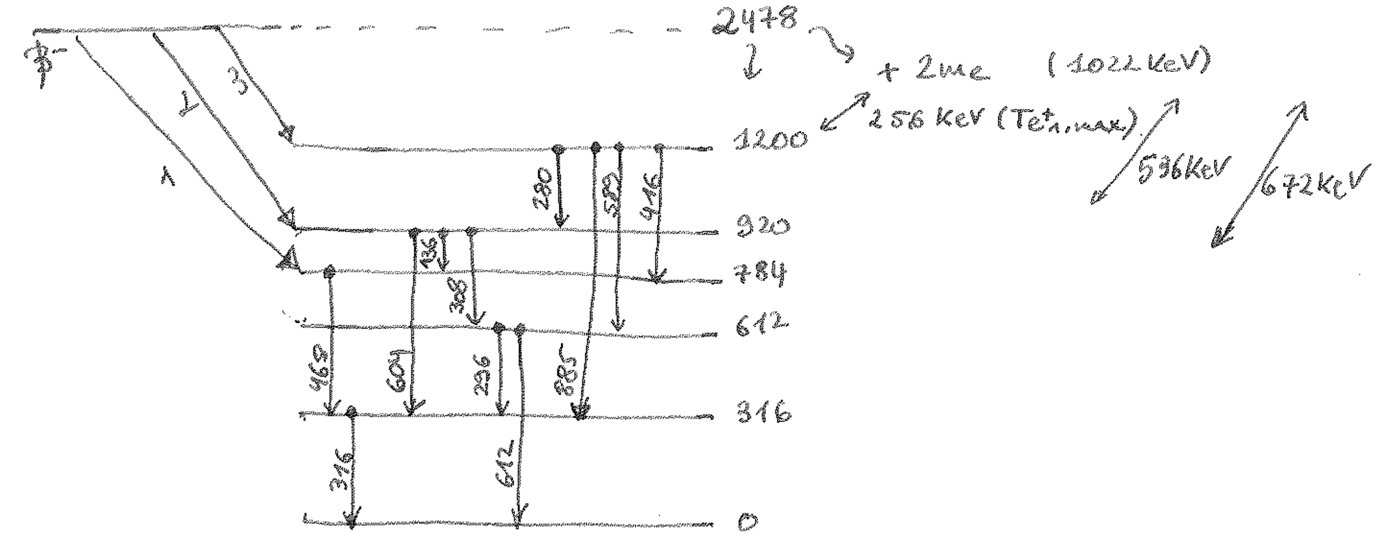
ii) 416 keV + [1ª comp] ... 2 "

Además: iii) 885 + 316 keV ..... 1 "

iv) $589 + \left\{\begin{array}{l} 296 + 316\ KeV \\ 612\ KeV \end{array}\right\}$ 2 "

Esquema del proceso:

Unidades: KeV



(4.12)

$$^{24}_{11}Na_{13} \xrightarrow[15h]{T_{1/2}=} {}^{24}_{12}Mg_{12} + e^- + \bar{\nu}_e$$ → Ver hoja aparte

(4.13) → Debe cumplir $\Delta J = \vec{L} + \vec{S}$, es decir $|\Delta J| \leq |\vec{L}| + |\vec{S}| = L + S$ → procedimiento útil y rápido

a) $^{89}Sr\left(\frac{5}{2}^+\right) \longrightarrow {}^{89}Y\left(\frac{1}{2}^-\right) \Rightarrow \begin{array}{l}\Delta J = 2 \\ \Delta P = - \to L \text{ impar}\end{array}\Big\} \vec{L} = 1, \vec{S} = 1$

↳ buscas L menor >0 (= más permitido)

→ Gamow Teller 1ª prohibida

b) $^{36}Cl\,(2^+) \longrightarrow {}^{36}Ar\,(0^+) \Rightarrow \begin{array}{l}\Delta J = 2 \\ \Delta P = + \to L \text{ par}\end{array}\Big\} L = 2, \begin{array}{l} S = 0 \\ S = 1\end{array} \begin{array}{l} F \\ GT\end{array}\Big\}$ 2ªs prohibidas

ambas posibles

c) $^{26}Al\,(5^+) \longrightarrow {}^{*26}Mg\,(2^+) \Rightarrow \begin{array}{l}\Delta J = 3 \\ \Delta P = + \to L \text{ par}\end{array}\Big\} L = 2, S = 1$ → GT 2ª prohibida

d) $^{92}Zr\left(\frac{1}{2}^+\right) \longrightarrow {}^{*92}Nb\left(\frac{1}{2}^-\right) \Rightarrow \begin{array}{l}\Delta J = 0 \\ \Delta p = - \to L \text{ impar}\end{array}\Big\} \begin{array}{l} L = 1, S = 0 \\ L = 1, S = 1\end{array} \begin{array}{l} F \\ GT\end{array}\Big\}$ 1ªs prohibidas

Con $\ln(ft)$ también se puede saber el grado de prohibición aproximado.

(4.14)

Transiciones γ → estimadores de Weiss Kopf → $|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$ → $L \neq 0$

$\frac{1}{2}^+ \longrightarrow \frac{1}{2}^-$ ⇝ $\Delta P = -$ ⇒ impar E, par M

$E_\gamma = 3{,}086\,MeV$ $\quad \cancel{0} \leq L \leq 1$ → $\cancel{M0}$, E1

↳ mínimo = 1 por el espín del fotón

$$\lambda(E1) = 1{,}0 \cdot 10^{14} A^{2/3} E_\gamma^3 = 1{,}625 \cdot 10^{16}\, s^{-1} \to \tau = 6{,}15 \cdot 10^{-17}\, s$$

$\frac{3}{2}^- \longrightarrow \frac{1}{2}^-$ → $\Delta P = +$ ⇒ par E, impar M $\Big\{ \lambda(M_1) = 5{,}6 \cdot 10^{13} E_\gamma^3 = 2{,}8 \cdot 10^{15}\, s^{-1}$

$E_\gamma = 3{,}684\,MeV$ $\quad 1 \leq L \leq 2$ → M1, E2 $\quad$ ↳ $\tau = 3{,}6 \cdot 10^{-16}\, s$

$\lambda(E_2) = 7{,}3 \times 10^{7} A^{4/3} E_\gamma^5 = 6{,}25 \cdot 10^{11}\, s^{-1}$

↳ $\tau = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\, s$

$\frac{5}{2}^+ \to \frac{3}{2}^-$ $\quad \Delta p = - \Rightarrow$ impar E, par M $\Big\}$ $E1, M2, \ldots$

$E_\gamma = 0{,}170\,\text{MeV} \qquad 1 \leq L \leq 4$

Domina $\lambda(E1) = 2{,}7 \cdot 10^{12}\,s^{-1} \to \tau = 3{,}7 \cdot 10^{-13}\,s$

$\frac{5}{2}^+ \to \frac{1}{2}^-$ $\quad \Delta p = - \Rightarrow$ impar E, par M

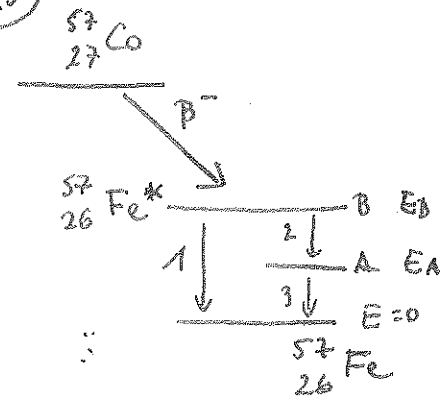
$E_\gamma = 3{,}854\,\text{MeV} \qquad 2 \leq L \leq 3 \to M2, E3$

$\lambda(M2) = 3{,}5 \cdot 10^7 A^{2/3} E_\gamma^5 = 1{,}65 \times 10^{11}\,s^{-1} \to \tau = 6{,}1\,ps$

$\lambda(E3) = 7{,}3 \cdot 10^6 \ll \lambda(M2) \to$ domina $M2$

Los valores de τ no coinciden con los tabulados pero el cociente (proporción relativa) sí es del mismo orden.

4.15



$B_K = 7{,}1\,KeV$

$B_L = 0{,}8\,KeV$

$\downarrow$

$E_\gamma = T_{e_i} + B_i$

energía e^-

Krane

$E_{\gamma 1} = 137\,keV = 136{,}5\,keV$

$E_{\gamma 2} = 13\cancel{6}5 - 14{,}4 = 122{,}1\,keV$

$E_{\gamma 3} = 14\,KeV = 14{,}4\,KeV$

a)

Capa K: $T_{eK} = E_\gamma - B_K$

$T_{eK_1} = 129{,}4\,KeV$

$T_{eK_2} = 115\,KeV$

$T_{eK_3} = 7{,}3\,KeV$

Capa L:

$T_{eL_1} = 135{,}7\,KeV$

$T_{eL_2} = 121{,}3\,KeV$

$T_{eL_3} = 13{,}6\,KeV$

b). $\alpha_1 = 0{,}12$; $\alpha_2 = 0{,}021$; $\alpha_3 = 8{,}4$

$\frac{n_1}{n_2} = 0{,}85$ (electrones)

$\lambda_{tot} = \lambda_\gamma + \lambda_e = \sum_i (\lambda_{\gamma i} + \lambda_{ei}) = \sum_i \lambda_{\gamma i}\left(1 + \frac{\lambda_{ei}}{\lambda_{\gamma i}}\right) = \sum \lambda_{\gamma i}(1 + \alpha_i)$

$\alpha = \sum \alpha_i \quad ; \quad \alpha_i = \frac{N_{ei}}{N_{\gamma i}} = \frac{\lambda_{ei}}{\lambda_{\gamma i}}$

$\% = \frac{N_2}{N_{tot}} = \frac{N_{e2} + N_{\gamma 2}}{N_{e2} + N_{\gamma 2} + (N_{e1} + N_{\gamma 1})} = \frac{1}{1 + \frac{N_{e1} + N_{\gamma 1}}{N_{e2} + N_{\gamma 2}}} = \frac{1}{1 + \frac{N_{e1}}{N_{e2}}\left(\frac{1 + \frac{N_{\gamma 1}}{N_{e1}}}{1 + \frac{N_{\gamma 2}}{N_{e2}}}\right)}$

Todas, no sólo e^-

$$= \frac{1}{1+\frac{Ne_1}{Ne_2}\left(\frac{1+1/\alpha_1}{1+1/\alpha_2}\right)} = \frac{1}{1+\frac{n_1}{n_2}\left(\frac{1+1/0{,}12}{1+1/0{,}021}\right)} = 0{,}86 \; // = \frac{N_2}{N_{tot}}$$

↳ 86% Vía 2-3 //

Vía 1:

$$\%_{(1)} = 1 - \%_{(2-3)} = 14\% \; //$$

c) $$\frac{n_3}{n_2} = \frac{Ne_3}{Ne_2} = \frac{Ne_3/N\gamma_3}{Ne_2/N\gamma_3} = \frac{\alpha_3}{Ne_2/N\gamma_3}$$

Sabemos, por ser una cascada, que $Ne_2 + N\gamma_2 = Ne_3 + N\gamma_3$

↳ $N\gamma_3 = Ne_2 + N\gamma_2 - Ne_3$

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{\alpha_3}{Ne_2}(Ne_2 + N\gamma_2 - Ne_3) = \alpha_3\left(1 + \overbrace{\frac{N\gamma_2}{Ne_2}}^{1/\alpha_2} - \frac{Ne_3}{Ne_2}\right)$$

$$\frac{n_3}{n_2} = \alpha_3\left(1 + \alpha_2^{-1} - \frac{n_3}{n_2}\right) = \alpha_3 + \alpha_3\alpha_2^{-1} - \alpha_3\frac{n_3}{n_2}$$

↳ $$\frac{n_3}{n_2}(1+\alpha_3) = \alpha_3(1+\alpha_2^{-1}) \rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{\alpha_3(1+\alpha_2^{-1})}{(1+\alpha_3)} = \frac{1+1/\alpha_2}{1+1/\alpha_3}$$

$$= 43{,}4 \; //$$

Más facil:

$$Ne_2 + N\gamma_2 = Ne_3 + N\gamma_3 \rightarrow Ne_2\left(1+\frac{N\gamma_2}{Ne_2}\right) = Ne_3\left(1+\frac{N\gamma_3}{Ne_3}\right)$$

↳ $$\frac{Ne_3}{Ne_2} = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1+1/\alpha_2}{1+1/\alpha_3} \; //$$

d) $$T_{1/2\,A} = 1{,}1 \cdot 10^{-7}\,s = \frac{\ln 2}{\lambda\gamma_3 + \lambda e_3} \; ; \; \lambda\gamma_3 + \lambda e_3 = \lambda_A$$

$$T_{1/2A}(e^-) = \frac{\ln 2}{\lambda e_3} = \frac{\ln 2}{\lambda_A - \lambda\gamma_3} = \frac{\ln 2}{\lambda_A\left(1-\frac{\lambda\gamma_3}{\lambda_A}\right)} = \frac{T_{1/2A}}{1-\frac{1}{1+\frac{\lambda e_3}{\lambda\gamma_3}}} = \frac{T_{1/2A}}{1-\frac{1}{1+\alpha_3}}$$

$$T_{1/2A}(\gamma) = \frac{\ln 2}{\lambda\gamma_3} = \frac{\ln 2}{\lambda_A - \lambda e_3} = \frac{\ln 2}{\lambda_A\left(1-\frac{\lambda e_3}{\lambda_A}\right)} = \frac{T_{1/2A}}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{\alpha_3}}} = \frac{T_{1/2A}}{1-\frac{\alpha_3}{\alpha_3+1}}$$

$$= \frac{T_{1/2A}}{\frac{\alpha_3+1-\alpha_3}{\alpha_3+1}} = T_{1/2A}(\alpha_3+1) = 1{,}034\,\mu s \; //$$

$$T_{1/2A}(e^-) = \frac{T_{1/2A}}{1+\alpha_3-1}\cdot(1+\alpha_3) = T_{1/2A}\frac{(1+\alpha_3)}{\alpha_3} = T_{1/2A}(1+1/\alpha_3) = 0{,}123\,\mu s \; //$$

4.16

P_{abs} (aire) $\Leftrightarrow$ 1 R (rayos γ)

$I = 32\ eV$

1R $\Rightarrow$ Energía absorbida en aire = Energía depositada por e^- × Exposición (e^-/cm^3) × Volumen aire

$= 32\ eV \times 2{,}08 \cdot 10^9 \times \frac{\cancel{M}_{aire}}{\rho_{aire}}$

$|e| = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ esu

$1R = \frac{1}{4{,}8 \cdot 10^{-10}\ esu} = 2{,}08 \cdot 10^9\ \frac{|e|}{cm^3}$

$\text{Dosis} = \frac{E_{abs}}{m_{aire}} = \frac{32\ eV \times 2{,}08 \times 10^9\ cm^{-3}}{1{,}2\ mg/cm^3} = \frac{32 \times 1{,}6 \times 10^{-12} \times 2{,}08 \cdot 10^9}{1{,}2 \times 10^{-3}}$

$1\ eV = 1{,}6 \times 10^{-12}\ erg$

$= 88{,}8\ erg/g = 0{,}89\ mrad = 8{,}9\ \mu Gy$ //

1 rad = 100 erg/g

100 rad = 1 Gy

4.17

$m_c = 18\%\ m_{cuerpo}$

^{14}C inestable $\rightarrow$ emisor β, $Q_\beta = 0{,}156\ MeV \rightarrow E_\beta = \frac{1}{3} Q_\beta$

