

Emulando a Römer: medida de la velocidad de la luz cronometrando los eclipses de Io

I. Martí-Vidal^{1,2}, S. Jiménez-Monferrer¹ y C. Cruz-Molina¹

¹ *Departament d'Astronomia i Astrofísica. Universitat de València
C/ Dr. Moliner 50, E-46100 Burjassot (Valencia, España)*

² *Max-Planck-Institut für Radioastronomie
Auf dem Hügel 69, D-53121 Bonn (Alemania)*

Publicado en la Revista Española de Física (2010, Vol. **24**, 3, 48–51)

Abstract

We measured the speed of light in a similar way as it was first estimated by Ole Römer, in the year 1677, by means of a precise follow-up of the occultations of Io, the closest galilean moon of Jupiter. Our measurement process is a modernization of the old strategy followed by Ole Römer, and can be performed with the help of relatively unexpensive material: a modest telescope and a stable (e.g. quartz) clock. We also provide all the necessary ephemerides information and tools for the reader to be able to repeat this experiment by him/herself.

1. Introducción

La luz se mueve tan rápidamente que la experiencia cotidiana no parece indicarnos que el valor de su velocidad sea finito. Es comprensible, por tanto, que los científicos creyesen (o incluso diesen por sentado) hasta el siglo XVII que la luz se transmitía de forma instantánea.

En 1629, Isaac Beeckman sugirió determinar la velocidad de la luz observando el reflejo de un cañonazo en un espejo distante, y Galileo Galilei en 1638 diseñó un experimento basado en la medida del tiempo transcurrido en el intercambio de señales luminosas entre dos personas (vid. MacKay & Oldford 2000). En ambos casos, es fácil ver que interviene el tiempo de respuesta del ser humano, un factor limitante que echó por tierra sus intentos. En efecto, la velocidad es la distancia recorrida por una entidad dividida por el tiempo que nece-

sita para recorrerla. Si queremos realizar medidas de una velocidad muy elevada, necesitamos poder medir tiempos muy pequeños, o bien disponer de distancias muy grandes. Esta última opción indica que la astronomía puede ofrecernos soluciones interesantes.

En 1675, el astrónomo danés Ole Römer, obtuvo el primer valor finito en la medida de la velocidad de la luz. Observando las ocultaciones y emersiones de la luna joviana Ío del cono de sombra de su propio planeta, se dio cuenta de que el tiempo que transcurría entre estos eventos no era constante, sino que dependía de si la Tierra se acercaba o alejaba de Júpiter (Römer 1677). Teniendo en cuenta que la velocidad orbital de Ío no debería depender de su separación respecto a nosotros, Römer concluyó que la diferencia temporal se debía a la distancia extra que la luz tenía que recorrer cuando ambos planetas se encontraban más alejados entre sí. Con el valor comúnmente aceptado para el diámetro de la órbita terrestre, dedujo como valor para la velocidad de la luz $2.14 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$. En la sección 2 ahondaremos en los detalles matemáticos de la experiencia de Römer, que proporciona una manera asequible y sencilla de estimar la velocidad de la luz por parte de astrónomos aficionados o personal docente. El lector interesado encontrará un análisis profundo y detallado de la experiencia original de Römer en Shea (1998).

También desde una perspectiva astronómica, el físico inglés James Bradley utilizó la *aberración estelar* (el desplazamiento aparente de las estrellas debido al movimiento de la Tierra alrededor del Sol) para determinar la velocidad de la luz en el vacío, obteniendo un valor de $3.01 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (e.g. French 1988).

Más adelante llegarían aportaciones desde distintos campos de la Física. Así, con ayuda de ruedas dentadas o espejos rotatorios, los franceses Hippolyte Fizeau (1849) y Léon Foucault (1862), y el estadounidense Albert Michelson (1926) hicieron uso de montajes ópticos para obtener, respectivamente, los valores $3.15 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, $(2.980 \pm 0.005) \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ y $(2.9991 \pm 0.0005) \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$. A partir de la determinación precisa de las unidades de carga eléctrica y magnética, Kohlraush y Weber (1857), y Dorsey y Rosa (1907) obtuvieron los valores $3.1074 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ y $(2.9979 \pm 0.0003) \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ respectivamente (vid. Froome & Essen 1969).

