

Simulación de lentes gravitatorias en el laboratorio

I. Martí-Vidal^{1,2} y J.M. Marcaide¹

¹ *Departament d'Astronomia i Astrofísica. Universitat de València
C/ Dr. Moliner 50, E-46100 Burjassot (Valencia, España)*

² *Max-Planck-Institut für Radioastronomie
Auf dem Hügel 69, D-53121 Bonn (Alemania)*

Publicado en Revista Iberoamericana de Física (2009, Vol 5, 1, 31–34)

Abstract

We show how to design an optical-lens system that can be used to emulate the light-ray bending produced by a massive object (Gravitational Lens Effect). We also give the necessary tools for the emulation of such a lens system in a computer and show some examples of simulated gravitational lenses. The optical-lens system can be used for educational purposes and by non-experts to familiarize themselves with geometric configurations and mass distributions of real (astromonomical) gravitational lenses.

1. Introducción

Una de las consecuencias del Principio de Equivalencia de Einstein, clave para la formulación de su Relatividad General, es el llamado *Efecto Lente Gravitatoria*. Esencialmente, este efecto se debe a que un campo gravitatorio es capaz de modificar la trayectoria de la luz. Dado que los fotones de un rayo de luz no tienen masa, este fenómeno es impensable en el marco de la Teoría Newtoniana. No obstante, en Relatividad General el campo gravitatorio se entiende como la curvatura del espacio-tiempo, en el que reside toda entidad física, por lo que incluso las partículas sin masa, como son los fotones, son susceptibles de sentir la presencia de la gravedad. No obstante, este efecto sólo empieza a ser notable cuando los campos gravitatorios son muy intensos, razón por la que no se observa en la vida cotidiana. En Marcaide (2005) el lector encontrará una introducción adicional y una descripción más detallada del Efecto Lente Gravitatoria en el contexto histórico-científico en el que se

descubrió este fenómeno.

La curvatura de la trayectoria de los rayos de luz al pasar cerca de campos gravitatorios muy intensos (cuerpos muy masivos) puede alterar notablemente la manera en que se formen las imágenes de la fuente emisora de luz cuando sus rayos lleguen hasta nuestros telescopios. En las siguientes secciones estudiaremos la manera en que la trayectoria de la luz se ve afectada por la presencia de objetos muy masivos en el Universo y presentaremos el diseño de una lente de plexiglás capaz de emular la curvatura que produciría un objeto con una masa igual a la de la Tierra, pero condensada en un radio de 2 centímetros. También daremos las instrucciones para el uso de esta lente en el laboratorio, de forma que puedan encontrarse fácilmente las configuraciones (posiciones relativas entre el emisor, el objeto masivo y el observador) de las lentes gravitatorias reales más conocidas.

Para los que no puedan fabricarse una lente de plexiglás, hemos generado unos archivos para el programa *ArtOfIllusion*¹, con los que se puede simular la lente de plexiglás en un ordenador. El lector encontrará estos archivos en la dirección: <http://www.uv.es/radioastronomia/outreach>.

2. Algunos conceptos previos

La manera en que un cuerpo masivo afecta a la trayectoria de un rayo de luz puede verse esquemáticamente en la Figura 1. En esta figura aparece el llamado *parámetro de impacto*, denotado por la letra b , que se define como la distancia mínima entre el objeto masivo y el rayo de luz durante su trayectoria. También aparece el llamado *ángulo de*

¹Puede descargarse gratuitamente desde la dirección <http://www.artofillusion.org>

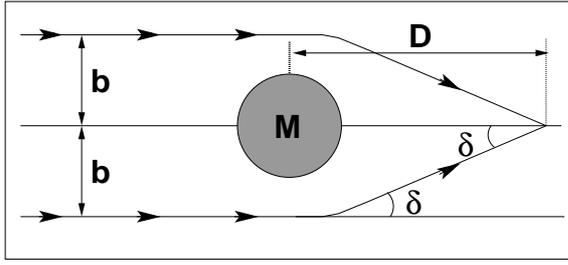


Figura 1: Esquema de la trayectoria de dos rayos de luz cuando pasan, con un parámetro de impacto b , cerca de un objeto de masa M . D es la distancia entre el objeto masivo y el punto donde todos los rayos con parámetro de impacto b convergen. 2δ es el diámetro angular del anillo que un observador, situado en el punto de convergencia, verá cuando todos los rayos con parámetro de impacto b se combinen en una misma imagen.