$A_{esp\,Cnatural} = 15{,}3\ min^{-1}\ g^{-1}$ (actividad específica) $= \frac{A_{Cnat}}{m_{Cnat}}$

$\text{Dosis}\ D = \frac{A_{Cnat}}{m_{cuerpo}} \cdot E_\beta \cdot = \frac{A_{Cnat}}{m_c/18\%} \cdot \frac{Q_\beta}{3} = 18\%\ A_{esp\,Cn} \cdot \frac{Q_\beta}{3}$

$= 12{,}1\ \frac{\mu Gy}{año}$ //

$D_{eq} = D_{abs} \times w_{F} = D_{abs}$

$w_F = 1$ para β^-

4.18

$m_K = 1{,}2\%\ m_{cuerpo}$

$N_{^{40}K} = 0{,}011\%\ N_K$, $T_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9$ años $\xrightarrow{89{,}3\%} \beta^-$, $\xrightarrow{10{,}7\%} \beta^+ + CE$

$Q_{\beta^-} = 1{,}311\ MeV$

$E_{\beta^-} = Q_{\beta^-}/3 = 0{,}437\ MeV$

$Q_{\beta^+} = Q_{CE} - 2m_e = 0{,}483\ MeV$

$E_{\beta^+} + E_\gamma = \frac{Q_{\beta^+}}{3} + 1{,}461\ MeV = 1{,}622\ MeV$

$$D_{abs_i} = \frac{E_{lib}}{M_{cuerpo}} \cdot A_K^{40} = \frac{E_{lib_i}}{m_K / 1{,}2\%} \cdot \lambda_{iK}^{40} \cdot N^{40}K$$

$$N^{40}K = 0{,}011\% \cdot N_K = 0{,}011\% \frac{m_K \cdot N_A}{p_K} \quad ; \quad p_K = 39{,}0983\, g/mol$$

$$D_{abs_i} = \frac{N_{40}}{m_K} 1{,}2\% \, E_{lib_i} \lambda_i^{40}K = 0{,}011\% \cdot \frac{N_A}{p_K} \cdot 1{,}2\% \cdot E_{lib_i} \lambda_i^{40}K$$

$$D_{abs\beta^-} = 0{,}011\% \frac{N_A}{p_K} \cdot 1{,}2\% \; E_{\beta^-} \cdot \underbrace{\lambda_{\beta^-}^{40}K}_{89{,}3\% \lambda^{40}K} \quad ; \quad \lambda_{40K} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$D_{abs\beta^+} = \quad '' \qquad '' \quad E_{\beta^+} \cdot 10{,}7\% \quad ''$$

$$\left.\begin{array}{l} D_{abs\beta^-} = 0{,}677\, mGy/año \\ D_{abs\beta^+} = 0{,}301\, mGy/año \end{array}\right\} D_{total} = 0{,}98\, mGy/año$$

$$D_{eq} = D_{tot} \rightarrow \omega_{\beta^\pm,\gamma} = 1$$

4.19

$$\left.\frac{N^{12}C}{N^{14}C}\right|_{atm} \sim 10^{12}$$

$$A_{esp}(t) = 3\, pCi/g = A_{0_{esp}} e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \quad ; \quad T_{1/2} = 5730 \text{ años}$$

$$A_{0_{esp}} = \frac{\lambda_{14C} \cdot N_{14C}}{m_{Cnat}} = \frac{\lambda_{14C} \cdot N_{14C}}{p_{12C} \cdot N_{12C}} N_A \longleftarrow m_{Cnat} = \frac{p_{Cnat} \cdot N_{Cnat}}{N_A}$$

$$\simeq \frac{p_{12C} \cdot N_{12C}}{N_A}$$

$$N^{12}C \gg N_{14C}$$

$$= 6{,}1 \cdot 10^6 \frac{1}{g \cdot año}$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{A_{esp}(t)}{A_0(esp)} = \frac{3 \cdot 10^{-12} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10}\, Bq/g}{6{,}1 \cdot 10^6 \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{365 \times 24 \times 3600\, s}}$$

Expresión exacta:

$$m_{Cnat} = \frac{1}{N_A}\left(p_{12C} N_{12C} + p_{14C} \cdot N_{14C}\right)$$

$$= \frac{p_{12C} N_{12C}}{N_A}\left(1 + \frac{14}{12} \cdot \frac{N_{14C}}{N_{12C}}\right)$$

$$= \quad '' \quad \left(1 + 10^{-12}\right)$$

$$= 0{,}575$$

$$-\ln\left(e^{-t/\tau}\right) = \frac{t}{\tau} = -\ln(0{,}575) = 0{,}55$$

$$\hookrightarrow t = 0{,}55\tau = 0{,}55 \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 4575 \text{ años}$$

↳ Edad de la muestra

4.20

$t = 5000$ años

a) $$N_{det} = \int_t^{t+1h} A(t')\,dt' = \int_t^{t+1h} A_0 \cdot e^{-t'/\tau}\,dt' = \overset{\lambda N_0}{\tau A_0}\,(-)\left[e^{-t'/\tau}\right]_t^{t+1h}$$

$$= N_0\left(e^{-t/\tau} - e^{-\left(\frac{t+1h}{\tau}\right)}\right) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}\,(1 - \underbrace{e^{-\frac{1h}{\tau}}}_{\approx 1 - \frac{1h}{\tau}})$$

$1h/\tau$

$$e^{-t/\tau} = \frac{N_{det}}{N_0\,(1 - e^{-1h/\tau})}$$

$$N_0 = N_{^{14}C}(t=0) = \frac{N_A \cdot m_{^{14}C}}{p_{^{14}C}}$$

$$N_0 = N_{^{14}C}(0) = 10^{-12} \cdot N_{^{12}C}(0) = 10^{-12}\,\frac{N_A\, m_{^{12}C}}{p_{^{12}C}}$$

↳ $m_{^{12}C} \approx m_{muestra} \approx cte$

$$e^{-t/\tau} = \frac{N_{det}\; p_{^{12}C}}{10^{-12}\,N_A\, m_{^{12}C}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-1h/\tau}}$$

$$t = -\tau \ln\left(\frac{N_{det}\; p_{^{12}C}}{10^{-12}\,N_A\, m_{^{12}C}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-1h/\tau}}\right)$$

Poisson $\delta(N_{det}) \approx \sqrt{N_{det}}$

$$\delta(t) = 50 \text{ años} = \tau\,\frac{\delta(N_{det})}{N_{det}} = \frac{\tau}{\sqrt{N_{det}}} \rightarrow N_{det} = \frac{\tau^2}{\delta(t)^2}$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{\tau^2/\delta(t)^2\; p_{^{12}C}}{10^{-12}\,N_A\; m_{^{12}C}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-1h/\tau}}$$

↳ $$m_{^{12}C} = m = \frac{\tau^2}{\delta(t)^2} \cdot \frac{12\,g/mol}{10^{-12}\,N_A}\, e^{t/\tau}\,\frac{1}{1 - e^{-1h/\tau}} \approx 72\,g$$

b) $N_{^{12}C}(t) \approx cte = N_{^{12}C}(0)$

$N_{^{14}C}(t) = N_{^{14}C}(0) \cdot e^{-t/\tau}$

$$\frac{N_{^{14}C}(t)}{N_{^{12}C}(t)} = \frac{N_{^{14}C}(0) \cdot e^{-t/\tau}}{N_{^{12}C}(0)} = 10^{-12} \cdot e^{-t/\tau}$$

↳ $$t = \tau \ln\left(\frac{10^{-12}\,N_{^{12}C}}{N_{^{14}C}}\right)$$

$N_{^{12}C} \gg N_{^{14}C}$

$$\delta(t) = \tau\left(\left(\frac{1}{\sqrt{N_{^{14}C}}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{N_{^{12}C}}}\right)^2\right)^{0,5} \simeq \tau/\sqrt{N_{^{14}C}} \rightarrow N_{^{14}C}(t) = \frac{\tau^2}{\delta(t)^2}$$

↳ $$\frac{\tau^2}{\delta(t)^2} = 10^{-12}\,\frac{N_A \cdot m}{12} \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow m = \frac{\tau^2}{\delta(t)^2} \cdot \frac{12\,g/mol}{N_A \cdot 10^{-12}}\, e^{t/\tau} \approx 0,997 \cdot 10^{-6}\,g$$

↳ Mucha menos muestra que en a).

(4.21)

$1\ cm^3$

$^{24}Na \rightarrow T_{1/2} = 15h$

$A_0 = 2000\ Bq/cm^3$

$A'(t=5h) = \frac{16}{60}\ Bq/cm^3 \rightarrow$ sangre

$$A' = A'_0 \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow A'_0 = A_0 \cdot \frac{1\ cm^3}{1cm^3 + V_{sangre}}$$

a) Se disuelve $1 cm^3$ en V_{sangre}, la actividad por unidad de volumen disminuye por el factor de disolución $\frac{1cm^3}{1cm^3 + V_{sangre}}$
Además la muestra se va desintegrando (5 horas)

b)
$$A' = A_0 \frac{1}{1 + \frac{V_{sangre}}{1\ cm^3}} \cdot e^{-5h \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}}}$$

↳ Despejo V:

$$1 + \frac{V_{sangre}}{1cm^3} = \frac{A_0}{A'} \cdot e^{-\frac{5h \ln 2}{T_{1/2}}} \rightarrow V_{sangre} = 5951{,}7 cm^3 \simeq 6 \text{ litros}$$

$$^{24}_{11}Na \longrightarrow {}^{24}_{12}Mg + \beta^- + \overline{\nu_e}$$

(4.22)

$A_0 = 1000 Bq$

a) $A(t = t_{1/2}) = 500 Bq = A_0 \cdot e^{-\mu t_{1/2}}$ coef. absorción lineal

↳ $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\mu \cdot t_{1/2} \rightarrow \mu = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

b) $A(t = 1{,}05 \cdot t_{1/2}) = 1000 Bq \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \overbrace{1{,}05\, t_{1/2}}^{t}} = 1000 \cdot e^{-\ln(2) \cdot 1{,}05}$

$= 483 Bq$

$< 500 Bq$

Proceso estadístico, 1 desviación estándar: $\sqrt{500} = 22{,}36$

$\Delta I = 500 - 483 = 17 Bq$

$$\frac{22{,}36}{17 Bq} = 1{,}35$$

4.23

^{241}Am

$Q_\alpha = 5{,}638\,MeV$

$T_{1/2} = 432{,}2$ años

10W

$\varepsilon = 15\%$

$$P = 10\, J/s = \varepsilon \cdot Q_\alpha \cdot A_{Am}(0) = \varepsilon\, Q_\alpha\, \lambda_{Am} \cdot N_{Am}(0)$$

$$\hookrightarrow N_{Am}(0) = \frac{P\, T_{1/2}}{\varepsilon\, Q_\alpha \ln 2} = \frac{m\, N_A}{p_{Am}} \Rightarrow m = \frac{P\, T_{1/2} \cdot \overset{241}{\overset{\parallel}{p_{Am}}}}{\varepsilon\, N_A\, Q_\alpha \ln 2}$$

$m_{Am} = 581\,g$ $\rightsquigarrow$ m cte porque tvida satélite $\ll T_{1/2}$

4.19

$T_{1/2} = 5730$ años.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5730 \text{ años}} \cdot \frac{1}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \ \frac{s}{\text{año}}} = 3'836 \cdot 10^{-12} \ s^{-1}$$

Actividad actual: $\frac{A_a}{m} = 3 \ \frac{pCi}{g}$

Actividad mientras la madera estaba viva:

$A_i = N_i \cdot \lambda$.

$$A_i = \underbrace{\frac{1}{10^{12}}}_{\text{cantidad de } ^{14}C \text{ frente a } ^{12}C} \cdot \frac{N_{Av}}{M} \cdot m \cdot \lambda$$

M: masa molar del C

m: masa de la muestra

$$\frac{A_i}{m} = \frac{1}{10^{12}} \cdot \frac{6'023 \cdot 10^{23} \ mol^{-1}}{12 \ g \cdot mol^{-1}} \cdot 3'836 \cdot 10^{-12} \ s^{-1} = 0'1925 \ \frac{Bq}{g}$$

$$\frac{A_i}{m} = 0'1925 \ \frac{Bq}{g} = 5'203 \ \frac{pCi}{g}$$

$$\frac{A_a}{A_i} = \frac{3}{5'203} = 0'5766 = e^{-\frac{\ln 2}{5730 \text{ años}} \cdot t} \rightarrow \boxed{t = 4550 \text{ años}}$$

Fernando Illueso González
Erica Alcusa Sáez

4.6

Bombardeo 500 g NaF → Masa molar $M \approx (23+19)$ g/mol
↳ suponemos isotópicamente puro

$\tilde{\upsilon}_m = 50$ Ci/g ; 1 Ci $= 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq

$\upsilon = 50 \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10} \frac{Bq}{g} \cdot 500 g = 9{,}25 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$ (se generan $\sim 10^{15}$ partículas de ^{24}Na por segundo)

$$N_1 = N(NaF) = \frac{500 g \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}}{(23+19) g/mol} - \upsilon t$$

$$= 5{,}791 \cdot 10^{24} - 9{,}25 \cdot 10^{14}_{s^{-1}} t \approx \underset{= 5{,}8 \cdot 10^{24}}{N_{10}}$$ → suponemos constante,

pues $\upsilon \gg T_{1/2}(^{24}Na) = 15 h$ $\quad A_1 = \upsilon = \lambda_1 \cdot N_1 \to \lambda_1 \approx \frac{\upsilon}{N_{10}} = 1{,}597 \cdot 10^{-10}\ s^{-1}$

$N_2 = N(^{24}Na)$

$$\frac{dN_2}{dt} \overset{Mirar}{=} + \upsilon - \lambda_2 N_2 \quad , \text{ con } \lambda_2 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1{,}284 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$$

↳ $\lambda_1 \ll \lambda_2$ → equilibrio secular, $N_1 \approx$ cte

Solución Ec. dif: ensayamos $N_2 = K + A \cdot e^{-\alpha t}$

$$-\alpha A e^{-\alpha t} = \upsilon - \lambda_2 K - \lambda_2 A e^{-\alpha t}$$

$$\left.\begin{array}{l} \hookrightarrow \upsilon = \lambda_2 K \quad \forall t \\ \alpha A = \lambda_2 A \to \alpha = \lambda_2 \end{array}\right\} N_2 = \frac{\upsilon}{\lambda_2} + A \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

↳ C. contorno → $N_2(0) = 0 = \frac{\upsilon}{\lambda_2} + A \to A = -\frac{\upsilon}{\lambda_2}$

$$N_2 \approx \frac{\upsilon}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 t}) \to \lambda_2 N_2 = A_2(t) \approx \upsilon(1 - e^{-\lambda_2 t}) = A_1(1 - e^{-\lambda_2 t})$$

→ La actividad máxima alcanzable se da cuando:
$\lambda_2 t \gg 1 \to t \gg \frac{1}{\lambda_2}$, pero sin tender a infinito ($t \ll \frac{1}{\lambda_1}$) para que no se consuma el NaF. Esto es posible pues $\frac{1}{\lambda_2} \ll t \ll \frac{1}{\lambda_1}$ y $\lambda_2 \gg \lambda_1$.