Valor adoptado para la velocidad de la luz

Más recientemente, se suceden los experimentos, con precisiones crecientes, hasta que, en 1983¹, se define el metro como la distancia recorrida por la luz en el vacío en un intervalo de tiempo de $1/299792458$ de un segundo. De esta manera, se *adapta* un valor fijo para la velocidad de la luz en el vacío.

2. Fundamento Teórico

La ocultación de una luna de Júpiter es el momento en que ésta entra en el cono de sombra joviano. Puesto que tanto Júpiter como sus lunas brillan debido al reflejo de los rayos solares, cuando una luna entra en el cono de sombra deja de brillar y, por lo tanto, parece desaparecer según se ve desde la Tierra. Por el contrario, una reaparición (emersión) de luna es el momento en que ésta abandona el cono de sombra joviano, volviendo a reflejar rayos de luz solar y, por lo tanto, volviendo a ser observable desde la Tierra. En la figura 1 mostramos la configuración Tierra-Júpiter, en la que se puede observar que el camino recorrido por la luz es mayor cuando la Tierra se encuentra más alejada de Júpiter. Es decir, al alejarse la Tierra de Júpiter (cuando se encuentra en recesión) el intervalo entre ocultaciones parece incrementarse, mientras que al acercarse (cuando se encuentra en aproximación) el intervalo parece disminuir.

Esencialmente, el método de Römer se basa en la comparación de los intervalos de tiempo entre ocultaciones o reapariciones (emersiones) de Ío con un intervalo constante de tiempo (Römer 1677). Dicho intervalo puede medirse usando un reloj de péndulo o un telescopio meridiano (tal y como se hacía en los tiempos de Römer), o bien un cronómetro estable (una opción más moderna y precisa, que es la que

hemos elegido para este experimento). Nuestras observaciones fueron realizadas durante la primavera de 2007, cuando la Tierra se encontraba en aproximación a Júpiter, por lo que nuestra estimación de la velocidad de la luz se basa en la observación de ocultaciones de Ío.

Una ocultación de Ío y su observación con un telescopio no son sucesos simultáneos, sino que hay un cierto retraso entre ellos. Dicho retraso es, obviamente, igual al tiempo que tarda la luz en llegar desde la posición de Ío hasta nuestro detector. Puesto que en virtud del movimiento orbital de la Tierra y de Júpiter, la distancia entre ambos planetas no es constante, dicho retraso variará entre ocultación y ocultación. Comparando, pues, los cambiantes intervalos de tiempo entre ocultaciones de Ío con un estándar de tiempo (i.e., con un cronómetro) vamos a ser capaces de desacoplar de nuestras mediciones el retraso debido a la velocidad finita de la luz. Conociendo entonces la distancia Tierra-Júpiter en cada ocultación (mediante el uso de efemérides) podremos estimar la velocidad de la luz.

Si t_i es el instante en que se observa la ocultación i -ésima y d_i es la distancia Tierra-Júpiter en dicho instante, el intervalo de tiempo entre dos ocultaciones será:

$$\tau_{ij} = t_j - t_i = \frac{d_j - d_i}{c} + (n_{ij} + \frac{\theta_{ij}}{2\pi})T \quad (1)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío (obviamente, despreciamos los efectos de refracción producidos por la atmósfera terrestre), T es el período sidéreo de Ío (es decir, medido respecto de las estrellas *fijas*) y n_{ij} es el número de órbitas sidéreas barridas por Ío entre t_i y t_j . θ_{ij} es el ángulo orbital que ha barrido Júpiter entre ambas ocultaciones (es decir, la diferencia entre la *anomalía verdadera* de Júpiter en t_i y en t_j). Dicho ángulo es igual al ángulo que ha rotado el cono de sombra joviano entre las dos ocultaciones. Así pues, la ecuación 1 no sólo tiene en cuenta la velocidad finita de la luz, sino también el continuo giro del cono de sombra originado por el movimiento orbital de Júpiter, el cual retrasa sensiblemente las ocultaciones (ver figura 2). Podríamos haber escrito la ecuación 1 en términos del período sinódico de Ío (es decir, medido respecto de la línea Júpiter-Sol), lo cual absorbería el efecto del corrimiento del cono de sombra (es decir, desaparecería el término θ_{ij}). No obstante, al hacer esto no podríamos tener en cuenta la elipticidad de la órbita joviana, es decir, no podríamos incorporar a nuestra fórmula los continuos cambios en la velocidad angular orbital de Júpiter debidos a la segunda Ley de Kepler. Por contra, la elipticidad

¹17th Conférence Générale des Poids et Mesures

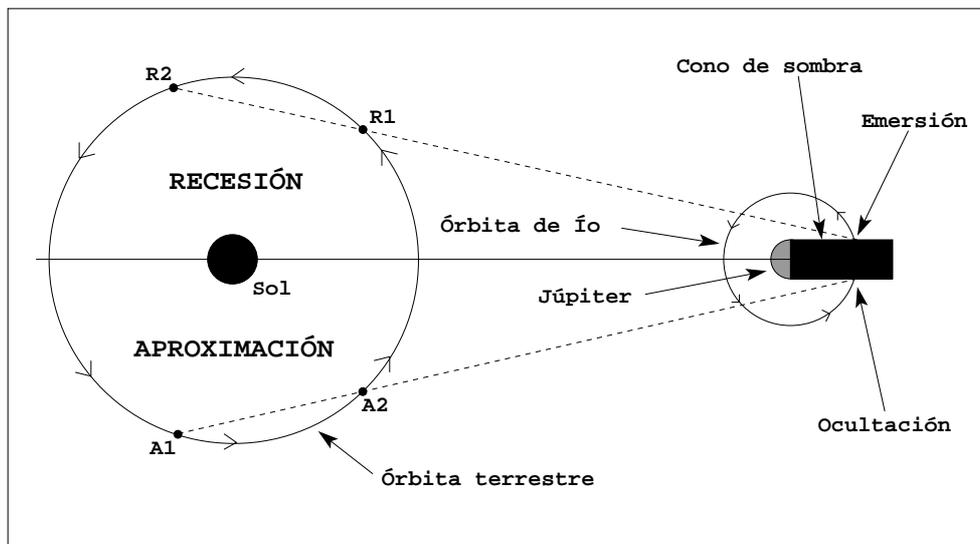


Figura 1: Esquema de la disposición Sol-Tierra-Júpiter-Ío. Tanto la órbita terrestre como la de Ío van en sentido antihorario. Cuando la Tierra se encuentra en recesión respecto a Júpiter (mitad superior de la figura), se observan las reapariciones de Ío (emersiones). El tiempo que tarda la luz (líneas discontinuas) en viajar desde Ío a R1 es más corto que el que tarda en viajar desde Ío a R2. Por otra parte, cuando la Tierra está en aproximación a Júpiter (mitad inferior de la figura) se observan las ocultaciones de Ío. El tiempo que tarda la luz en viajar de Ío al punto A1 es más mayor que el que tarda en viajar de Ío a A2.

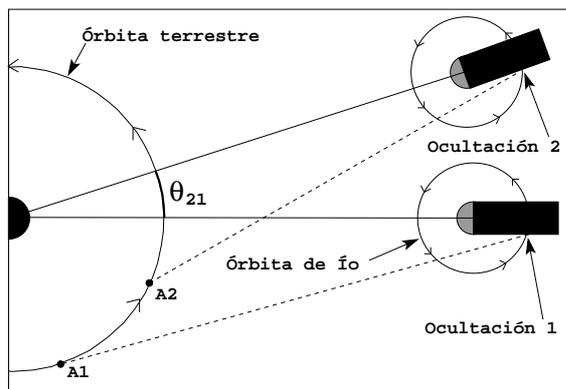


Figura 2: Esquema en el que se muestra el efecto del movimiento orbital de Júpiter en el retraso de las ocultaciones de Ío. La ocultación 1 no se produce en el mismo punto orbital que la ocultación 2. En concreto, Ío barre un ángulo adicional θ_{21} en su órbita entre las ocultaciones 1 y 2.

de la órbita joviana se tiene totalmente en cuenta cuando escribimos τ_{ij} en términos de θ_{ij} y T .

