

Medida de la precesión terrestre por triangulación del Polo Norte Celeste

I. Martí-Vidal y S. Jiménez-Monferrer

Dpt. Astronomia i Astrofísica, Universitat de València

Publicado en la Revista Española de Física (2009, Vol. **23**, 2, 50-54)

Abstract

We show how to detect the Earth precession, and estimate the duration of a precession cycle, using a modest telescope (an aperture of 50 mm is enough) and a digital camera (CCD). We obtain a precession cycle of $29\,200 \pm 1\,700$ years, compatible with the accepted value (25 800 years) at the 2-sigma level. Our method relies in the precise measurement of the coordinates of the North Celestial Pole by means of triangulation, using a set of circumpolar stars.

1. Introducción

El eje de rotación de la Tierra no está fijo en el espacio. Como ocurre con el giro de una peonza, el eje terrestre realiza un *bamboleo*, de unos 47 grados de amplitud, variando lentamente la dirección a la que apunta. Con un período de aproximadamente 25 800 años, este movimiento recibe el nombre de *precesión* y es debido fundamentalmente a la influencia del Sol y la Luna sobre la forma achatada de la Tierra¹. Actualmente, el Polo Norte Celeste (PNC) se encuentra muy cerca de la Estrella Polar. Dentro de unos 12 000 años, Vega, la estrella más brillante de Lyra, estará aproximadamente en la posición del PNC, mientras que dentro de 25 800 volveremos a encontrar la Estrella Polar en esa situación (e.g. Martínez et al. 2005).

El Ecuador Celeste (EC) es el plano perpendicular al eje de rotación terrestre y se encuentra precesando solidariamente con el PNC, por lo que la posición de la línea de los equinoccios (intersección de este plano con la Eclíptica) también va moviéndose

lentamente. Por lo tanto, la precesión de la Tierra hace que poco a poco vayan variando las coordenadas ecuatoriales de los astros (*ascensión recta*, medida respecto a la línea de los equinoccios, y *declinación*, medida respecto al EC), efecto despreciable para un observador casual, pero muy importante para medidas de precisión. Cada 50 años cambia la época de referencia para la confección de los catálogos estelares, de manera que es habitual encontrar catálogos con posiciones estelares de 1950, 2000, etc. En la actualidad, nos basamos en el sistema J2000, correspondiente a la posición del PNC el 1 de Enero de 2000 a las 0 horas. Para medidas de precisión, es necesario aplicar las correcciones de precesión desde ese momento al instante concreto de nuestras observaciones.

La precesión de los equinoccios fue descubierta por el astrónomo griego Hiparco de Nicea en torno al año 130 a.C. Dos veces al año, en los equinoccios, el Sol sale exactamente por el Este y se pone exactamente por el Oeste, y se encuentra en una de las intersecciones entre la Eclíptica y el EC. Gracias a la sombra proyectada por la Tierra sobre la Luna durante un eclipse lunar, Hiparco pudo determinar con aceptable precisión la posición del Sol respecto a las estrellas de fondo no visibles por el día (en un eclipse, Sol, Tierra y Luna se encuentran alineados, por lo que la sombra de la Tierra se encuentra en posición opuesta al Sol respecto a las estrellas). Contrastando observaciones hechas durante más de un siglo, Hiparco planteó que el eje alrededor del cual parece que giran los cielos cambia gradual y lentamente. Actualmente, este efecto puede explicarse con increíble precisión gracias a la física newtoniana, en base a fuerzas de marea gravitacionales (e.g. Williams 1994).

La precesión de los equinoccios sirve como herramienta para datar construcciones, o documentos, de civilizaciones antiguas, relacionadas de algún modo con las posiciones estelares de la época. Este

¹La Tierra está ligeramente achatada por los polos a consecuencia del movimiento de rotación. Debido a este achatamiento, se produce el movimiento de precesión forzado por la atracción del Sol, la Luna y los planetas.

es uno de los métodos más usados en Arqueoastronomía (e.g. Belmonte 1999).