Por tanto A_{2max} se da cuando cese el bombardeo, a $t \gg \frac{1}{\lambda_2}$ y vale $A_{2max} = \lim_{\lambda_2 t \to 1} A_1 (1 - \cancel{e^{-\lambda_2 t}}^{0}) = A_1$

Fracción de átomos → $\frac{N_2}{N_1} \approx \frac{N_2}{N_{10}} = \frac{A_1/\lambda_2}{A_1/\lambda_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot \frac{\upsilon}{N_{10}} = 1{,}244 \cdot 10^{-5}$

B)

$$A_2(t) = \sigma$$
$$A_2(t) = \sigma\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$\downarrow$

$$A_2(nT_{1/2}) = \sigma$$
$$A_2(nT_{1/2}) = \sigma\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot nT_{1/2}}\right) = \sigma\left(1 - \left(e^{\ln 2}\right)^{-n}\right)$$
$$= \sigma\left(1 - 2^{-n}\right) \quad n \gg 0$$

2^{-n}, n

Si cesa el bombardeo en $t = t_0$

N_2 seguirá la ecuación:

$$N_2 = \frac{\sigma}{\lambda_2}\left(1 - e^{-\lambda_2 t_0}\right) e^{-\lambda(t - t_0)} \quad ; \; t > t_0$$
$$A_2(t) = \sigma\left(1 - e^{-\lambda_2 t_0}\right) \cdot e^{-\lambda(t - t_0)}$$

$$^{197}Au \to {}^{193} + {}^4_2He_2$$
$$M_n(^{197}_{79}Au) = M_n(^{193}_{77}Ir) + M_n(^4_2He) + T_\alpha + T_0$$
$$Q_\alpha = M_n(^{197}_{Z}Au) - M_n(^{193}_{Z-2}Ir) - M_n(^4_2He)$$
$$= M(^{197}_{79}Au) - M(^{193}_{77}Ir) - M(^4He)$$
$$= 196{,}966843 - 192{,}962917 - 4{,}002603$$
$$= 1{,}232366599 \text{ MeV} \to \ln\lambda = c - D\frac{Z}{\sqrt{Q}}$$
$$\ln\lambda = 132{,}8 - \frac{3{,}9 \sqrt{MeV} \cdot 77}{\sqrt{Q}} = \Rightarrow \lambda = 1{,}214 \cdot 10^{-62}$$

λ MeV, $\tau = \frac{1}{\lambda} = 8{,}2 \cdot 10^{...} = 10^{54}$ years

---

(4.10)

$$^{17}Ne \xrightarrow{(\beta^+)} {}^{17}F \longrightarrow {}^{16}O$$

e^+, ν (del ${}^{17}Ne$); p $(10{,}597 \text{ MeV})$, T_p (del ${}^{17}F$)

Suponemos $T_{Ne} = 0$ (núcleo padre en reposo)

$T_F = 0$ (retroceso núcleo hijo despreciable)

$T_\nu = 0$ (condición de energía máxima del positrón) lo neutrino en reposo

Balance de energías:

$$M_n(^{17}Ne) = M_n(^{16}O) + \underbrace{E_{e^+}}_{\equiv E_{max}\, e^+} + m_{e^+} + \underbrace{m_\nu}_{\text{despreciable}} + \underbrace{m_p + T_p + T_0}_{= M_n(F^*)}$$

$$M_n(^{17}Ne) + 10m_{e^-} = M_n(^{16}O) + 8m_{e^-} + 2m_{e^+} + m_{e^+} + E_{e^+} + m_p + T_p + T_0$$

lo despreciar energías de ligadura

masa atómica

$$M(^{17}_{10}Ne) - M(^{16}_{8}O) = 2m_{e^+} + E_{e^+} + \underbrace{m_p + m_e}_{M(^1_1H)} + T_p + T_0$$

lo valores del Krane

$$E_{e^+ max} = (17{,}017690 - 15{,}994915 - 1{,}007825) \times 931{,}494 \text{ MeV}$$
$$- 2 \cdot 0{,}511 \text{ MeV} - 10{,}597 \text{ MeV} - T_0$$

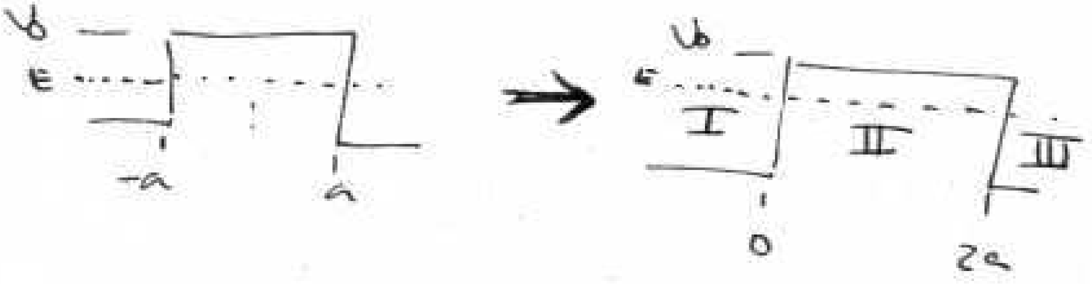
$$=$$

$$= \; 2{,}3868357 - 10{,}597 \quad \frac{1}{16} = \quad 1{,}6445232 \text{ MeV} \quad T_0$$

$$\vec{p}_F = \vec{p}_0 + \vec{p}_p \nearrow \vec{p}_0 = -\vec{p}_p$$
$$\vec{0} = \vec{p}_0 + \vec{p}_p \qquad p_0^2 = p_p^2$$
$$T_p \frac{m_p}{m_0} = T_0 = \frac{1}{2}\frac{p_0^2}{m_0} = \frac{1}{2} m_p \frac{2T_p}{m_0}$$

4.7

a) Para simplificar los cálculos, en lugar de poner el origen en el centro de la barrera lo pongo en un extremo:



Función de onda en las zonas I, II y III:

$$\psi_1 = A_1 e^{ik_1x} + A_1' e^{-ik_1x} \qquad / \; k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\psi_2 = A_2 e^{k_2x} + A_2' e^{-k_2x} \qquad / \; k_2 = \frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar}$$

$$\psi_3 = A_3 e^{ik_1x}$$

Continuidad de la función de onda en 0 y en $2a$:

$$A_1 + A_1' = A_2 + A_2'$$

$$A_2 e^{k_2 2a} + A_2' e^{-k_2 2a} = A_3 e^{ik_1 2a}$$

Continuidad de la derivada:

$$ik_1(A_1 - A_1') = k_2(A_2 + A_2')$$

$$k_2(A_2 e^{2k_2a} - A_2' e^{-2k_2a}) = ik_1 A_3 e^{ik_1 2a}$$

$\longrightarrow$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{1}{4}\left\{\left(1+i\frac{k_2}{k_1}\right)\left(1-i\frac{k_1}{k_2}\right)e^{2a(ik_1+k_2)} + \left(1-i\frac{k_2}{k_1}\right)\left(1+i\frac{k_1}{k_2}\right)e^{2a(ik_1-k_2)}\right\}$$

$$\rightarrow T = \frac{\frac{k_3}{m}|A_3|^2}{\frac{k_1}{m}|A_1|^2} = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \left[1+\frac{V_0^2}{4E(V_0-E)}\sinh^2(2k_2 a)\right]^{-1}$$

$$\rightarrow P = \frac{1}{1+\frac{V_0^2}{4E(V_0-E)}\sinh^2(k_2 2a)}$$

b) $V = \dfrac{zZ'\alpha\hbar c}{r}$

Tenemos que $P = e^{-2G}$ → factor de Gamow: $G = \dfrac{\sqrt{2\mu}}{\hbar}\displaystyle\int_a^b dr\sqrt{V-E}$

Por lo que $dP = \exp\left\{-2dr\sqrt{\dfrac{2\mu}{\hbar^2}(V-E)}\right\}$

Si B es el máximo de la barrera:

$V(a) = B \rightarrow a = \dfrac{zZ'\alpha\hbar c}{B}$

$V(b) = E \rightarrow b = \dfrac{zZ'\alpha\hbar c}{E}$

Si hacemos el cambio de variable $x = \dfrac{E}{zZ'\alpha\hbar c}r = \dfrac{r}{b}$

tenemos que $G = \sqrt{\dfrac{2\mu E}{\hbar^2}}\,\dfrac{zZ'\alpha\hbar c}{E}\displaystyle\int_{a/b}^{1}\sqrt{\frac{1}{x}-1}\,dx =$

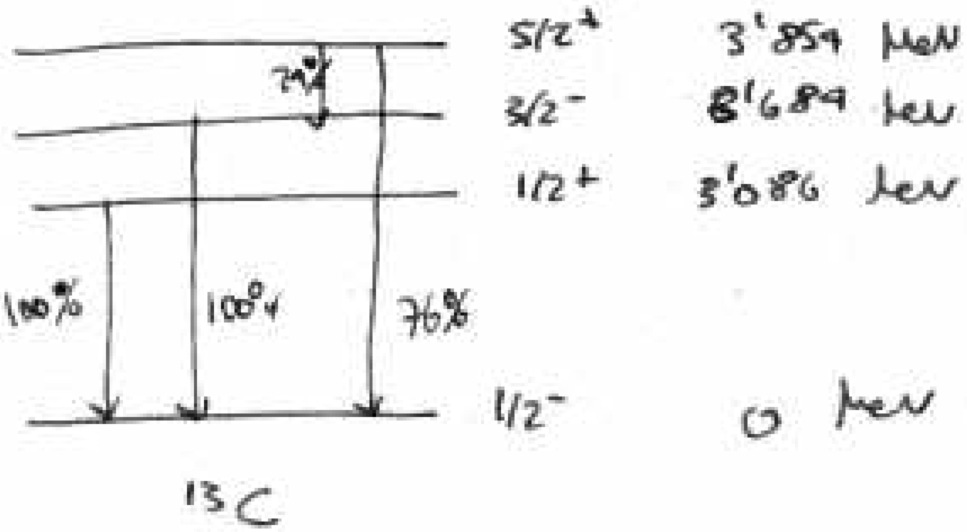
$$= zz'\alpha\sqrt{\frac{2\mu c^2}{T_\alpha}}\left[\sqrt{x(1-x)}-\arccos\sqrt{x}\right]_{a/b}^{1}$$

$$G = zz'\alpha\sqrt{\frac{2\mu c^2}{E}}\left[\arccos\sqrt{y}-\sqrt{y(1-y)}\right] \quad / y = \frac{E}{B}$$

si $y \ll 1$, $G \simeq zz'\alpha\sqrt{\frac{2\mu c^2}{E}}\left[\frac{\pi}{2}-2\sqrt{\frac{E}{B}}\right]$

$$\Rightarrow \boxed{P = e^{zz'\alpha\sqrt{\frac{2\mu c^2}{E}}\left[\frac{\pi}{2}-2\sqrt{\frac{E}{B}}\right]}}$$

4.14



2) Transición de 3'086 MeV.

$J_i = \frac{1}{2}$ $\quad J_f = \frac{1}{2}$ $\quad \Delta P = -$ → Impar eléctrica, par magnética.

↳ $|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$

$\Rightarrow$ $L = \underline{1}$

Es una transición super eléctrica, par magnética con $L=1$. Es decir, sólo tendremos el término $E1$.

$$\frac{\lambda(E1)}{s^{-1}} = 1'0 \cdot 10^{14} \cdot A^{2/3} \left(\frac{E_\gamma}{MeV}\right)^3$$

$$\rightarrow \lambda = \lambda(E1) = 1'0 \cdot 10^{14} \cdot 13^{2/3} \cdot (3'086)^3 \ s^{-1} =$$

$$\underline{\underline{1'62 \cdot 10^{16} \ s^{-1}}}$$

2) Transición de 3'684 MeV.

$J_i = \frac{3}{2}$ $\quad J_f = \frac{1}{2}$ $\quad \Delta P = + \rightarrow$ Par eléctrica / Impar magnética

$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f \quad \rightarrow 1 \leq L \leq 2$

$L = 1, 2.$

Es una transición par eléctrica o impar magnética con L posibles 1 y 2, así que contribuirán los términos $E2$ y $M1$.

$$\frac{\lambda(E_2)}{\cancel{s^{-1}}} = 7'3 \cdot 10^7 \cdot 13^{\frac{4}{3}} \cdot 3'684^5 \ s^{-1} = 1'51 \cdot 10^{12} \ s^{-1}$$

$$\lambda(M_1) = 5'6 \cdot 10^{13} \cdot 3'684^3 \ s^{-1} = 2'80 \ s^{-1}$$

$$\lambda \simeq 2'80 \ s^{-1}$$

3) Transición de $3'854 - 3'684 = 0'170$ MeV

$J_i = \frac{5}{2}$ $J_f = \frac{3}{2}$ $\Delta P = -$

$1 \leq L \leq 3$, $L = 1, 2, 3$.

Es una transición impar eléctrica - par magnética con L posibles 1, 2 y 3.

Contribuirán los términos $E1$, $M2$ y $E3$.

Como el término de orden más bajo es E,

$\lambda \approx \lambda(E1) = 1'62 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$

4) Transición de $3'854$ MeV.

$J_i = \frac{5}{2}$ $J_f = \frac{1}{2}$ $\Delta P = -$

$2 \leq L \leq 3$, $L = 2, 3$.

Transición impar eléctrica - par magnética con L posibles 2 y 3. Contribuirán M_2 y E_3.