Puesto que d_i , d_j y θ_{ij} pueden obtenerse a partir de efemérides (o deducirse usando las leyes de Kepler) los únicos parámetros a determinar en la ecuación 1 son $1/c$ y T , los cuales, como vemos, se comportan de forma lineal con τ_{ij} . Por lo tanto, la estimación de c se simplifica mucho, como veremos

en la siguiente sección.

3. Procedimiento Observacional

Nuestras mediciones fueron mayormente realizadas con un telescopio refractor apocromático Meade de 200 mm de apertura y 1.6 m de focal. Como cronómetro, usamos un reloj de Tiempo Universal, sincronizado vía satélite con los estándares de tiempo. No obstante, el uso de un cronómetro más modesto (como uno de cuarzo) no habría alterado en demasía los resultados aquí mostrados. Todos estos dispositivos forman parte del material disponible en el Aula de Astronomía del Departamento de Astronomía y Astrofísica de la Universidad de Valencia. En la tabla 1 mostramos los instantes en que observamos la desaparición total de Ío para un conjunto de 7 ocultaciones. Dichas ocultaciones fueron elegidas, de entre todas las posibles, en base a su óptima observabilidad. En la página web <http://www.uv.es/radioastronomia/outreach> el lector encontrará una lista con todas las ocultaciones y emersiones de Ío entre los años 2007 y 2050, junto con el ángulo orbital joviano y la distancia Tierra-Júpiter. Todos estos datos han sido calculados a partir de las efemérides propor-



Figura 3: Simulación de las observaciones de la ocultación de Ío durante la madrugada del 3 de marzo de 2007 (ver tabla 1), inmediatamente antes (izquierda) y después (derecha) de la ocultación. Europa es la otra luna visible en la figura. La desaparición por eclipsamiento no se produce instantáneamente, sino de forma gradual (ver texto).

cionadas por el software HORIZONS (Giorgini et al. 1996) del Jet Propulsion Laboratory (JPL). Con toda esta información, el lector podrá también estimar la velocidad de la luz usando el método observacional aquí descrito.

La forma en que establecimos el momento de cada ocultación fue mirando directamente al ocular del telescopio hasta que Ío desaparecía por completo (siempre usamos el mismo ocular en todas las observaciones). En la figura 3 mostramos una simulación de las observaciones realizadas el 3 de marzo de 2007 (ver tabla 1).

Ha de tenerse en cuenta que las ocultaciones y emersiones no son eventos inmediatos. Se producen de forma paulatina (con una duración de más de 3 minutos), por lo que debe tenerse especial cuidado en el estimado del momento concreto en que se produce la total desaparición de la luna. Este estimado puede cambiar si las condiciones de observación son distintas entre las diferentes ocultaciones. Como ya se ha dicho, en nuestras observaciones siempre utilizamos la misma combinación telescopio/ocular. Además, siempre procuramos (si bien no siempre se consiguió) que la luz de fondo fuese la misma en todas las observaciones y que las ocultaciones fueran observadas por la misma persona. Obviamente, una variable que no se pudo controlar en nuestras observaciones fueron las condiciones meteorológicas, que afectan a la magnitud límite observable con el telescopio. Estos efectos, combinados, pudieron haber introducido sistematicidades de hasta ~ 15 segundos en nuestras mediciones.