Consecuencias climáticas

Actualmente, la Tierra pasa por el perihelio (punto orbital más cercano al Sol) cuando es verano en el Hemisferio Sur (invierno en el Norte) y por el afelio (punto más alejado) cuando es invierno en el Hemisferio Sur (verano en el Norte). Es por esto que las diferencias climáticas entre las estaciones son menores en el Hemisferio Norte, ya que los rayos solares llegan casi perpendicularmente (verano) cuando la Tierra está más lejos del Sol y oblicuamente (invierno) cuando está más cerca. Debido a la precesión, dentro de unos 13000 años la situación se invertirá, por lo que se esperaría un clima más extremo en el Hemisferio Norte, ya que la proporción de océano (que ayuda a suavizar el clima) es inferior en este hemisferio.

Alrededor de 1930, el astrónomo serbio Milutin Milankovic propuso que, ya que en el pasado los inviernos eran más fríos en el Hemisferio Norte, debía caer más nieve que alimentaba a los grandes glaciares². Es más, al ser la nieve blanca, reflejaba más la luz del Sol, lo que impedía que la zona se recalentase lo suficiente en verano para compensar el exceso de frío invernal. Mediante este proceso, conocido como *teoría Milankovic*, se explicaría la aparición de épocas glaciares. Aún así, la Tierra no sufre una glaciación cada 26000 años, por lo que es de suponer que la precesión terrestre no es la única causa que las provoca, sino solo una más (Milankovic 1941).

2. Fundamento teórico

Como ya se ha dicho, la precesión terrestre se traduce en un lento cambio de la dirección del eje de rotación de nuestro planeta. Visto desde la Tierra, la dirección a la que apunta el eje de rotación en el Hemisferio Norte coincide con el PNC, un punto en el cielo respecto al cual giran todas estrellas del firmamento. El PNC está actualmente muy cerca de la Estrella Polar (α UMi, de aquí en adelante). Es de resaltar que las coordenadas de azimut y elevación del PNC dependen de la posición geográfica del observador, aunque para una posición geográfica determinada las coordenadas horizontales del PNC

²En 1840, el físico suizo Louis Agassiz apuntó que la zona norte de Europa está plagada de señales que indican la presencia de glaciares en el pasado. Lugares como la zona norte de Alemania, Polonia o Rusia habrían estado cubiertas por hielo en el pasado. Igualmente, se pueden encontrar marcas en la zona norte de América.

son totalmente constantes, es decir, no están para nada afectadas por la precesión³. Cuando el eje de rotación terrestre precesa, el PNC no cambia sus coordenadas horizontales, pero las estrellas del firmamento sí cambian sus coordenadas celestes respecto a éste. La distancia angular entre una estrella y el PNC debería mantenerse constante, ya que las estrellas giran en círculos respecto a éste. No obstante, dicha distancia cambia cuando hay precesión. Por consiguiente, la forma en la que vamos a detectar la precesión terrestre será midiendo con mucha precisión los cambios en la distancia angular entre ciertas estrellas y el PNC, tal y como describimos en la siguiente sección.

3. Procedimiento observacional

Para realizar este experimento utilizamos un telescopio refractor apocromático Meade de 200 mm de apertura con una focal de 1.6 m y una cámara digital (CCD) Canon, tipo reflex, modelo EOS 350D. Sustrajimos el objetivo de la cámara y la acoplamos directamente al plano focal del telescopio. Ambos dispositivos, telescopio y CCD, forman parte del material disponible en el Aula de Astronomía del Departamento de Astronomía y Astrofísica de la Universidad de Valencia. Las mediciones fueron realizadas la noche del 5 de agosto de 2008. Como podrá comprobar el lector, este mismo experimento puede ser también realizado sin problemas con un telescopio más modesto y/o con un detector CCD de menor sensibilidad y resolución que el aquí utilizado.