$\lambda(M_2) = 3'5 \cdot 10^7 \cdot 13^{\frac{2}{3}} \cdot 3'854^5\ s^{-1} = 1'6 \cdot 10^{11}\ s^{-1}$

$\lambda(E_3) = 3'4 \cdot 13^2 \cdot 3'854^7\ s^{-1} = 7'23 \cdot 10^6\ s^{-1}$

$\lambda \approx 1'6 \cdot 10^{11}\ s^{-1}$

(4.18)

F H G
E A S

$$D_{abs} = \sum \frac{A_i \, E_i}{M}$$

$T_{1/2} = 1{,}3 \cdot 10^9$ años

$M \equiv M_{cuerpo}$

$$N_{^{40}K} = \frac{\overbrace{1{,}2\% \, M \cdot N_A}^{N_{K natural}}}{P_{K natural}} \cdot 1{,}19 \times 10^{-4}$$

$$A_1 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot 89{,}3\% \, N_{40K} \quad ; \quad A_{1m} = \frac{A_1}{M}$$

$$A_2 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot 10{,}7\% \, N_{40K} \quad ; \quad A_{2m} = \frac{A_2}{M}$$

$$D_{abs} = \frac{1}{\cancel{M}} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{1{,}2\% \cdot \cancel{M} \cdot N_A}{P_{K natural}} \left(89{,}3\% \, E_1 + 10{,}7\% \, E_2 \right)$$

$Q_1 = 1{,}311 \text{ MeV} = Q_{\beta^-} \quad \rightarrow E_1 = Q_1/3$

$Q_2 = Q_{CE} = 1{,}505 \text{MeV} \quad \rightarrow E_2 = Q_2/3$

$P_{K natural} = 39 \times 93{,}3\% + 40 \times 0{,}0119\% + 41 \times 6{,}7\% = 39{,}13976$ g/mol

$$D_{abs} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{1{,}2\% \; N_A}{P_{K natural}} \cdot \frac{1}{3} \left(89{,}3\% \cdot 1{,}311 \text{ MeV} + 1{,}505 \text{MeV} \cdot 10{,}7\% \right) \cdot 1{,}19 \times 10^{-4}$$

$$= \frac{\ln 2 \;\; 1{,}2\% \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1} \cdot 1{,}19 \times 10^{-4}}{1{,}3 \cdot 10^9 \text{ años} \cdot 3 \cdot 39{,}13876 \text{ g/mol}} \cdot \underbrace{\left(89{,}3\% \cdot 1{,}311 + 10{,}7\% \cdot 1{,}505 \right)}_{1{,}331758} \cdot 10^6 \cdot 1{,}6021892 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$= 0{,}83362543 \; \text{Gy/año}$$

$\updownarrow$

$D_{abs}^{^{14}C} = 12 \; \mu\text{Gy/año} \rightarrow$ lógico al haber mayor porcentaje de $^{40}K / K_{natural}$ que de $^{14}C / C_{natural}$ aunque haya mayor % de $C_{natural}$ que de K y tenga C menor vida media

5.1

	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{240}Pu
E^{act} MeV	6,2	6,6	6,0	6,3

Si $E_{excit} > E_{act} \rightarrow$ fisionable

Si $E_{exc} < E_{act} \longrightarrow$ no "

a) $E_{exc} = m(^{236}U^*) - m(^{236}U) = m(^{235}_{92}U_{143}) - m(^{236}_{92}U_{144}) + m_n$

$= \Delta^{235}U + \underset{8{,}071\,MeV}{\Delta(n)} - \Delta^{236}U \overset{\rightarrow \text{Ferrer}}{=} 6{,}545\,MeV > E_{act} \rightarrow$ fisionable //

b) $E_{exc} = \Delta^{238}U + \Delta(n) - \Delta^{239}U = 4{,}806\,MeV < E_{act} \longrightarrow$ NO " //

c) $E_{exc} = \Delta^{239}Pu + \Delta(n) - \Delta^{240}Pu = 6{,}533\,MeV > E_{act} \rightarrow$ fisionable //

d) $E_{exc} = \Delta^{240}Pu + \Delta(n) - \Delta^{241}Pu = 5{,}242\,MeV < E_{act} \rightarrow$ NO " //

Otra manera de hacerlo es con la fórmula semiempírica:

$m(^A_Z X_N) = Z\,m(^1H) + N\,m_n - B(^A_Z X_N)$

$E_{exc} = Z\,m(^1H) + N m_n - B(^A_Z X_N) + m_n - m(^{A+1}_{Z}X_{N+1})$

$= B(^{A+1}_{Z}X_{N+1}) - B(^A_Z X_N)$

$= \alpha_V (A+1-A) - \alpha_S ((A+1)^{2/3} - A^{2/3}) - \alpha_C\, Z(Z-1)((A+1)^{-1/3} - A^{-1/3})$

$- \alpha_A (1-2Z)^2 ((A+1)^{-1} - A^{-1}) - \delta(A+1) + \delta(A)$

Nos interesa comparar ^{235}U con $^{238}U \rightarrow$ sólo se diferencian en las deltas.

Como $A \gg 1$, $A+1 \sim A \rightarrow$ Nos interesa

$\hookrightarrow E_{exc} \sim \delta(A) - \delta(A+1) + ctes$

$\delta: \begin{cases} -\delta & \text{par - par} \\ +\delta & \text{impar - impar} \\ 0 & \text{par - impar} \end{cases} \rightarrow \delta = \alpha_p A^{-1/2} \pm cte$

	$^{235}_{92}U_{143}$	$^{238}_{92}U_{146}$	$^{239}_{94}Pu_{145}$	$^{240}_{94}Pu_{146}$
E_{exc}	$+\delta$	$-\delta$	$+\delta$	$+\delta$

$\begin{cases} ctes + \delta \rightarrow E_{exc} > E_{act} \rightarrow \text{fisionable} \\ ctes - \delta \rightarrow E_{exc} < E_{act} \rightarrow \text{NO "} \end{cases}$

Coincide con el procedimiento anterior.

5.2

$I_0 = 10^5\,s^{-1} = 10^5\,Bq$, $E = 0{,}29\,eV$

$^{235}U \longrightarrow 10^{-1}\,kg/m^2 = t = dm/dS \rightarrow$ densidad superficial

$I = I_0 \cdot e^{-\frac{\mu}{\rho}\cdot t}$

a) $\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{capt} + \sigma_{fis} = 270{,}02\,b = 270{,}02 \times 10^{-28}\,m^2$

$\Sigma_{tot} = \sigma_{tot} \times \frac{dN}{dV}$

$\frac{dN}{dS} = \frac{N_{AV}\cdot dm/dS}{235\,g/mol} = \frac{N_{AV}}{235\,g/mol}\cdot 10^{-1}\,kg/m^2 = 2{,}56\cdot 10^{23}\,m^{-2}$: densidad de centros difusores

$$I_n = I_0 \cdot \sigma_{total} \cdot \frac{dN}{dS} = 692{,}06 \ s^{-1}$$

$$\hookrightarrow \frac{I_n}{I_0} = 0{,}69\% = e^{-\mu x} = e^{-\sigma \cdot N \cdot x}$$

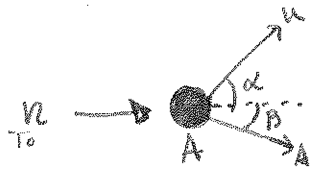
b) $$I_n^{fisión} = I_n^{total} \cdot \frac{\sigma_{fis}}{\sigma_{tot}} = 513 \ s^{-1} \quad ; \quad \frac{\sigma_{fis}}{\sigma_{tot}} = 0{,}74$$

c) $$I_n^{elast} = I_n^{tot} \frac{\sigma_{elas}}{\sigma_{tot}} = 0{,}051 \ s^{-1} \quad ; \quad \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = 74 \cdot 10^{-6}$$

?

5.3

a)



$$E_{inic} = T_0$$
$$E_{fin} = T_n + T_A$$
$$T_0 = T_n + T_A$$

Conservac de p: $(m_n V_0, 0) = (\cos\alpha, \sin\alpha) m_n V_n + m_A V_a (\cos\beta, -\sin\beta)$

$$\left(\frac{T_n}{T_0} = 1 - \frac{T_A}{T_0}\right) \qquad \hookrightarrow m_n V_0 = \cos\alpha \ m_n V_n + m_A V_a \cos\beta$$
$$0 = \sin\alpha \ m_n V_n - m_A V_a \sin\beta$$

$$\hookrightarrow \sin\beta \cdot m_a V_a = \sin\alpha \ m_n V_n \qquad (\cdot)^2 \ +$$
$$\cos\beta \ m_a V_a = m_n V_0 - \cos\alpha \ m_n V_n$$
$$m_a^2 V_a^2 \underbrace{(\sin^2\beta + \cos^2\beta)}_{1} = m_n^2 V_n^2 \sin^2\alpha - 2 m_n^2 V_0 V_n \cos\alpha + m_n^2 V_n^2 \cos^2\alpha$$

$$\hookrightarrow \frac{m_a^2 V_a^2}{m_n^2} = V_n^2 - 2 V_0 V_n \cos\alpha$$

$$\frac{T_A}{T_0} = \frac{m_a V_a^2}{m_n V_0^2} = \frac{m_n V_n^2}{m_A V_0^2} - 2 \frac{m_n V_n}{m_A V_0} \cos\alpha$$

$$\hookrightarrow \frac{T_n}{T_0} = 1 - \frac{T_A}{T_0} = 1 - \frac{T_n}{T_0} \cdot \frac{m_0}{m_A} - 2$$

?

Ver hoja aparte

5.4

$$\begin{cases} T_i = 2\ MeV \\ T_f = 0{,}025\ eV \ (\text{térmico}) \\ \rho = 1{,}8\ g/cm^3 \rightarrow \text{moderador de carbón},\ A = 12 \end{cases}$$

a) $\xi \overset{\text{ver 5.3}}{=} 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \log \frac{A-1}{A+1} = 0{,}158$

$N_{col} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{T_i}{T_f} \simeq 115$ colisiones //

b) $\sigma_a = 0{,}0032\ b$

$\sigma_s = 4{,}8\ b$

$L_{dif}\ ? \rightarrow L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} \begin{cases} \Sigma_a = \sigma_a N_a\ ;\ N_a = N_s = N \\ D^{-1} = 3\Sigma_s \left(1 - \frac{2}{3A}\right)\ ;\ \Sigma_s = \sigma_s N_s \end{cases}$

Densid de núcleos de C: $N = \frac{\rho \cdot N_A}{P_{at}} = 9{,}3 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$

$\hookrightarrow L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{1}{3\sigma_s \underbrace{N_s \sigma_a N_a}_{N^2} \left(1 - \frac{2}{3A}\right)} = 0{,}26\ m^2 = 2665\ cm^2$

$\hookrightarrow L = 51{,}6\ cm$ //

c) Edad de Fermi $\propto$ longitud moderación

$L_m = \sqrt{\tau}\ ;\ \tau = \frac{D}{\xi \Sigma_s} \longrightarrow L_m^2 = \tau = \frac{1}{3\Sigma_s\left(1 - \frac{2}{3A}\right)\xi \Sigma_s}$

$= \frac{1}{3\Sigma_s^2 \xi \left(1 - \frac{2}{3A}\right)} \longrightarrow L_m \sim 4\ cm$ //

5.5

$2\%\ B \rightarrow t = 150\ mm\ ;\ \sigma(Fe) = 2{,}5\ b\ ;\ \sigma(B) = 755\ b\ ;\ \rho^{(B)} = 2{,}5\ g/cm^3\ ;\ \rho^{(Fe)} = 7{,}8\ g/cm^3$

a) Σ (secc. eficaz macroscópica) $= \sigma \frac{dN}{dV} = \sigma \cdot \frac{\rho \cdot N_A}{P_A}$

$\Sigma_{Fe} = \sigma_{Fe} \cdot \underset{\%\ peso}{0{,}98} \cdot \frac{\rho_{Fe} \cdot N_A}{56} = 20{,}82\ m^{-1}$ //

$\Sigma_B = \sigma_B \cdot 0{,}02 \cdot \frac{\rho_B \cdot N_A}{11} = 206{,}7\ m^{-1}$ //

b) $I = I_0 \cdot e^{-\Sigma x} \longrightarrow \frac{I}{I_0} = e^{-(\Sigma_B + \Sigma_{Fe}) \cdot t} = 1{,}5 \cdot 10^{-15}$ → fracción de n que no son absorbidos

Fracción absorbida: $1 - \frac{I}{I_0} \sim 1$ // → se absorben prácticamente todos

(5.6)

5,9% procesos fisión $^{235}U \longrightarrow {}^{137}Cs$ (5 minutos)

$\tau = 44$ años

a)

$P = 3\,GW$

E_{lib} / fisión $= 205\ MeV$ $\Big\}\ \frac{P}{E_{lib}} = 9{,}13 \cdot 10^{19}$ fisiones/s

↳ Producción de ^{137}Cs : $R = 5{,}9\% \cdot P/E_{lib} = 5{,}39 \cdot 10^{18}$ átomos/s

$$\frac{dN_{Cs}}{dt} = R - \lambda_{Cs} N_{Cs} \rightarrow \text{Solución}: \lambda_{Cs} N_{Cs} = R\,(1 - e^{-\lambda_{Cs} \cdot t})$$

$$A_{Cs} = \lambda_{Cs} N_{Cs}(t) = R\,(1 - e^{-\lambda_{Cs} t}) \rightarrow t = 1 \text{ año},\ \lambda_{Cs} = \frac{1}{\tau}$$

$$= 1{,}21 \cdot 10^{17}\ Bq = 3{,}27\ MCi$$

$$↳ N_{Cs}(t) = \frac{R}{\lambda_{Cs}}(1 - e^{-\lambda_{Cs} t}) \simeq \frac{R}{\lambda_{Cs}}(1 - 1 + \lambda_{Cs} t) = R \cdot t$$

$$= 1{,}68 \cdot 10^{26}$$

b)

$$N_{Cs\,lib} = 0{,}13\ N_{Cs}(t = 1 \text{ año}) = 2{,}18 \cdot 10^{25} \text{ átomos}$$

$$A/S = \frac{\lambda_{Cs} N_{Cs\,lib}}{10^6\ Km^2} = \frac{\lambda_{Cs} \cdot 0{,}13 \cdot \frac{R}{\lambda_{Cs}}(1 - e^{-\lambda_{Cs} t})}{10^6\ Km^2} = \frac{0{,}13\,R\,(1 - e^{-\lambda_{Cs} t})}{10^6\ Km^2}$$

$$= 15{,}7\ kBq/m^2$$

(5.7)

^{131}I ($t_{1/2} = 8{,}0\,d$)

^{137}Cs ($t_{1/2} = 30\,y$)

$$\frac{N_{Cs}}{N_I} \sim 5$$

(Ver 5.6): $\begin{cases} \lambda_{Cs} N_{Cs} = R\,(1 - e^{-\lambda_{Cs} t_0}) \\ \lambda_I N_I = \frac{R}{5}(1 - e^{-\lambda_I t_0}) \end{cases}$ $t_0 = 10\,d$

↳ Escape con $t_0 = 10\,d$ $\quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

a) $$\frac{A_{Cs}(t_0)}{A_I(t_0)} = 5 \cdot \frac{(1 - e^{-\lambda_{Cs} t_0})}{(1 - e^{-\lambda_I t_0})} = 5 \cdot 0{,}001 = 5{,}5 \cdot 10^{-3} < 1$$ → Contribuye más el I porque tiene menor vida media y más actividad aunque haya menos átomos que de Cs.

b) $$A_{Cs}(t) = A_{Cs}(t_0) \cdot e^{-\lambda_{Cs} t}$$
$$A_I(t) = A_I(t_0) \cdot e^{-\lambda_I t}$$
$$A_I(t_{eq}) = A_{Cs}(t_{eq}) \rightarrow A_I(t_0)\,e^{-\lambda_I t_{eq}} = A_{Cs}(t_0) \cdot e^{-\lambda_{Cs} t_{eq}}$$

$$↳ \frac{A_{Cs}(t_0)}{A_I(t_0)} = e^{t_{eq}(\lambda_{Cs} - \lambda_I)} \rightarrow t_{eq} = \frac{\ln\left(\frac{A_{Cs}(t_0)}{A_I(t_0)}\right)}{\lambda_{Cs} - \lambda_I} = 60{,}2 \text{ días}$$

ver a)

c) 200 MeV / fisión

$P = 1\,GW$ $\Big\}$ $N_{fis/s} = \dfrac{P}{200\,MeV/fis} = 3,12 \cdot 10^{19}$ fisiones/s

$R = 1\% \cdot N_{fis/s} = 3,12 \cdot 10^{17}$ átomos $^{131}I/s$ producido

Ver 5.6:

$$\lambda_I N_I = A_I = R\,(1 - e^{-\lambda_I \cdot t_0}) \underset{t_0 = 24h = 1d}{=} 0,7001\ MCi$$

(5.8)

D-D, $^2H(^2H, n)^3He$

$^2H + {}^2H \rightarrow n + {}^3He$

a) $Q = M_{in} - M_{fin} = 2 \cdot M_n(^2H) - M(n) - M_n(^3He) = 2\cdot\Delta(^2H) - \Delta(n) - \Delta(^3He)$

$= 3,268\ MeV = T_n + \underbrace{T(^3He)}_{T_{He}}$

Fewer

Aparte, por conservación de p: $m_n \vec{v}_n + m_{He}\vec{v}_{He} = \vec{p}_{fin} = \vec{p}_{in} = 0$

$\hookrightarrow |m_n \vec{v}_n|^2 = |m_{He}\vec{v}_{He}|^2$ (opuestos)