Las estimaciones de c y T se obtienen ajustando la ecuación 1 con el método de mínimos cuadrados. Puede demostrarse que la velocidad de la luz que mejor ajusta a los datos de la tabla 1 (llamando τ_{ij}^m

Fecha	Momento ocultación			Órbita #
	hora	min	seg	
3 Marzo	05	01	51	0
10 Marzo	06	54	33	4
19 Marzo	03	15	43	9
12 Mayo	23	52	28	40
20 Mayo	01	46	00	44
28 Mayo	22	08	02	49

Tabla 1: Instantes en los que observamos la total desaparición de Ío tras el cono de sombra joviano (horas en UT+1). Todas las fechas corresponden al año 2007.

al intervalo de tiempo medido entre las ocultaciones i -ésima i j -ésima) es:

$$c = \frac{AC - B^2}{CF_1 - BF_2} \quad (2)$$

donde:

$$A = \sum_{ij} (d_j - d_i)^2$$

$$B = \sum_{ij} (d_j - d_i) (2\pi n_{ij} + \theta_{ij})$$

$$C = \sum_{ij} (2\pi n_{ij} + \theta_{ij})^2$$

$$F_1 = \sum_{ij} \tau_{ij}^m (d_j - d_i)$$

$$F_2 = \sum_{ij} \tau_{ij}^m (2\pi n_{ij} + \theta_{ij})$$

Se entiende que los sumatorios comprenden todos los pares posibles de medidas (es decir, todas las medidas posibles de intervalos entre ocultaciones). La incertidumbre en c viene dada por:

$$\epsilon(c) = c^2 \sqrt{\frac{C}{AC - B^2} \chi_{red}^2} \quad (3)$$

donde χ_{red}^2 es la suma cuadrática de los residuos del ajuste en unidades del número de grados de libertad (número de medidas menos 2).

Por otra parte, aunque no es un cálculo necesario para alcanzar nuestro objetivo, el período sidéreo de Ío viene dado por:

$$T = \frac{AF_2 - BF_1}{AC - B^2} \quad (4)$$

con una incertidumbre dada por:

$$\epsilon(T) = \sqrt{\frac{A}{AC - B^2} \chi_{red}^2} \quad (5)$$

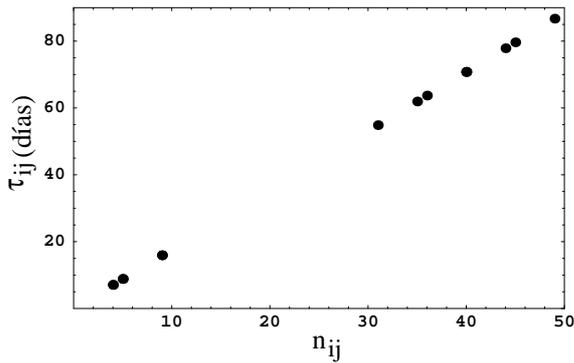


Figura 4: Intervalos medidos entre ocultaciones de Ío, τ_{ij} , como función del número de órbitas sidéreas entre ocultaciones, n_{ij} .

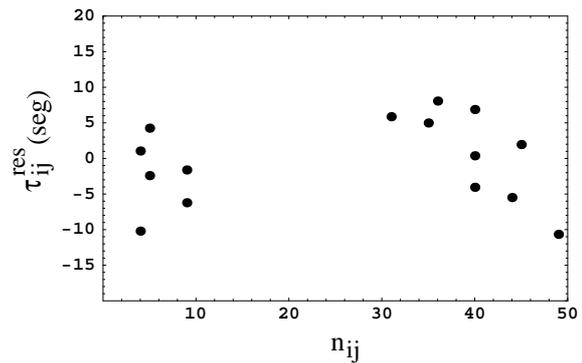


Figura 5: Residuos del ajuste del modelo dado por la ecuación 1 a los intervalos de tiempo entre ocultaciones (que mostramos en la figura 4).