El procedimiento observacional fue sencillo. Seleccionamos un conjunto de estrellas muy cercanas al PNC (en nuestro caso, α UMi, π UMi y HP 59767). Seguidamente, apuntamos el telescopio a la primera estrella del conjunto elegido. Fijamos entonces los ejes del telescopio, apagando los motores para que éste mantuviese fijas las coordenadas horizontales de apuntado (azimut y elevación). Tomamos entonces varias imágenes de la estrella seleccionada a intervalos regulares de tiempo (no es aconsejable usar un tiempo de exposición demasiado alto, ya que la estrella dejaría de verse como puntual y saturaría la CCD, mostrándose alargada en la dirección de su desplazamiento). Tomamos

³Para considerar constantes las coordenadas horizontales del PNC hemos de desprejiciar un movimiento conocido como *wobble*, que es un cambio en la posición geográfica del Polo Norte debida a la asimetría de la Tierra respecto de su eje de rotación. El *wobble*, no obstante, tiene solo un efecto de unos pocos metros.

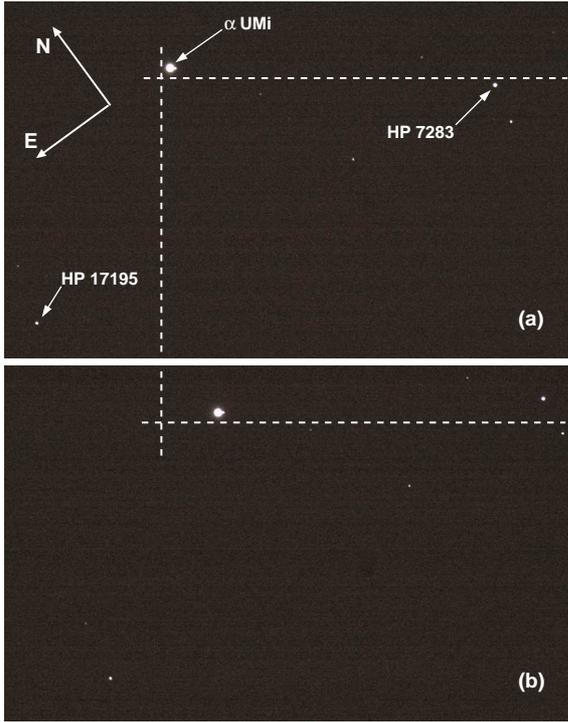


Figura 1: Imágenes de α UMi obtenidas a las 22:04:36 (a) y a las 22:18:06 (b). Damos los tiempos en hora civil (i.e., UT+2) con formato en hh:mm:ss. Nótese, con la ayuda de las líneas discontinuas, la rotación del cielo entre las dos imágenes. En las mismas imágenes pueden verse, además, otras dos estrellas usadas en nuestros cálculos (HP 17195 y HP 7283). También puede apreciarse, aunque con dificultad, la compañera de α UMi.

alrededor de unas 10 imágenes, separando las consecutivas por 1 ó 2 minutos de tiempo. Repetimos entonces este mismo procedimiento con las demás estrellas de nuestro conjunto seleccionado. En la figura 1 mostramos unos ejemplos de las imágenes obtenidas.

Estimar con este conjunto de imágenes la distancia angular entre cada estrella y el PNC es bien sencillo, siempre que despreciemos el pequeño efecto debido a los distintos índices de refracción atmosférica entre estrellas (Young 2006). Para cada estrella, si x_i e y_i son las coordenadas x e y del píxel donde se encuentra dicha estrella en la imagen tomada en el instante t_i , entonces la distancia en el cielo recorrida por la estrella entre t_i y t_j será:

$$d_{ij} = A \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

donde A es un factor de escala para pasar píxeles de la CCD a radianes en el cielo. Este factor depende de cada par telescopio/CCD y puede obtenerse

con facilidad midiendo la distancia en píxeles entre objetos que entren en el mismo campo de la CCD y comparando esto con su distancia angular en radianes. Aproximando a un plano la región celeste comprendida en el campo de la CCD, la distancia angular d_{ij} está relacionada con el arco barrido por la estrella entre t_i y t_j en la forma:

$$\sin d_{ij} = \sin \lambda_k \sin (\Omega \tau_{ij})$$

donde $\tau_{ij} = t_j - t_i$, λ_k es la distancia angular entre la estrella k -ésima y el PNC y Ω es la velocidad angular sidérea de la Tierra (igual a $2\pi/86400 \text{ rad s}^{-1}$). La distancia angular de la estrella k -ésima al PNC que mejor ajusta a los datos (minimizando la suma cuadrática de residuos) viene dada por la expresión:

$$\sin \lambda_k = \frac{\sum_{ij} \sin d_{ij} \sin (\Omega \tau_{ij})}{\sum_{ij} \sin^2 (\Omega \tau_{ij})}$$

Es de resaltar que para realizar los cálculos que siguen es importante que las estrellas seleccionadas estén lo más cerca posible del PNC, para poder minimizar los efectos de la curvatura de la bóveda celeste y de la refracción atmosférica diferencial. No obstante, también damos en la sección siguiente las ecuaciones para el caso general, cuando se considera la curvatura del sistema de coordenadas celeste, por si el lector quisiera extender este estudio a estrellas más alejadas del PNC. Una vez obtenidas las distancias angulares entre todas las estrellas y el PNC, las coordenadas de éste pueden obtenerse fácilmente por triangulación, como describimos en la siguiente sección.

4. Resultados

Las distancias angulares obtenidas de la forma descrita en la sección anterior se muestran en la tabla 1, junto con las coordenadas de las tres estrellas en el sistema J2000. Como ya se ha dicho, este sistema de coordenadas tiene su Polo Norte en la misma posición en la que se encontraba el PNC el día 1 de Enero de 2000 a las 00:00 horas. Por lo tanto, si determinamos la posición del PNC en nuestra noche de observación y resulta ser distinta de la del Polo Norte del sistema J2000, podremos considerar esto como una detección de precesión terrestre. Además, repitiendo estas mismas medidas en un plazo de unos meses, o un año, podremos detectar un desplazamiento del PNC entre las dos noches de observación.

Para triangular la posición del PNC a partir de las λ_k se procede como describimos a continuación.

Estrella	Coords. (J2000)		λ (10^{-2} rad)
	α	δ	
α UMi	02 ^h 31 ^m 48.9 ^s	89° 15' 51.1"	1.2331
HP 59767	12 ^h 15 ^m 19.6 ^s	87° 42' 00.7"	4.0893
π UMi	17 ^h 16 ^m 55.7 ^s	89° 02' 15.7"	1.7025
HP 7283	01 ^h 33 ^m 53.0 ^s	89° 00' 56.1"	1.6388
HP 17195	03 ^h 40 ^m 51.8 ^s	89° 06' 17.5"	1.5212
HP 62945	12 ^h 53 ^m 55.9 ^s	87° 38' 54.0"	4.1703
HP 88846	18 ^h 08 ^m 11.3 ^s	88° 49' 22.1"	2.0531

Tabla 1: Estrellas observadas y analizadas en nuestro experimento. Las coordenadas corresponden al sistema J2000. λ es la distancia angular al PNC en la noche de observación, obtenida como describimos en el texto. Las 4 últimas estrellas se usaron para mejorar la triangulación del PNC (ver texto).