$\hookrightarrow T_n = \frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{1}{2}\frac{m_n^2 v_n^2}{m_n} = \frac{1}{2m_n} \cdot m_{He}^2 v_{He}^2 = \frac{m_{He}}{m_n} \cdot T_{He}$

(supones $v \ll c$ → ver hoja aparte para cálculo exacto)

$T_n + T_n \frac{m_n}{m_{He}} = Q \rightarrow T_n = \dfrac{Q}{1 + \frac{m_n}{m_{He}}} = \dfrac{Q}{1 + 1/3} = \frac{3}{4}Q = 2,451\ MeV$

$T_{He} = \dfrac{Q}{1 + \frac{m_{He}}{m_n}} = \dfrac{Q}{4} = 0,817\ MeV$

$p_n = \sqrt{T_n 2 m_n} = 67,9\ MeV/c$ ($m_n = 939,5\ MeV/c^2$)

$p_{He} = \sqrt{T_{He} 2 m_{He}} = 67,9\ MeV/c$ ✓ ($m_{He} = (Krane) = 2818,5\ MeV$)

b) $d = 10^{-11}\ cm$

$|F_{coul}| = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$; $q\phi = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} = 14,4\ KeV = E_{sum}$

c) $E_{sum} = \frac{3}{2}kT \rightarrow T = \dfrac{2E_{sum}}{3k_B} = 0,112 \cdot 10^9\ K$

(5.9)

Fernando Rueso González
Erica Alcuza Sáez

Reacciones DD

1: $d + d \equiv {}^2_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_2He + n \quad (Q_1)$

2: $\quad " \qquad " \longrightarrow {}^3_1H + p \quad (Q_2)$

Energía liberada por reacción (calor de reacción Q): Para pasar a masas atómicas

$Q_1 = M_{in} - M_f = 2 \times M_n({}^2_1H) - M_n({}^3_2He) - M_n(n) + 2m_e - 2m_e$

$= 2 \times M({}^2_1H) - M({}^3_2He) - M_n(n)$ ← sacamos valores del Krane

$= (2 \times 2,014102 - 3,016029 - 1,008665) \times 931,502$ MeV

$= 3,2696$ MeV $= 3,27$ MeV

$Q_2 = 2 \times M_n({}^2_1H) - M_n({}^3_1H) - M_n(p) + 2m_e - 2m_e$

$= 2 \times M({}^2_1H) - M({}^3_1H) - M({}^1_1H)$

$= (2 \times 2,014102 - 3,016049 - 1,007825) \times 931,502$ MeV

$= 4,0334$ MeV $= 4,03$ MeV

Ambas reacciones son igual de probables. Por tanto, la energía liberada por reacción DD en promedio será:

$\overline{Q} = \frac{Q_1}{2} + \frac{Q_2}{2} = 3,65$ MeV

Por otro lado, tenemos 1 l de H_2O, cuya densidad $\rho = 1 g/cm^3 = 1 kg/dm^3$

$V_{H_2O} = 1 dm^3$

$M_{H_2O} = \rho \cdot V = 1 kg$

$P_{H_2O} = 18$ g/mol (peso atómico)

Nº de moléculas de H_2O en 1 l de agua:

$N_{H_2O} = \frac{M}{P} \cdot N_A = \frac{1000 g}{18 g/mol} \cdot 6,023 \times 10^{23} mol^{-1} = 3,35 \cdot 10^{25}$

$N_{H_2} = N_{H_2O}$; $N_H = 2N_{H_2} = 6,69 \times 10^{25}$ (hidrógeno natural)

$N_d = 0,0148\% \, N_H = 9,90 \times 10^{21}$, $\frac{N_d}{2} = 4,95 \cdot 10^{21} = N_{reacciones}$

Dado que en cada reacción se ~~fisionan~~ fusionan dos deuterios, habrá $N_d/2$ reacciones totales, que en promedio liberan $\overline{Q}$ por reacción. Por tanto, la energía liberada por litro de agua es:

$E = N_d/2 \cdot \overline{Q} = 4,95 \cdot 10^{21} \times 3,65$ MeV $= 1,81 \times 10^{22}$ MeV $= 2,90$ GJ

5.9 → Ver hoja aparte

5.10

$D - T \Rightarrow Q = 17{,}6\ MeV$

$^2H + ^3H \longrightarrow {}^4He + n$

$P = 1MW \longrightarrow R = \frac{P}{Q} = 3{,}547 \cdot 10^{17}\ s^{-1}$ → átomos de ^2H o de ^3H consumidos

$$\frac{dm}{dt}(^2H) = \frac{R}{N_A} \cdot 2g/mol = 1{,}18 \mu g/s = 37\ g/año$$

$$\frac{dm}{dt}(^3H) = \frac{R}{N_A} \cdot 3g/mol = 1{,}77 \mu g/s = 55{,}7\ g/año$$

5.11

a) $\nu + {}^A_Z X \longrightarrow e^- + {}^A_{Z+1}X'_{N-1}$

$$Q = M_{in} - M_{fin} = \cancel{M_\nu}^{\to 0} + M_n(^A_Z X) - M_{e^-} - M_n(^A_{Z+1}X'_{N-1})$$

$$= M_n(^A_Z X_N) + Z \cdot m_e - Zm_e - m_e - M_n(^A_{Z+1}X'_{N-1})$$ (desprecias energías de ligadura)

$$= M(^A_Z X_N) - M(^A_{Z+1}X'_{N-1})$$ ✓

b) $Q = T_{e^-} + T_\nu = -T_{\nu,min} \ldots (T_e = 0)$

$Q_1 = M(^{37}_{17}Cl) - M(^{37}_{18}Ar) = \Delta(^{37}_{17}Cl) - \Delta(^{37}_{18}Ar) = -814\ KeV$ (Firestone) → $E_{\nu min} = 814 KeV$

$Q_2 = M(^{71}_{31}Ga) - M(^{71}_{32}Ge) =$ " " $= -233\ KeV$ → $E_{\nu min} = 233 KeV$

$Q_3 = M(^{117}_{49}In) - M(^{117}_{50}Sn) =$ " " $= 1455\ KeV$ → $E_{\nu min} = 0$ → proceso espontáneo aun con neutrino en reposo

c) $p + p \longrightarrow d + e^+ + \nu$

${}^7Be + e^- \longrightarrow {}^7Li + \nu$

} → Ver hoja aparte

d) $M_n(^7_4Be) + M_{e^-} = M_n(^7_3Li) + \cancel{M_\nu} + T_{Li} + T_\nu$ $\quad | + 3M_{e^-}$

$M(^7Be) = M(^7Li) + T_{Li} + T_\nu$ → $T_\nu \sim p_\nu$ porque $T + \cancel{E_0} = \sqrt{m_\nu^2 + p_\nu^2}$

Conservac. de p: $\vec{p}_{Li} = -\vec{p}_\nu \rightarrow p_{Li} = p_\nu \rightarrow \frac{p^2_{Li}}{2m_{Li}} = \frac{p^2_\nu}{2m_{Li}} = \frac{T_\nu^2}{2m_{Li}} = T_{Li}$

$T_\nu - \underbrace{M(^7Be) - M(^7Li)}_{= T_\nu - \Delta m} + \frac{T_\nu^2}{2m_{Li}} = 0 \longrightarrow T_\nu = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{\Delta M}{2m_{Li}}}}{1/m_{Li}} \simeq 0{,}86\ MeV$

$T_{Li} = \frac{T_\nu^2}{2m_{Li}} \sim 57\ eV$ (retroceso despreciable) → aproximado, no conservaría momento. → Repetir si d retrocede algo.

e) $T_{\nu min} = 0$ (en reposo); $T_{\nu max} = 2M_n(p) - M_n(d) - M(e^+) = 2M(^1H) - M(^2H) - 2m_e = 419 KeV$ (en reposo)

6.1 $\nearrow$ 3 u_s ó d_s

$I = \frac{3}{2}$, $B = 1$, $S = 0$

$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} = I_3 + \frac{1}{2}$

Gell-Mann – Nisiyima

$$I_3 = \begin{cases} 3/2 \rightarrow Q = +2 & [uuu] = \Delta^{++} \\ 1/2 \rightarrow Q = +1 & [uud] = \Delta^{+} \\ -1/2 \rightarrow Q = 0 & [udd] \ \Delta^{0} \\ -3/2 \rightarrow Q = -1 & [ddd] \ \Delta^{-} \end{cases}$$

→ Resonancias

} No son protón ni neutrón porque $I = 3/2$ para Δ y $I = 1/2$ para p, n

6.2

$\Sigma \rightarrow Q = \left\{\begin{matrix} 0 \\ +1 \\ -1 \end{matrix}\right\} \rightarrow$ 3 proyecciones de $I \rightarrow \begin{cases} I_3 = -1, 0, 1 \\ I = 1 \end{cases}$
(rel. Gell-Mann)

↳ $BA = 1$ (barión)

$$Q = I_3 + \frac{BA+S}{2} \rightarrow Q = I_3 \rightarrow BA = -S \rightarrow S = -1$$

6.3

a) $\Lambda^0 \begin{cases} S = -1 \\ I = 0 \\ Q = 0 \end{cases}$ $\quad Q = I_3 + \frac{BA+S}{2} = 0 + \frac{BA-1}{2} = 0$

↳ $BA = 1$ → 3 quarks con carga 0 incluyendo el quark s ($s = -1$)

$S = -1 \rightarrow Q(s) = -1/3$

Buscamos otro quark con $-1/3$ y uno con $+2/3$, y además $I_{tot} = 0$

$\underbrace{I_{3s}}_{0} + I_{3q_2} + I_{3q_3} = 0$

Por ejemplo, el u y d cumplen ambas condiciones:

$I_{3u} = 1/2$; $I_{3d} = -1/2 \rightarrow I_3 = 0$; $Q = 0$

$\Lambda^0 \equiv [u, d, s]$

b) Ξ $\quad BA = 1 \rightarrow \{q_1 q_2 q_3\}$

doblete de isospín $\begin{cases} I = 1/2 \\ I_3 = \pm 1/2 \end{cases}$ → debe haber u ó d

$S = -2 \rightarrow$ Dos quarks s $\quad \Rightarrow \Xi = \begin{cases} [ssu] \rightarrow Q = 0 \rightarrow \Xi^0 \\ [ssd] \rightarrow Q = -1 \rightarrow \Xi^- \end{cases}$

c) Mesones $\{q_i \bar{q}_j\}$ $\rightarrow BA = 0 \rightarrow Q = I_3 + \frac{S}{2}$

$S = +1 \rightarrow$ quark $\bar{s}$ $\rightarrow Q(\bar{s}) = +1/3$

$K^+ \rightarrow Q = +1 \xrightarrow{I_3 = Q - S/2} I_3 = \frac{1}{2} \rightarrow$ quark u $\rightarrow K^+ \equiv \left\{ \begin{matrix} u \\ \bar{s} \end{matrix} \right\} \rightarrow Q = +1$ ✓

$K^0 \rightarrow Q = 0 \rightarrow I_3 = -1/2 \rightarrow$ " $d \rightarrow K^0 = \left\{ \begin{matrix} d \\ \bar{s} \end{matrix} \right\} \rightarrow Q = 0$ ✓

$S = -1 \rightarrow$ quark s

$K^- \rightarrow Q = -1 \rightarrow I_3 = -\frac{1}{2} \rightarrow$ antiquark $\bar{u}$ $\rightarrow K^- \equiv \left\{ \begin{matrix} \bar{u} \\ s \end{matrix} \right\} \rightarrow Q = -1$ ✓

$\bar{K}^0 \rightarrow Q = 0 \rightarrow I_3 = 1/2 \rightarrow$ antiquark $\bar{d} \rightarrow \bar{K}^0 \equiv \left\{ \begin{matrix} \bar{d} \\ s \end{matrix} \right\} \rightarrow Q = 0$ ✓

(6.4)

a) Barión $\{q_1 q_2 q_3\} \rightarrow BA = 1$

$Q = I_3 + \frac{BA + S}{2} = I_3 + \frac{S+1}{2} = \xrightarrow{S=0}$ $\begin{cases} I_3 = +1/2 & Q = +1 \rightarrow uud \\ I_3 = -1/2 & Q = -1 \rightarrow ddu \end{cases}$

+ Fácil:

$Q(q_i) = \begin{cases} 2/3 \\ -1/3 \end{cases}$

$\rightarrow \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2$ $\quad -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -1$

$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1$ $\quad \rightarrow Q \in [-1, +2]$

$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$

Σq_i entero

↳ no se ha visto nada distinto

b) Mesón $\{q_i \bar{q}_j\}$

$Q(q_i) = \begin{cases} +2/3 \\ -1/3 \end{cases}$ $\quad Q(\bar{q}_j) = \begin{cases} +1/3 \\ -2/3 \end{cases}$

$$\left.\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{3} &= +1 \\ \frac{2}{3} - \frac{2}{3} &= 0 \\ -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} &= -1 \\ -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} &= 0 \end{aligned}\right\} Q \in [-1, 1]$$

6.5

J^{PC} $\{q_i \bar{q}_j\}$

$\vec{S} = \vec{S_1} + \vec{S_2}$ → $S_1 = S_2 = 1/2$ → $\boxed{S = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}}$

$\boxed{L = 0, 1, 2}$ } $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ → $|L-S| \leq J \leq L+S$, entero

$\boxed{P = (-1)^{L+1}}$

Para $i = j : \{q\bar{q}\}$ → $\boxed{C = (-1)^{L+S}}$ → Ver posibilidades en hoja aparte

6.6 → Interacciones fuertes

a) $pp \to \bar{p}\pi^+\pi^+\pi^+$ (Conservan Q todos), viola BA $= +2 \neq -1$

b) $pp \to p\bar{p}\pi^+\pi^+$ Viola BA $= 2 \neq 0$

c) $pp \to pp\bar{p}\pi^+$ " " $\neq 1$

} No permitidas //

d) $pp \to pp\,p\bar{p}$ Conserva BA → permitida

e) $pp \to ppp\bar{p}\pi^0$ " → "

f) $pp \to pp\,p\bar{p}\pi^+\pi^-$ " → "

} permitidas //

6.7

a) $\nu e \to \nu e$ → Conserva Q → $e^\pm \to e^\pm$,

$\nu e^\pm \to \nu e^\pm$ → Debe conservar L_e, L_μ, L_τ → implica $\nu_{in} = \nu_{fin}$

⇒ $\nu_{e,\mu,\tau}\, e^\pm \to \nu_{e,\mu,\tau}\, e^\pm$ y $\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}\, e^\pm \to \bar{\nu}_{e,\mu,\tau}\, e^\pm$ (colisión elástica) //

b) $\nu e \to \nu \mu$ → Q → $e^\pm \infty \mu^\pm$

$\nu e^\pm \to \nu \mu^\pm$ Conservar L_e, L_μ → 4 combinaciones:

$\nu_\mu e^- \to \nu_e \mu^-$; $\bar{\nu}_\mu e^+ \to \bar{\nu}_e \mu^+$

$\nu_e e^+ \to \nu_\mu \mu^+$; $\bar{\nu}_e e^- \to \bar{\nu}_\mu \mu^-$ //

c) $\nu N \to e N$ → Conserva Q, L_e → implica varias opciones:

$\bar{\nu}_e p \to e^+ n$

$\nu_e n \to e^- p$ //

d) $\nu N \to \mu N$

$\bar{\nu}_\mu p \to \mu^+ n$

$\nu_\mu n \to \mu^- p$ //

(6.8)

$$\begin{cases} \pi^- + p \to \pi^- + p & (1) \to \text{choque elástico} \\ \pi^- + p \to \pi^0 + n & (2) \to \text{" inelástico} \end{cases}$$

Isospin se conserva sólo en fuertes

$T_{1/2} = T_{3/2} \cdot e^{i\varphi}$

$I(\pi) = 1$

$I_3(\pi^-) = -1 \quad ; \quad I_3(\pi^0) = 0$

$I(p) = 1$

$I_3\binom{p}{n} = \pm 1/2$

Coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$\pi^- \otimes p \equiv \underset{I_1}{1} \otimes \underset{I_2}{\tfrac{1}{2}} \qquad (I)$$

I_1	I_2	$3/2$	$1/2 \leftarrow J$
$1 \otimes$	$\frac{1}{2}$	$-1/2$	$-1/2 \leftarrow M$
0	$-\frac{1}{2}$	$2/3$	$1/3$
-1	$1/2$	$1/3$	$-2/3$

$I_3(\pi^0)$ $I_3(\pi^-)$ $I_3(p)$

$\to |\pi^0 n\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\,|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\,|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle$

$\to |\pi^- p\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\,|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\,|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle$

$T_1 = \langle \pi^- p | T | \pi^- p \rangle = \frac{1}{3} T_{3/2} + \frac{2}{3} T_{1/2}$

$T_2 = \langle \pi^0 n | T | \pi^- p \rangle = \sqrt{\frac{2}{9}}\, T_{3/2} - \sqrt{\frac{2}{9}}\, T_{1/2}$

Regla de Fermi $\sigma_i \propto |T_i|^2$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{1}{9}|T_{3/2} + 2T_{1/2}|^2}{\frac{2}{9}|T_{3/2} - T_{1/2}|^2} \qquad \swarrow \; T_{1/2} = T_{3/2} \cdot e^{i \cdot 45^\circ}$$

$$= \frac{1}{2}\left|\frac{1 + 2e^{i\pi/4}}{1 - e^{i\pi/4}}\right|^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{(1 + 2e^{i\pi/4})(1 + 2e^{-i\pi/4})}{(1 - e^{i\pi/4})(1 - e^{-i\pi/4})}\right) = \left(\frac{1 + 4 + 4\cos\pi/4}{1 + 1 - 2\cos\pi/4}\right)\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{5 + 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = 6{,}69$$

Predomina choque elástico (1).

Valor experimental: 6,05 ✓

(6.9) → Ver hoja aparte

Fernando Ibueso González
Erica Alcusa Sáez

Vida media del oro: → desintegración vía α

$$^{197}_{79}Au_{118} \longrightarrow {}^{193}_{77}Ir_{116} + {}^{4}_{2}He_{2}$$

Calor de reacción:

$$Q_\alpha = M_n\left({}^{197}_{79}Au_{118}\right) - M_n\left({}^{193}_{77}Ir_{116}\right) - M_n\left({}^{4}_{2}He_{2}\right) + 79m_e - 77m_e - 2m_e$$

$$= M\left({}^{197}_{79}Au\right) - M\left({}^{193}_{77}Ir\right) - M\left({}^{4}_{2}He\right)$$ valores del Krane

$$= (196{,}966543 - 192{,}962917 - 4{,}002603) \times 931{,}502 \text{ MeV}$$

$$= 0{,}9529 \text{ MeV}$$

Valores salen mal, usar mejor
los datos de examen teoría junio 09
adrfisica.tk

Constante de desintegración: (λ)

$$\ln\lambda = C - \frac{D \cdot Z_{Ir}}{\sqrt{Q_\alpha}} = 132{,}8 - \frac{3{,}97 \cdot 77}{\sqrt{0{,}953}} \Rightarrow$$

$$\lambda = 4{,}73 \cdot 10^{-79}$$

$$\hookrightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = 2{,}1 \cdot 10^{78}\,s = 6{,}7 \cdot 10^{70}\,y \gg$$ Edad del universo

→ Por tanto se considera estable.

Masa del protón 'vs' masa de los quarks constituyentes:

$M_p \simeq 938$ MeV

$p \equiv uud$

Masas en reposo

$M_u = 1{,}5 - 3$ MeV ~ 2 MeV (según los apuntes de
$M_d = 3 - 7$ MeV ~ 5 MeV teoría) → son cifras orientativas, pues no se miden aislados

$$2M_u + M_d \sim 7 \text{ MeV} \ll M_p \rightarrow \frac{2M_u + M_d}{M_p} \sim 0{,}7\%$$

Es decir, la masa del protón es mucho mayor que la suma de los quarks constituyentes. Esto se debe por un lado a que la masa de los quarks no está perfectamente bien definida, ya que no se le observa de manera aislada sino ligados (por gluones) y no se puede medir directamente. Por otro, lado, el protón es un sistema de 3 quarks ligados, que no tienen por qué estar en reposo internamente. De hecho, la masa del protón no se debe principalmente a las masas de los quarks sino a la energía de ligadura del sistema (denominada QCBE: quantum chromodynamics binding energy), asociada a los gluones.

(6.9)

$$K^- + p \begin{cases} \xrightarrow{(1)} \pi^- + \Sigma^+ \\ \xrightarrow{(2)} \pi^+ + \Sigma^- \end{cases}$$

Proceso de interacción fuerte (colisión)
↳ Se conserva carga ✓, nº bariónico ✓, extrañeza ✓, isospín ✓

$I_3 = Q - \frac{BA+S}{2}$

Para piones: $I_3 = Q$

	Partícula	Quarks	Q	BA	S	I_3	I
mesón:	K^-	$\bar{u}s$	-1	0	-1	$-1/2$	$1/2$
barión:	p	uud	$+1$	1	0	$1/2$	$1/2$
mesones	π^+	$u\bar{d}$	$+1$	0	0	1	1
	π^-	$\bar{u}d$	-1	0	0	-1	1
bariones	Σ^+	uus	$+1$	1	-1	1	1
	Σ^-	dds	-1	1	-1	-1	1

Se comprueba que se conserva Q, BA, S e I_3 en ambas reacciones (sumando a ambos lados).

Según la teoría, la sección eficaz

$$\sigma \propto |\langle \underset{\text{estado final}}{f} | H | \underset{\text{estado inicial}}{i} \rangle|^2$$

dos estados $|i\rangle, |f\rangle$ se expresan en la base propia de isospín mediante los coeficientes de Clebsch-Gordan.

Fernando Illeso González
Erica Alonso Sáez

$|i\rangle = |K^- p\rangle$

$\hookrightarrow I_{K^-} = \frac{1}{2}$; $I_p = \frac{1}{2}$ $\longrightarrow$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$; $I_{3K^-} = -\frac{1}{2}$, $I_{3p} = \frac{1}{2}$

$M = I_{3K^-} + I_{3p} = 0$

$J\,max = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$J\,min = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

$J_1 = J_{max}$ $\quad J_2 = J_{min}$

I_1 I_2 / $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	1 / 0 (M)	0 / 0 (M)	
$-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$1/2$	$-1/2$	$\Rightarrow |K^- p\rangle$
$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	$1/2$	$+1/2$	

$\hookrightarrow |K^- p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle$; $|1,0\rangle \equiv |10\rangle$
$|i,j\rangle \equiv |ij\rangle$

$|f\rangle = |\pi^{\mp} \Sigma^{\pm}\rangle$

$I = 1$ en todos los casos $\rightarrow$ 1×1 $\rightarrow J = 0, 1, 2$

$M = 0$ " " " "

1×1	2 / 0	1 / 0	0 / 0	
1 -1	$1/6$	$1/2$	$1/3$	$\rightarrow |\pi^+ \Sigma^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|20\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|00\rangle$
0 0	$2/3$	0	$-1/3$	
-1 1	$1/6$	$-1/2$	$1/3$	$\rightarrow |\pi^- \Sigma^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|20\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|00\rangle$

I_{3a} I_{3b}
$|a\,b\rangle$

$$H|i\rangle = T|K^- p\rangle = T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle\right) = \frac{T_1}{\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{T_0}{\sqrt{2}}|00\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(T_1|10\rangle - T_0|00\rangle\right)$$

$\sigma_1 \propto |\langle \pi^- \Sigma^+ | H | K^- p\rangle|^2$, $\sigma_2 \propto |\langle \pi^+ \Sigma^- | H | K^- p\rangle|^2$

$$1: \langle \pi^- \Sigma^+ | H | K^- p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_0}{\sqrt{3}}\right) = -\left(\frac{T_1}{2} + \frac{T_0}{\sqrt{6}}\right)$$

$$2: \langle \pi^+ \Sigma^- | H | K^- p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_0}{\sqrt{3}}\right) = \frac{T_1}{2} - \frac{T_0}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left|\frac{\langle f_1|H|i\rangle}{\langle f_2|H|i\rangle}\right|^2 = \left|\frac{\frac{T_1}{2} + \frac{T_0}{\sqrt{6}}}{\frac{T_1}{2} - \frac{T_0}{\sqrt{6}}}\right|^2 = \left|\frac{\sqrt{6}\,T_1 + 2T_0}{\sqrt{6}\,T_1 - 2T_0}\right|^2 \quad //$$

(6.13)

- $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

$$\begin{array}{ccc} K^+ & \pi^+ & \pi^0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ J^P = 0^- & J^P = 0^- & J^P = 0^- \end{array}$$

$\left.\begin{array}{l} J_i = 0 \\ J_f = 0 \end{array}\right\}$ Se conserva la carga y el momento angular total

NO se conserva paridad. $\left\{\begin{array}{l} P_i = -1 \\ P_f = (-1)(-1) = \underline{1} \end{array}\right.$

- $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$

$$\begin{array}{cccc} K^+ & \pi^+ & \pi^+ & \pi^- \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ J^P = 0^- & J^P = 0^- & J^P = 0^- & J^P = 0^- \end{array}$$

$\left.\begin{array}{l} J_i = 0 \\ J_f = 0 \end{array}\right\}$ Se conserva la carga y el momento angular total

SÍ se conserva paridad. $\left\{\begin{array}{l} P_i = -1 \\ P_f = (-1)(-1)(-1) = -1 \end{array}\right.$

En ambos casos se conserva J (el momento angular total), pero en las desintegraciones $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ se viola paridad, por lo que no puede ser una interacción fuerte.

(6.15) a) Conjugación de carga del sistema $\pi^+\pi^-$.

Como es un sistema partícula-antipartícula es propio de C. de la forma $C|\pi^+\pi^-;L\rangle = (-1)^L|\pi^+\pi^-;L\rangle$.
Por lo que $C=(-1)^L$. En el caso particular de que estén en un estado S $(L=0)$,
$\underline{\underline{C=1}}$

b) $p+\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

P es un barión, ¿se conserva BA?

$BA_i = 1+(-1) = 0$
$BA_f = 0+0 = 0$ } Sí, se conserva

Momento total: $J_i = L_i + S_i = L_i + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}}$

$J_f = L_f + S_f = L_f + 0 + 0$

Dos posibilidades para el espín inicial (de los protones):
- Estado singlete: $S=0 \rightarrow J_i = L_i$
- Estado triplete: $S=1 \rightarrow J_i = L_i + 1$

Como se tiene que conservar el momento total,

$J_i = J_f \longrightarrow$ Singlete: $L_i = L_f$

triplete: $L_i + 1 = L_f$

Si, por ejemplo, los protones estuviesen en estado S, $L_i = 0$, $\underline{L_f = 0, 1}$.

¿Paridad? Estado inicial: $\underbrace{P(p) = -P(\bar{p})}_{\text{Porque son bariones}} \rightarrow P_i = (-1)(1) \cdot P_{L_i}$

$= -1 \cdot (-1)^{L_i} = (-1)^{L_i + 1}$

Estado final: $\underbrace{P(\pi^+) = P(\pi^-)}_{\text{Porque son bosones}} \rightarrow P_f = (-1)^2 \, P_{L_f}$

$= (-1)^{L_f}$

Si se tuviese que conservar paridad, $L_i + 1 = L_f$, lo que querría decir que los protones estaban en el estado triplete con $S = 1$. (Aunque, si la desintegración es débil, no tiene por qué conservarse paridad, y los protones podrían estar en el estado singlete con $S = 0$).

c) Conjugación de carga:

Estado inicial: Barión - antibarión $\rightarrow$ $C_i = (-1)^{J_i = L_i + S}$

Estado final: Pión - pión $\rightarrow$ $C_f = (-1)^{J_f = L_f}$

Dos casos: p y $\bar{p}$ en los estados singlete $(S=0)$ y triplete $(S=1)$.

- Singlete: $S=0$.

Si se conserva C $\rightarrow$ $(-1)^{L_i} = (-1)^{L_f}$.

En este estado, $L_i = L_f$, así que conservar C no impone restricciones

- Triplete: $S=1$ $\rightarrow$ $(-1)^{L_i+1} = (-1)^{L_f}$.

$\rightarrow$ $L_i + 1 = 2\cdot n + L_f$, $n = 0, 1, 2 \ldots, -1, -2, \ldots$

$\boxed{L_i - L_f = 2n-1}$

Por conservación de J, en el estado triplete tenemos que $L_i + 1 = L_f$, así que la condición de conservar C no impone más restricciones.

Conclusión: En este caso, la invarianza de C no impone más restricciones para l de las que ya impone la conservación del momento angular total.

6.10

$I = \frac{3}{2}$

1: $\Lambda^0 \to p\,\pi^-$

2: $\Lambda^0 \to n\,\pi^0$

$I(p) = \cancel{3}/2 \quad I_3(p) = \frac{1}{2}$

$I(n) = 1/2 \quad I_3(n) = -1/2$

$I(\pi) = 1 \quad \begin{cases} I_3(\pi^-) = -1 \\ I_3(\pi^0) = 0 \\ I_3(\pi^+) = 1 \end{cases}$

$Q = I_3 + \frac{BA}{2}$

$\underbrace{I(\Lambda) = \frac{3}{2}\ ;\ I_3(\Lambda^0) = -\frac{1}{2}}$

$|\Lambda^0\rangle = |\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

Clebsch - Gordan

$1 \times \frac{1}{2}$		$3/2$, $-1/2$	$1/2$, $-1/2$
0	$-\frac{1}{2}$	$2/3$	$1/3$
-1	$1/2$	$1/3$	$-2/3$

$\to |\pi^0 n\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\,|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\,|1/2, -\frac{1}{2}\rangle$

$\to |\pi^- p\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\,|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\,|1/2, -1/2\rangle$

No contribuirán por conservación de I si $I = 3/2$

$\Gamma \propto |\langle f|V|i\rangle|^2$

1: $\langle \pi^- p|V|\Lambda^0\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot T_{3/2}$

2: $\langle \pi^0 n|V|\Lambda^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot T_{3/2}$

$\Big\}\ r = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \frac{1}{2}$ //

aquí al revés

En lugar de $\Lambda^0 \equiv [udd]$ con $I = 3/2$, $I_3 = -1/2$, $n \equiv [udd]$ con $I = 1/2$, $I_3 = -1/2$

$|n\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

1: $\langle \pi^- p|V|n\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}}\, T_{1/2}$

2: $\langle \pi^0 n|V|n\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\, T_{1/2}$

$\Big\}\ r = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = 2$ //

6.11

$\pi^- + \overset{\text{deuterio}}{d} \to n + n \qquad \pi^- \begin{cases} \bar{u} \\ d \end{cases}$ (quarks)

$J^P(d) = 1^+\ ;\ J^P(n) = 1/2^+ \to J^P(\pi^-)\ ?\ ;\ I_\pi = 1\ ; I_3 = -1$

El deuterio está en reposo, y captura el pión en onda s $\to \ell = 0$.