deflexión, denotado por δ , que indica cuál ha sido el cambio asintótico de dirección en la trayectoria del rayo de luz. Puede demostrarse que el parámetro de impacto se relaciona con el ángulo de deflexión según la fórmula (e.g. Ehlers et al. 1992):

$$\sin \delta = \frac{2GM}{c^2} \frac{1}{b} = \frac{R_S}{b} \quad (1)$$

donde G es la Constante de Gravitación Universal de Newton, M la masa del cuerpo que actúa de lente gravitatoria y c la velocidad de la luz en el vacío. La cantidad R_S recibe el nombre de *Radio de Schwarzschild* y corresponde al tamaño de un agujero negro de masa M . Si b resulta ser menor que dicho radio, la ecuación ya no tiene un δ real como solución, lo que significa que el rayo de luz queda atrapado por el campo gravitatorio.

3. Diseño de la lente gravitatoria de plexiglás

Para el diseño de nuestro simulador de lente gravitatoria vamos a hacer uso de la Ecuación 1. Una de las caras de nuestra lente será plana, por lo que también usaremos la fórmula que nos da la distancia focal de una lente plano-cóncava ordinaria. Ésta viene dada por (e.g. Hecht 1987):

$$f = \frac{R_c}{n-1} \quad (2)$$

siendo f la distancia focal, n el índice de refracción del material con el que está construida la lente ($n = 1.51$ para el plexiglás) y R_c es el radio de curvatura del lado cóncavo de la misma. El lector

podrá apreciar en la Figura 1 que la distancia focal correspondiente a una lente gravitatoria depende del parámetro de impacto de los rayos de luz, valiéndose:

$$f_g(b) = \frac{b}{\tan(\delta)} \quad (3)$$

Consideremos la sección transversal de nuestra lente de plexiglás, mostrada en la Figura 2. Llamemos $L(r)$ a la función que nos da el espesor de la lente en función de la distancia r a su eje de simetría.

Para diseñar $L(r)$, lo único que debemos hacer es procurar que la refracción de la luz para cada r sea igual a la de una lente plano-cóncava, de focal igual a la dada por la Ecuación 3, donde r sustituye a b . Para conseguir esto, tan sólo hemos de igualar la derivada de $L(r)$ a la derivada (en el mismo punto) del perfil correspondiente a una lente plano-cóncava de focal $f_g(r)$. Como el perfil de una lente plano-cóncava con radio de curvatura R_c es un arco de circunferencia de radio R_c , llegamos a:

$$\frac{dL}{dr} = \frac{-r}{\sqrt{R_g^2(r) - r^2}}, \quad (4)$$

siendo $R_g(r)$ una función que ajusta la focal f , dada por la Ecuación 2, a la focal f_g , dada por la Ecuación 3. Puede demostrarse que R_g toma la forma:

$$R_g(r) = (n-1)r \sqrt{\frac{r^2}{R_S^2} - 1} \quad (5)$$

La integración de la Ecuación 4, usando el R_g de la Ecuación 5, nos dará el perfil a utilizar en la fabricación de nuestro simulador de lente gravitatoria. Naturalmente, si r fuera menor que el radio de Schwarzschild, la Ecuación 5 dejaría de estar definida en el dominio real. Así pues, no nos sería posible diseñar de esta forma una lente para radios muy pequeños; distancias para las que nos estaríamos metiendo dentro del agujero negro. Para solucionar este problema, trabajaremos con una distribución extensa de masa, en lugar de con una masa puntual.