Primero, se pasan las coordenadas celestes de las estrellas elegidas a cartesianas, donde los cálculos de distancias son más sencillos. Esto lo hacemos aproximando la zona circumpolar a un plano. De este modo, las coordenadas celestes son totalmente equivalentes a las polares. Si x_k e y_k son las coordenadas cartesianas de la estrella k -ésima y x_p e y_p son las del PNC, entonces la suma cuadrática de los residuos de las posiciones estelares en función de la posición del PNC es:

$$\chi^2 = \sum_k \left(\sqrt{(x_p - x_k)^2 + (y_p - y_k)^2} - \lambda_k \right)^2 \quad (1)$$

Obviamente, con solo 3 estrellas el ajuste por mínimos cuadrados no es estadísticamente robusto. No obstante, en las imágenes de cada una de las estrellas elegidas habremos captado la luz de muchas más estrellas de campo (especialmente si el telescopio es de focal corta⁴). Pueden usarse todas estas estrellas extra para la triangulación del PNC. Hemos comprobado que la inclusión de más estrellas en el cálculo no afecta demasiado al resultado final, ya que la precisión y exactitud de nuestras medidas es bastante alta, quedando el PNC bien localizado con el uso de solo tres estrellas. No obstante, para obtener nuestros resultados finales hemos incluido 4 estrellas más para la triangulación (ver tabla 1).

Llegados a este punto, solo queda encontrar los valores de x_p e y_p que minimizan la χ^2 . Esta minimización puede realizarse iterativamente con algoritmos sencillos de cálculo numérico, partiendo de las coordenadas (0,0). El lector también puede estimar la posición del PNC de forma gráfica,

⁴El campo al que es accesible una cámara conectada a un objetivo es directamente proporcional al tamaño del área fotográfica e inversamente proporcional a la distancia focal del objetivo.

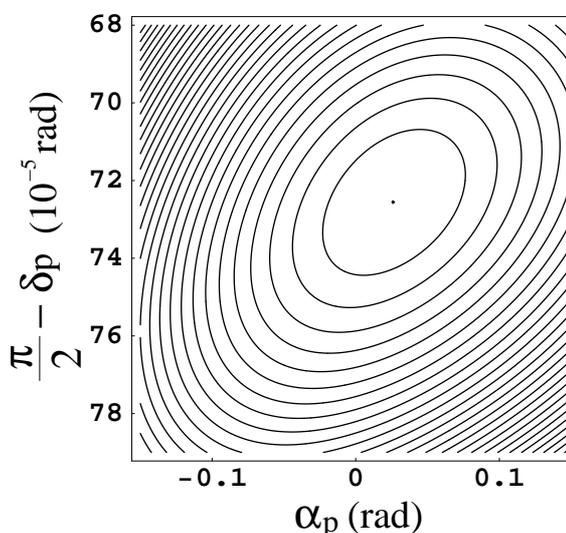


Figura 2: Mapa de contornos de la χ^2 dada por la ecuación 2 en la vecindad de su mínimo absoluto. Los contornos se sitúan en el mínimo y en incrementos sucesivos de éste en un 10 %.

simplemente trazando para cada estrella k una circunferencia centrada en la posición de ésta, con radio igual a λ_k . Todas estas circunferencias deberán cruzarse aproximadamente en un punto común, que corresponderá a la posición del PNC en la noche de observación. Si esta posición resulta ser distinta de (0,0), esto significa que habremos detectado la precesión de la Tierra entre el 1 de Enero de 2000 y la noche de nuestras observaciones. Debe tenerse mucho cuidado en el trazado de las circunferencias si resolvemos la triangulación con el método gráfico, ya que la variación del PNC es muy pequeña.

Una vez obtenida la posición del PNC en coordenadas cartesianas la pasamos a polares (es decir, a coordenadas celestes en el plano tangente al PNC). De esta forma, obtenemos la ascensión rec-

ta y la declinación del PNC en la noche de observación. También pueden obtenerse directamente las coordenadas celestes del PNC usando Trigonometría Esférica (es decir, sin tener que simplificar a un plano la región de observación). La χ^2 a minimizar en este caso es:

$$\chi^2 = \sum_k (\xi - \cos \lambda_k)^2 \quad (2)$$

siendo

$$\xi = \sin \delta_k \sin \delta_p + \cos \delta_k \cos \delta_p \cos(\alpha_k - \alpha_p)$$