$\hookrightarrow P_d = (-1)^\ell = +1$

- Conservación del momento angular

$\vec{J}_i = \underset{0}{\vec{S}_\pi} + \underset{1}{\vec{S}_d} + \vec{\cancel{L}} = \vec{1}$

$\vec{J}_f = \underset{1/2}{\vec{S}_n} + \underset{1/2}{\vec{S}_n} + \vec{L}_f = \begin{cases} 0 + L_f \\ 1 + L_f \end{cases}$

si: $\frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = 1 \to \Psi_{\text{onda}}$ simétrica

$= 0 \to$ " antisimétrica

$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$

Se estudian todas las posibilidades:

L_f	S	J_f	
0	0	0	$\rightarrow J_f \neq J_i$
0	1	1	$\rightarrow \psi_{total} = \text{sim} \times \text{sim}$ es simétrica (porque son fermiones (exclusión de Pauli)) … $(-1)^\ell = (-1)^0 = 1$ … espín 1 … sim. Lo n,n debe ser antisimétrico. NO
1	0	1	$\rightarrow \psi_{total} = \text{anti} \times \text{anti} \equiv$ simétr … $(-1)^\ell$ … espín. NO
1	1	0 $\rightarrow$ NO 1 $\rightarrow$ conserva J, $\psi_{total} = \text{anti} \times \text{sim} = \text{anti} \rightarrow$ OK 2 $\rightarrow$ NO	
2	0	2 $\rightarrow$ NO	
2	1	1,2,3 $\rightarrow$ NO	

Por tanto, $\boxed{L_f = 1}$ es la solución válida.

$I(\pi) = 1$; $I(d) = 0 \rightarrow I_{total} = 1$

$I(n,n) \rightarrow$ función de ondas de isospín es simétrica, por lo que no cambia los resultados anteriores.

$\rightarrow$ Conservación de paridad: $\rightarrow$ se conserva en la interacción fuerte

$$P_i = (P_\pi) \cdot (P_d) \cdot (-1)^{L_i} = P(n)^2 (-1)^{L_f} = P_f$$

$$\rightarrow P_\pi \cdot (P_d) \cdot (-1)^0 = (-1)^1 = -1$$

Sabemos que $P_d = 1$ (enunciado)

$$\Rightarrow \boxed{P_\pi = -1}$$

6.12

$p + \bar{p}$ en reposo → onda S → $L_i = 0$

Si es interacción fuerte, conserva paridad.

$\vec{J_i} = \vec{S_p} + \vec{S_{\bar{p}}} + \vec{L_i} = \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

$\vec{J_f} = \underbrace{\vec{S_{\pi^0}}}_{=0} + \vec{S_{\pi^0}} + \vec{L_f} = \vec{L_f} = \vec{J_i} \rightarrow \vec{L_f} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

$P_i = \overset{=1}{P(p)} \cdot P(\bar{p}) \cdot (-1)^{0+S_i} = P(\pi^0) \cdot P(\pi^0)\,(-1)^{L_f}$

Como π^0 son bosones, la función de ondas total debe ser simétrica, como espín = 0, (simétrico), → $L_f = 0$?

Como $p, \bar{p}$ → $S_i = 1$ para que f. de ondas antisimétrica (bosones)

y $P(p) = 1 = -P(\bar{p})$

$P_i = -1 \neq P_f = 1$ → NO es posible vía interacción fuerte.

6.13

$K, p \rightarrow J^P = 0^-$ ⟶ Ver hoja aparte

6.14

$\begin{cases} \pi^0 \rightarrow 2\gamma \\ \pi^0 \rightarrow 3\gamma \end{cases}$ → interacción electromagnética → se conserva CC

$J^{PC}(\pi^0) = 0^{-+}$ → $CC(\pi^0) = 1$

$J^{PC}(\gamma) = 1$ → $CC(\gamma) = -1$ → porque campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ cambian de signo. al conjugar cargas. (Ferrer p. 458)

CC debe conservarse

$CC(\gamma\gamma) = (-1)^2 = 1$ → OK

$CC(\gamma\gamma\gamma) = (-1)^3 = -1$ → NO, prohibido

6.15 → Ver hoja aparte

7.1 (*) Líneas de propagadores ($W^\pm, Z, g$) deben ser verticales, pero no se hace así para ahorrar espacio.

1) $\Xi^{*-} \longrightarrow K^- + \Sigma^0$ — Conserva extrañeza e isospín

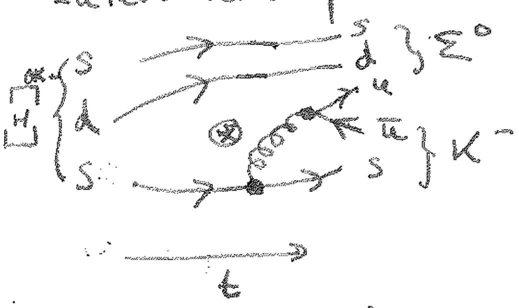
↓

Interacción fuerte

$$\begin{Bmatrix} s \\ s \\ d \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} s \\ \bar{u} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} s \\ u \\ d \end{Bmatrix}$$

$$I_i = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = I_f \checkmark$$

$-\frac{1}{2} = I(d)$; $I(\bar{u})$, $I(u)$, $I(d)$

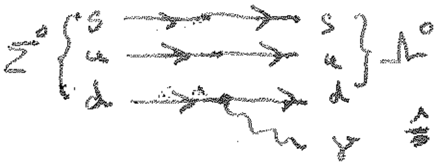


+ casos análogos

2) $\Sigma^0 \longrightarrow \Lambda^0 + \gamma$ → electromagnética (γ: propagador)

$$\begin{Bmatrix} s \\ u \\ d \end{Bmatrix} \longrightarrow \begin{Bmatrix} s \\ u \\ d \end{Bmatrix} + \text{bosón}$$

→ Conserva carga, BA, L, ...



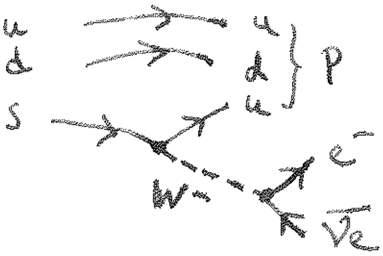
+ análogos

≙ Bremsstrahlung

3) $\Lambda^0 \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ → Viola extrañeza → es débil

conserva nº leptónico, BA, carga, ...

$$\begin{Bmatrix} s \\ u \\ d \end{Bmatrix} \longrightarrow \begin{Bmatrix} u \\ u \\ d \end{Bmatrix} + \text{leptones}$$



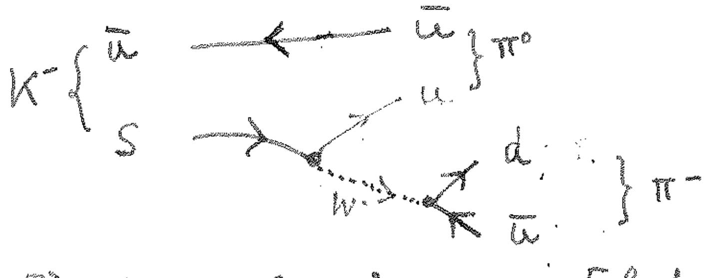
4) $K^- \longrightarrow \pi^- \pi^0$

$$\begin{Bmatrix} s \\ \bar{u} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} d \\ \bar{u} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u\bar{u} - d\bar{d} \end{Bmatrix}$$

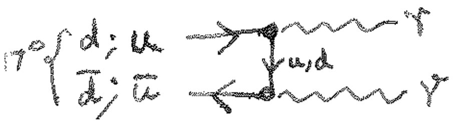
→ Viola extrañeza, es débil

Conserva Q, BA, viola isospín.

$$I_i = -\frac{1}{2} \neq -1 = I_f$$



5) $\pi_0 \rightarrow \gamma + \gamma$ → Electromagnética, materializa

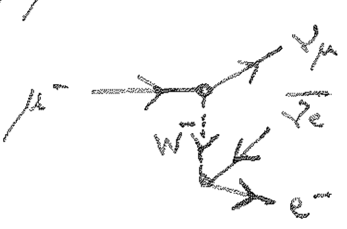


6) $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ → leptones, débil; viola isospín; conserva L_μ, Q, BA

$I_i = -1 \neq I_f = 0$

$$\begin{Bmatrix} \bar{u} \\ d \end{Bmatrix} \rightarrow \text{leptones}$$

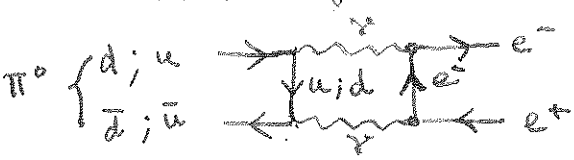
7) $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ → débil, conserva L_e, L_μ, Q, BA, ...



7.2

(a) Conserva Q, I, L_e, S posible a 2º orden, a 1er orden viola conjugación de carga $C(q\bar{q}) = -1 \neq 1_{\,c(e^+e^-)}$

↳ Electromagnética



(b) $p \to n\, e^+ \nu_e$ → Conserva Q, L_e, viola isospin

No es posible porque $m_p < m_n$ → p estable

(c) $n \to p\gamma$ → Viola carga, no es posible

(d) $p \to \pi^+\gamma$ → Conserva Q; BA es violado : $3 \cdot \frac{1}{3} \neq 0 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$ → NO se da

(e) $p \to e^+\gamma$ → Viola BA, L_e → no se da

(f) $\bar{p}n \to \pi^-\pi^0$ → Conserva energía, Q, BA, S, I → fuerte

$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$

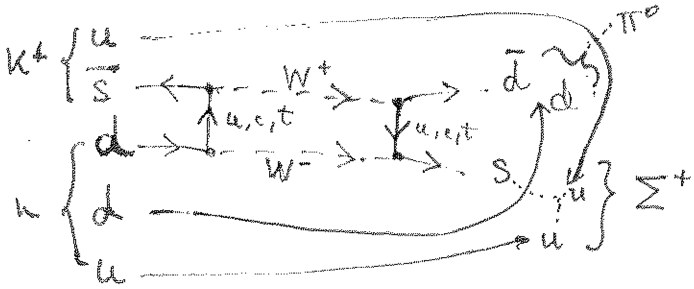
↳ Se aniquilan $u\bar{u}$ ó $d\bar{d}$ → gluones

(g) $\mu^\pm \to e^\pm e^+ e^-$ → Viola L_μ, L_e } No se dan

(h) $\mu^\pm \to e^\pm \gamma$

(i) $K^+ n \to \Sigma^+ \pi^0$ → Conserva Q, BA, energía

$\begin{pmatrix} u \\ \bar{s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u \\ u \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \bar{u} \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} d \\ \bar{d} \end{pmatrix}$ → Viola S, I → es débil



(j) $\rho_0 \to 2\pi^0$ Conserva Q

↳ bosones idénticos, f. onda simétrica, $L_f = 0$

$J_i(\rho^0) = 1 = J_f = L_f + S_f = L_f = 1$ ✗ → No es posible por conservación de L

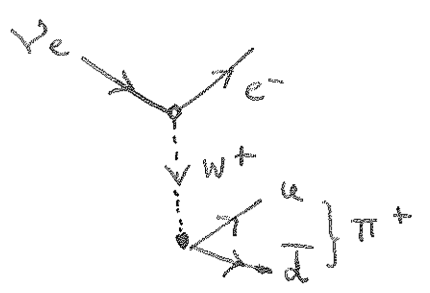
(7.3)

a) $\nu_\mu + p \to \mu^+ + n \Rightarrow$ Viola $L_\mu \to L_\mu(\nu_\mu) = +1 \neq L_\mu(\mu^+) = -1$
$\to$ No se da

b) $\nu_e + p \to e^- + \pi^+ + p \to$ Conserva Q, L_e, BA, S

pero es débil! aunque conserve S.

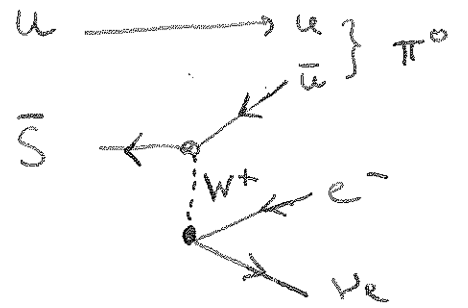
Permitida



$p \longrightarrow p$ (espectador)

c) $\Lambda^0 \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ Conserva Q, L_e, viola S (débil!)
pero viola BA $\to$ No se da
$1 \neq 0$

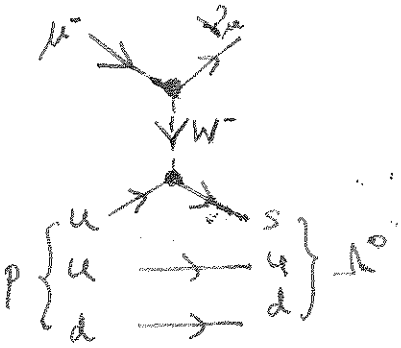
d) $K^+ \to \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$ Conserva Q, L_μ, BA, viola $S \to$ débil
$\to$ Permitida



(7.4)

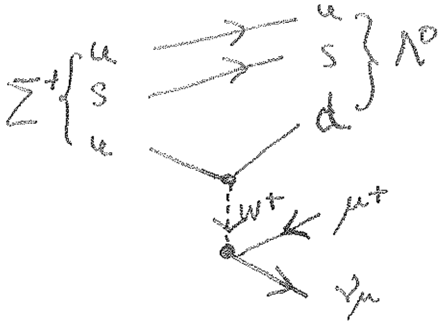
(a) $\Xi^0 \to \Sigma^0 + \gamma$ $\to$ electromagnética, pero viola S
$\to$ Por tanto NO permitida

b) $\mu^- + p \to \Lambda^0 + \nu_\mu$ $\to$ Conserva L_μ, BA, viola $S, I \to$ es débil



c) $\Sigma^+ \to \Lambda^0 + \mu^+ + \nu_\mu$ → conserva L_μ, Q, S, viola I

↳ es débil

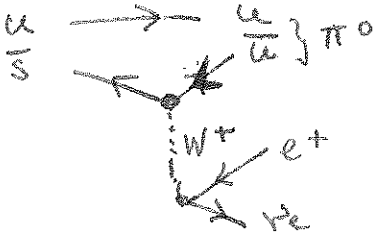


d) $K^- + d \to \pi^+ + \Sigma^-$ → viola conservación de BA

→ si fuese p en lugar de d → posible por int. fuerte

e) $K^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e$ → conserva Q, L_e, BA, viola S

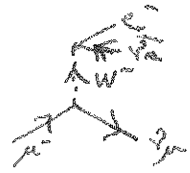
↳ débil



7.5

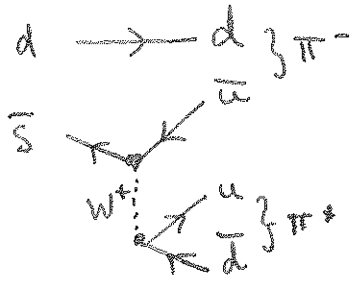
a) $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ → ver 7.1; 7)

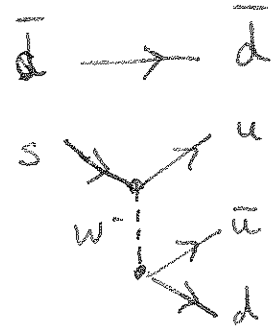
débil



b) $K_S^0 \to \pi^+ + \pi^-$ viola extrañeza, conserva Q

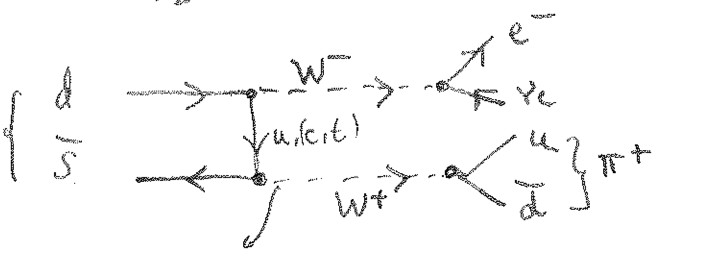
$K_S \cong \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$ ↳ débil

K^0 

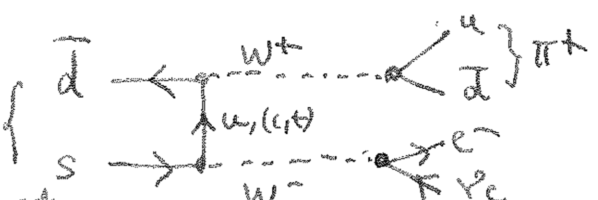
; $\bar{K}^0$ 

c) $K_L^0 \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ análogo a b) → débil, pero a 2º orden para K^0 y a 1º para $\bar{K}^0$

$K_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$

K^0 

verticales

; $\bar{K}^0$ 

2º orden

Domina a 1er orden $\bar{K}^0$ 

; K^0 a 1er orden daría un π^-.