4. Resultados

En la figura 4 mostramos el intervalo de tiempo medido entre dos ocultaciones como función del número de órbitas de Ío entre dichas ocultaciones. Esto se muestra para todos los pares posibles de ocultaciones dadas en la tabla 1. Como vemos, el comportamiento de los datos parece ser lineal, pero no es así. Visto con una precisión de unos minutos, pueden apreciarse efectos sistemáticos en los datos (que a primera vista parecen tener la forma de ruido) y que son originados por las contribuciones de θ_{ij} y c . En la figura 5 mostramos los residuos del ajuste del modelo dado por la ecuación 1 a los datos mostrados en la tabla 1. Como vemos, los residuos son del orden de unos pocos segundos, cuando la variación de la distancia Tierra-Júpiter entre algunas de nuestras medidas se traduce en varios minutos de retraso de la luz desde Ío al telescopio. El efecto de la velocidad de la luz es, pues, bastante notable en nuestras medidas. Cabe resaltar que el acoplamiento existente en nuestro ajuste entre el período sidéreo de Ío y la velocidad de la luz es bastante fuerte. Tal acoplamiento disminuiría si se aumentase el número de medidas. Esa mejora del experimento es algo que dejamos a merced del lector.

La velocidad de la luz obtenida con el método observacional aquí descrito es $(2.85 \pm 0.09) 10^8 \text{ m s}^{-1}$ y el período sidéreo de Ío es 1.769075 ± 0.000004 días. Ambos resultados son bastante próximos a los reales: $299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$ y 1.769138 días (e.g. Martínez et al. 2005), respectivamente.

5. Conclusiones

Hemos estimado la velocidad de la luz en el vacío usando un método observacional basado en el cronometraje de ocultaciones de la luna joviana Ío, producidas durante la primavera de 2007. Este método de medida es esencialmente similar al utilizado por Ole Römer en el año 1677, si bien nuestro método es una modernización del de Römer en varios aspectos, tanto en la toma de datos (con cronómetro), como en el tratamiento y análisis (ajustando los intervalos de tiempo entre ocultaciones con el método de mínimos cuadrados). El valor estimado de esta manera para la velocidad de la luz es $(2.85 \pm 0.09) 10^8 \text{ m s}^{-1}$, un valor a poco más de una desviación estándar (1 sigma) del real.

Tanto el método observacional como el fundamento teórico en que este se basa son bastante sencillos. Este experimento puede ser realizado sin problemas a nivel de instituto, sin requerir material de alto coste (solo un modesto telescopio y un reloj). En nuestra página web proporcionamos, además, los datos de efemérides necesarios para realizar todos los cálculos, en caso de que al lector le interese obtener sus propias mediciones.

Agradecimientos

Los autores agradecen al evaluador anónimo de este trabajo sus comentarios y sugerencias, que han ayudado a mejorar sustancialmente el artículo. Los autores también dan su agradecimiento al Aula de Astronomía del Departamento de Astronomía y Astrofísica de la Universidad de Valencia. Los autores agradecen a Álvaro López, Enric Marco, Diana Dunca y Dolores González su ayuda durante la preparación y la toma de datos de las observaciones reportadas en este trabajo. SJM es becario

FPI asociado al proyecto AYA2006-14986-CO2-01 del DGICYT. Actualmente, IMV es *fellow* de la Fundación Alexander von Humboldt en Alemania.

Referencias

- A.F. French, *Relatividad Especial*, MIT Physics Course, Ed. Reverté (1988)
- Giorgini, J.D., Yeomans, D.K., Chamberlin, A.B., et al., *Bulletin of the American Astronomical Society*, **28**, 3, 1158, (1996)
- C. Guthrie & W. Keith, *Historia de la filosofía griega*, Ed. Gredos, Madrid (1999)
- K.D. Froome & L. Essen, *The velocity of light and radio waves*, Academic Press, London (1969)
- R.J. MacKay & R.W. Oldford, *Statistical Science*, **15**, 3, 254 (2000)
- V. Martínez, J.A. Miralles, E. Marco & D. Galadí-Enríquez, *Astronomia Fonamental*, Publicacions de la Universtitat de València (2005)
- O. Römer, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 136, 893 (1677)
- J. Shea, *American Journal of Physics*, 66, 7 (1998)