donde α_p y δ_p son la ascensión recta y declinación, respectivamente en el sistema J2000, del PNC. Cualquiera que sea la ecuación que usemos (la 1 o la 2) obtenemos resultados muy similares. Las coordenadas del PNC en el sistema J2000 estimadas con nuestro análisis son $\alpha_p = 0^{\text{h}} 7^{\text{m}}$ (con un error de 14^{m}) y $\delta_p = 89^\circ 57' 28''$, con un error de $9''$ (nótese el gran error en la ascensión recta debido a la proximidad entre el punto singular del sistema J2000 y el PNC). En la figura 2 mostramos un mapa de contornos de la χ^2 dada por la ecuación 2 alrededor de su mínimo absoluto. Esta posición del PNC es además totalmente compatible con su posición real en la noche de observación con un margen de error dentro de 2 sigmas (ver IERS 2008)⁵. Las incertidumbres obtenidas en nuestra medición son, además, lo suficientemente bajas ($9''$ para la declinación) como para detectar un desplazamiento claro del PNC entre dos mediciones separadas por aproximadamente un año.

A partir de este valor podemos estimar el período de la precesión terrestre de forma sencilla. Dado que la oblicuidad de la Eclíptica⁶, ϵ , es $23^\circ 26.5'$, entonces el ángulo β barrido por el PNC en el círculo de precesión⁷, despreciando α_p , es:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\cos \delta_p}{\sin \epsilon}\right) = (1.85 \pm 0.11) 10^{-3} \text{ rad}$$

Si el PNC ha barrido este ángulo en 8.6 años, entonces, por regla de tres, la precesión tiene un período estimado de $29\,200 \pm 1\,700$ años, a 2 sigmas del período real de precesión.

⁵IERS es el *International Earth Rotation Service* y proporciona información detallada acerca de los parámetros de orientación terrestre y la evolución geodésica de nuestro planeta.

⁶La oblicuidad de la Eclíptica se define como el ángulo de inclinación del Ecuador Terrestre respecto a su plano orbital.

⁷Es la trayectoria seguida por el PNC a lo largo de un ciclo de precesión

5. Conclusiones

Hemos mostrado cómo un efecto de movimiento sidéreo extremadamente lento como es la precesión terrestre puede detectarse y medirse de forma sencilla utilizando instrumental de coste relativamente bajo (un modesto telescopio y una cámara digital). Nuestras mediciones se realizaron la noche del 5 de Agosto de 2008 y los resultados obtenidos son compatibles con la posición del eje polar en esa noche, de acuerdo con IERS (2008). La precisión obtenida con este método observacional es suficientemente alta como para detectar un cambio en la posición del eje de rotación terrestre en un intervalo de tiempo de un año, aproximadamente. Los cálculos involucrados en nuestro análisis son asequibles a nivel pre-universitario, a excepción del proceso de triangulación del PNC, para lo cual damos un método gráfico alternativo sencillo.

Agradecimientos

Los autores dan su agradecimiento a *l'Aula d'Astronomia* del *Departament d'Astronomia i Astrofísica*, y a *l'Observatori Astronòmic*, de la Universidad de Valencia. También agradecen a los árbitros asignados a este artículo los comentarios, correcciones y mejoras propuestas. Los autores son becarios FPI asociados al proyecto AYA2006-14986-CO2-01 del DGICYT.

Referencias

- J.A. Belmonte, *Las leyes del cielo. Astronomía y civilizaciones antiguas*, Ed. Temas de Hoy (1999)
- International Earth Rotation and Reference System Service, Bulletin B # 246 (2008)
- V. Martínez, J.A. Miralles, E. Marco, D. Galadí-Enríquez, *Astronomía Fundamental*, Publicacions de la Universtitat de València (2005)
- M. Milankovic, *Canon of insolation and the ice-age problem (Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem)*, Belgrado (1941)
- J.G. Williams, *Contributions to the Earth's obliquity rate, precession, and nutation*, The Astronomical Journal, 108, 711–724 (1994)
- A.T. Young, *Understanding Astronomical Refraction*, The Observatory, 126, 82–115 (2006)