Puede demostrarse que si los ángulos de deflexión de la luz no son muy grandes, éstos se comportan de forma lineal con respecto a la masa total de la lente. Gracias a esta propiedad, podemos modificar la Ecuación 5 considerando R_S como una función de r . Dicha función puede describir una distribución de masa $M(r)$. Esto complica un poco la Ecuación 4, pero nos resuelve el problema de la singularidad para radios pequeños. En el diseño de la lente usada en este trabajo, hemos considerado una distribución homogénea de 2 cm de radio y masa total

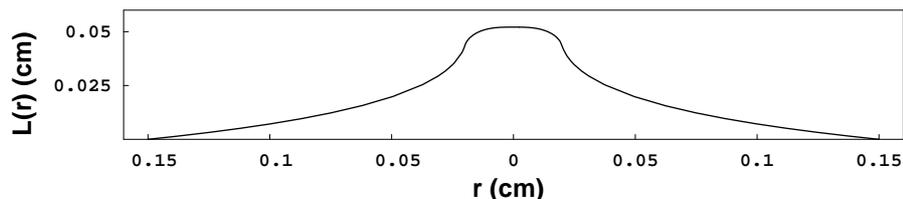


Figura 2: Perfil de la lente de plexiglás obtenida a partir de la aplicación de la Ecuación 4 (ver texto).

igual a la de nuestro planeta. La lente resultante simula a escala real la curvatura que tal distribución de masa produciría sobre las trayectorias de los rayos de luz. El perfil $L(r)$ calculado de esta forma es precisamente el mostrado en la Figura 2 y puede descargarse de la red desde la misma dirección donde se hallan los archivos para la simulación de la lente por ordenador. Con este perfil puede construirse una lente de plexiglás, gracias a la cual el lector tendrá la oportunidad de experimentar el Efecto Lente Gravitatoria en el laboratorio.

Si el lector quisiera construir una lente de distinto tamaño a la dada por el perfil mostrado en la Figura 2, debe tener en cuenta lo siguiente: escalar el perfil $L(r)$ con un factor k (es decir, construir una lente con un perfil igual a $kL(r/k)$) equivale a simular la curvatura de los rayos de luz producida por un objeto de masa igual a k veces la de la Tierra, y radio igual a k veces 2 cm.

4. Algunas simulaciones

Hemos de decir que la manera correcta de usar la lente de plexiglás es procurando que los rayos de la fuente lleguen a la lente lo más paralelos posible. Esto puede lograrse colocando una fuente de luz puntual² en la focal de un colimador (lente convergente) antes de que la luz llegue a la lente de plexiglás.

En la Figura 3 podemos ver la simulación de una situación en que el observador, la lente y la fuente están perfectamente alineados (izquierda). El anillo de Einstein se ve a la perfección. Si el observador se aleja del eje fuente-lente desplazándose hacia arriba, el anillo se rompe y se forman tres imágenes distintas del emisor (centro). A medida que el observador sigue desplazándose hacia arriba, dos de las imágenes (la central y la inferior) van acercándose y apagándose, quedando finalmente una sola imagen de la fuente (la superior). Este comportamiento de nuestro sencillo simulador de lente gravitatoria es justamente el obtenido a partir de modelos teóricos

²Por ejemplo, poniendo delante de una fuente de luz una cartulina con un pequeño agujero.

realistas.

5. Casos más realistas: lentes sin simetría esférica

La diversión llega cuando complicamos un poco las cosas. Cuando la lente gravitatoria tiene algún gradiente no radial de masa (como suele ser el caso) podemos seguir simulando los efectos ópticos de la gravedad girando nuestro dispositivo con respecto a un eje ortogonal a la dirección fuente-lente.

Veámoslo. Si giramos nuestro simulador unos 80 grados respecto del eje vertical, las imágenes que obtendremos ahora serán distintas a las del caso con simetría radial en la distribución de masa. Ahora, en lugar del anillo de Einstein, obtendremos tan sólo 4 imágenes de la fuente (sin contar la imagen central). A las lentes gravitatorias astronómicas en las que se observa esta formación de 4 imágenes, se las conoce como *quads*³.