Fernando Iglueso González
Erica Alonso Sáez

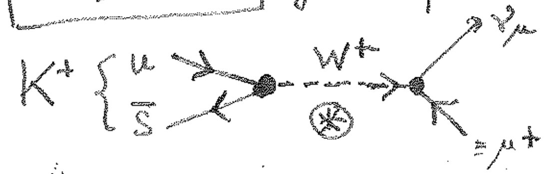
7.6

a) Son dos desintegraciones semileptónicas

Flechas → para partículas, ← para antipartículas

1: $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

$\boxed{\xrightarrow{t} \ldots}$ Eje tiempos ; Notación: $\xrightarrow{\mu} \equiv \mu^-$; $\xleftarrow{\mu} \equiv \mu^+$; $\xleftarrow{s} \equiv \bar{s}$



Cambio de extrañeza ($\Delta S = 1$)
↳ es una interacción débil por corrientes cargadas (bosón W^+ virtual) con cambio de extrañeza

Anchura $\Gamma_1 \propto \frac{1}{\tau_1} \propto (\alpha_W)^{n^\text{o} \text{ vértices}}$ con $\alpha_W \sim 10^{-4}\alpha$

$\sigma \propto \Gamma_1$; $\alpha = \frac{1}{137} \sim 10^{-2}$

$\Gamma_1 \propto \alpha_W^2$

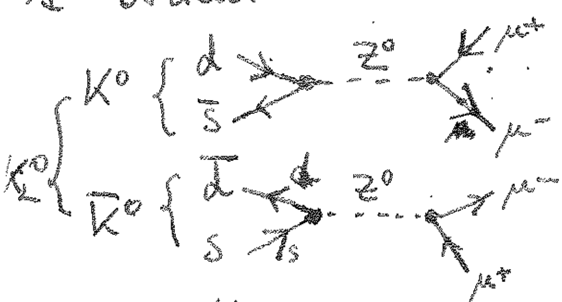
según teoría, para procesos débiles (que violan extrañeza)

2: $K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$

$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\right)$

(*) Todas las líneas punteadas deben ser verticales, pues son virtuales, duran muy poco (tiempo de interacción). En todo este problema se pintan horizontales para ahorrar espacio.

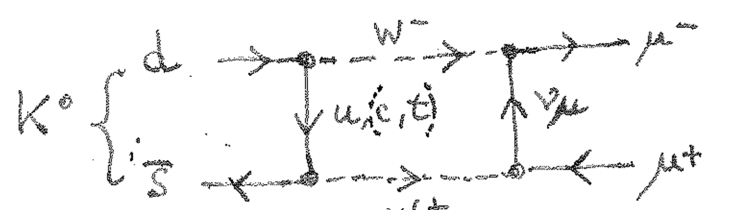
1^er^ orden:

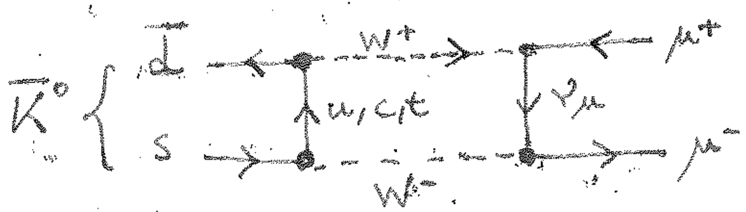


1^er^ orden no está permitido porque Z^0 no puede mezclar familias de quarks distintas (sólo acopla con quarks de la misma)
↳ (ver Ferrer), hipótesis Cabibbo

NO SE DA

Buscamos 2º orden (4 vértices) tipo "box" con corrientes cargadas que sí permiten mezclar familias de quarks





W^{+-} se elige para que conserve la carga el vértice

Se viola extrañeza → proceso débil

Se conserva carga en los vértices ✓

Se intercambia un quark u, c ó t (carga +2/3) virtual y un neutrino muónico (conservar nº leptónico).

$\Gamma_2 \propto \alpha_W^4$ (4 vértices al ser 2º orden y estar el 1º prohibido, frente a 2 vértices del caso 1 ¡donde sí hay primer orden).

$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} = \frac{\alpha_W^4}{\alpha_W^2} = \alpha_W^2 \sim 10^{-8}\alpha^2 \sim 10^{-12} \rightarrow \Gamma_2 \sim \Gamma_1 \cdot 10^{-12}$

$\tau_2 \sim \tau_1 \cdot 10^{12}$

FHG
EAS

$\sigma \propto \Gamma$

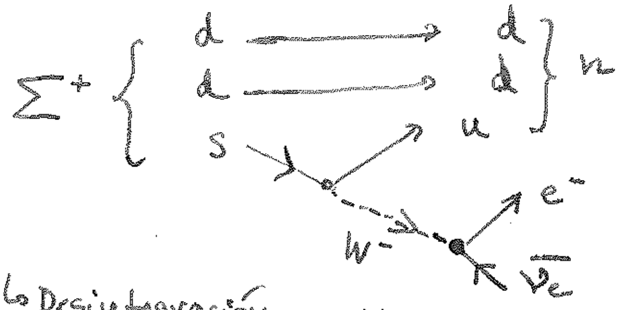
→ Por tanto domina el proceso (1), el de 1er orden, como era de esperar: $\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \sim 10^{-12} \sim 10^{-3}$ → resultado experimental (Ferrer p. 549)

$K^+ \to \mu^+ \nu_\mu$

↝ coincidencia aceptable dadas las aproximaciones realizadas

b)

$2: \Sigma^- \to n\, e^+ \bar{\nu}_e$



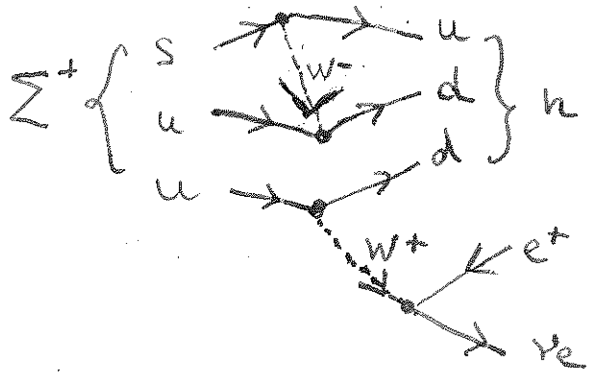
↳ Desintegración semileptónica

Proceso débil, se conserva carga pero se viola extrañeza

1er orden, 2 vértices → Valor exp $\Gamma_2 \sim 10^{-3}$ porque $\Delta S \neq \Delta Q$

Conserva nº leptónico

$1: \Sigma^+ \to n\, e^+ \nu_e$



Conserva carga, se viola extrañeza (débil)

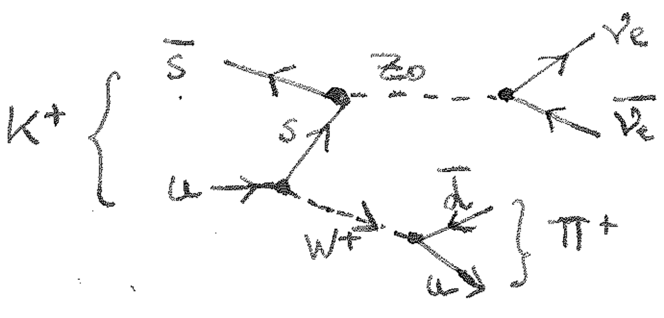
4 vértices, 2º orden
↳ poco probable
Valor exp $\Gamma_2 < 5 \cdot 10^{-6}$

$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \sim \alpha_w^2 \sim 10^{-12}$

↳ Valor experimental: $< 5 \cdot 10^{-3}$
... consistente

c)

$1: K^+ \to \pi^+ + \nu_e + \bar{\nu}_e$

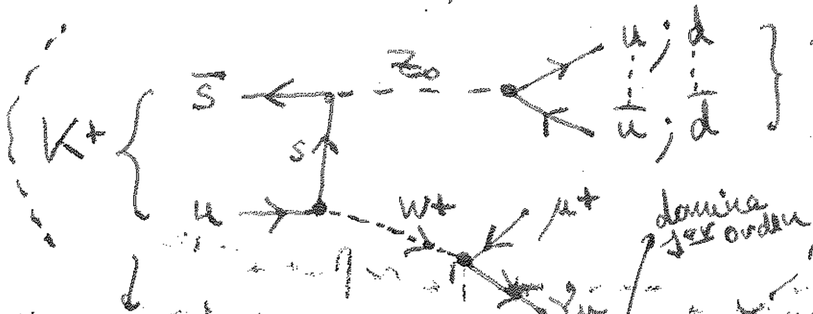


Se viola extrañeza.
Se conserva carga; Le.

2º orden, 4 vértices

u y $\bar{s}$ intercambian s virtual.

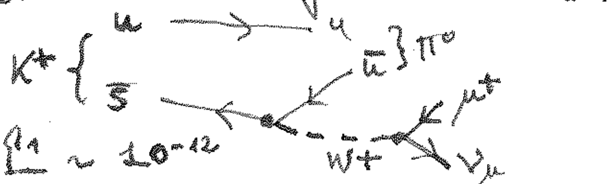
$2: K^+ \to \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$



Muy similar; 4 vértices; 2º orden

domina 1er orden

Dominará el diagrama de 1er orden:



$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \sim 10^{-12}$

Experimentalmente: $< 10^{-6}$

↳ Para más rigor, hay que usar la matriz de Cabibbo.

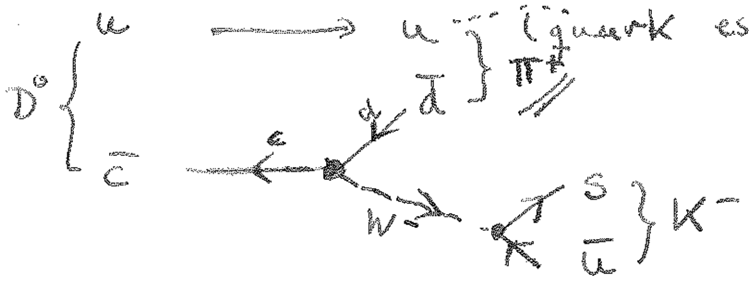
...?

a) Mesones: $q_i \bar{q}_j$ → contenido charm: c, $Q(c) = 2/3$

$D^0 \longrightarrow K^- \pi^+$ → D^0: neutro: $c\bar{u}$; $u\bar{c} = D^0$

$(c\bar{t}\ ;\ t\bar{c}) \rightarrow K^-, \pi^+$ contienen u, no t

Viola extrañeza → proceso débil



Violan encanto.

→ Todos violan paridad

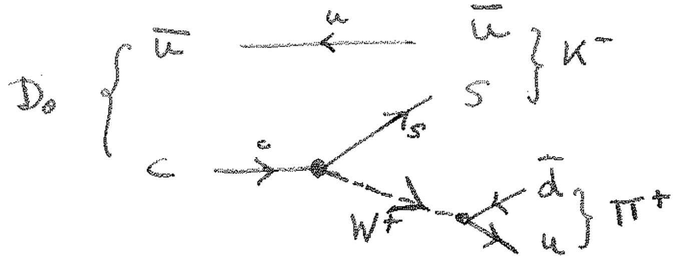
$J_i^P = 0^- \Rightarrow S_f + L_f = J_f = 0$

↳ $L_f = 0$

$P_i = (-) = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^0$

$P(K^\pm)$ $P(\pi^\pm)$

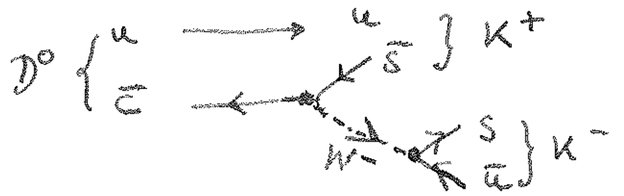
ó bien:

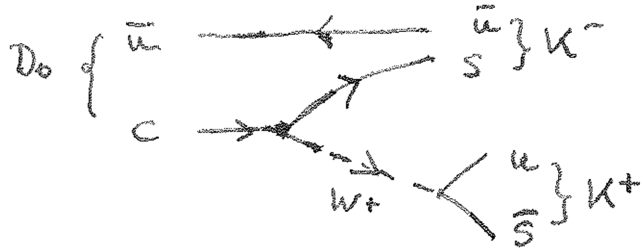


Nota: Las líneas $W^\pm$ punteadas deben ser verticales, pero se dibujan inclinadas para ahorrar espacio. partículas virtuales

b)

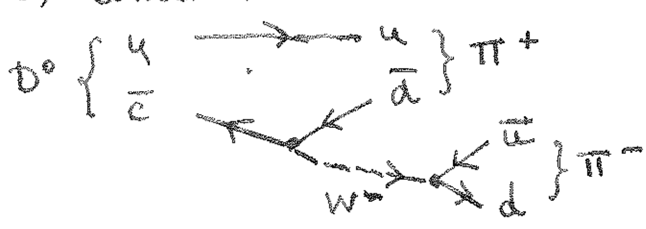
$\Delta S = 0$



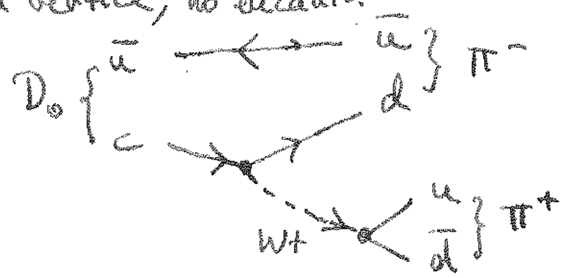


conserva extrañeza globalmente, pero no en cada vértice → proceso débil

c) Conservan extrañeza en cada vértice, no encanto.



;



d) Violan extrañeza