Alejándonos ahora del eje que une el centro de la lente con la fuente, veremos que obtenemos un conjunto muy variado de distribuciones de brillo. Desde quads asimétricos hasta casos con menos imágenes. Muchas de estas estructuras son muy parecidas a casos reales de lentes gravitatorias. Algunos ejemplos comparativos se muestran en la Figura 5. Instamos al lector a que busque por sí mismo cuál es la configuración del simulador que reproduce todos estos ejemplos. Algunas publicaciones relacionadas con el modelado de estas fuentes son: Katz & Hewitt (1993), Marlow et al. (1999) y Marlow et al. (2001).

Muchas veces, las fuentes cuyos rayos se deflecan no son compactas, sino que tienen estructura extensa en forma de chorros muy colimados (*jets*) o bien están formadas por varias componentes muy próximas entre sí. Estos casos pueden simularse colocando una pantalla con forma de *jet* o de varias fuentes puntuales (en lugar de una cartulina con único agujero) en la focal de la lente que usamos para generar los rayos paralelos. De esa forma, es

³En inglés, *quad* significa *cuadrillizo*.

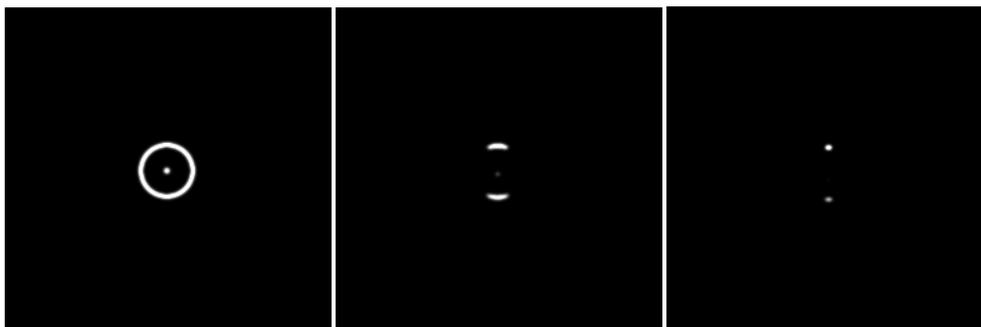


Figura 3: Izquierda, anillo de Einstein simulado con la lente cuyo perfil se muestra en la Figura 2. Centro y derecha, imágenes obtenidas cuando el observador se aleja, hacia arriba, del eje fuente-lente (ver texto).

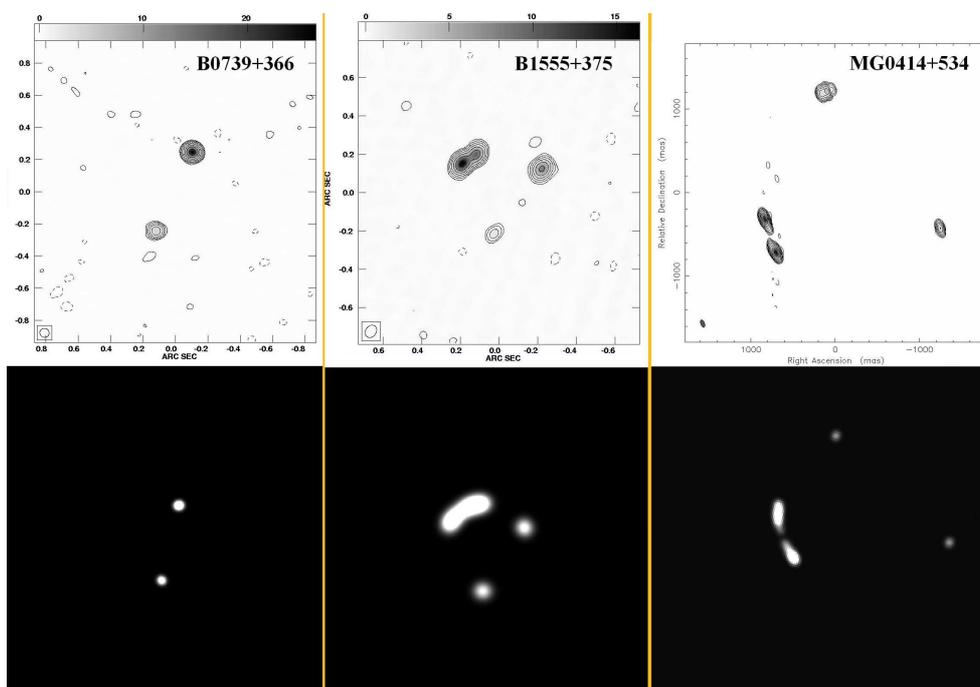


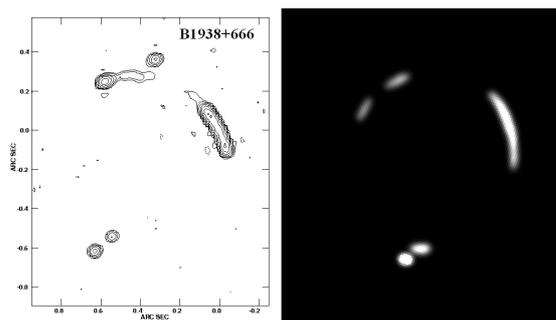
Figura 5: Arriba, algunos ejemplos de lentes gravitatorias en radio (imágenes obtenidas de la página web de la Universidad de Manchester; ver referencias). Abajo, simulaciones obtenidas con la lente cuyo perfil se muestra en la Figura 2.

posible simular lentes muy complejas, en las que nos será muy difícil distinguir entre varias imágenes diferentes y las diferentes componentes de una misma imagen. El caso de la fuente 1938+666 es una buena ilustración de esta circunstancia. En la figura 4 mostramos un mapa real de esta fuente junto con la simulación correspondiente considerando su estructura intrínseca (del tipo fuente doble). Pueden encontrarse los detalles de uno de los modelos de esta lente en King et al. (1998).

6. Ampliando conocimientos

En la actualidad se conocen más de un centenar de lentes gravitatorias. El lector puede buscar en la red información sobre muchas de ellas. Por ejemplo, en la web de la Universidad de Manchester, o en la del CfA de Harvard (ver referencias) se muestran varias lentes gravitatorias que podrían ser simuladas con nuestro dispositivo óptico. Algunas de ellas son muy complicadas, ya que la fuente emisora puede estar formada por varias componentes.

No obstante, intentar conseguir estructuras similares a las observadas, mediante ensayo-error, nos



[9] Página web del CfA sobre lentes gravitatorias:
<http://www.cfa.harvard.edu/castles>

Figura 4: Izquierda, mapa de la radiofuente 1938+666 (imagen obtenida de la página web de la Universidad de Manchester; ver referencias) La fuente intrínseca (sin afección del efecto lente) es de tipo “fuente doble”. Derecha, simulación con la lente cuyo perfil se muestra en la Figura 2, usando dos fuentes de luz para simular las dos componentes de la fuente doble (ver texto).

puede ayudar a aprender mucho, y de una forma bastante divertida, acerca de este interesante efecto relativista que deforma irremediamente nuestra imagen del Universo.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado con el proyecto AYA2006-14986-CO2-01 del DGICYT. Actualmente, IMV es becario de la *Fundación Alexander von Humboldt* en Alemania.

Referencias

- [1] J. Ehlers, E. Falco, P. Schneider, *Gravitational lenses*, Springer (1992)
- [2] E. Hecht, *Optics*, Addison Wesley (1987)
- [3] C.A. Kartz & J.N. Hewitt, *The Astrophysical Journal*, 409, 9 (1993)
- [4] L.J. King et al. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 295, 41 (1998)
- [5] J.M. Marcaide, *Revista Española de Física*, 19 (4), 25 (2005)
- [6] D.R. Marlow et al. *Astronomical Journal*, 118, 654 (1999)
- [7] D.R. Marlow et al. *Astronomical Journal*, 121, 619 (2001)
- [8] Página web de la Universidad de Manchester sobre lentes gravitatorias:
<http://www.jb.man.ac.uk/research/gravlens/lensarch/lens.html>